2008

Математика и механика

№ 3(4)

УДК 550.338

Р.И. Паровик, П.П. Фирстов

АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ПЛОТНОСТИ ПОТОКА РАДОНА (²²²Rn) С ПОВЕРХНОСТИ ЗЕМЛИ

Предложен алгоритм расчета плотности потока радона (ППР), на основе которого разработана программа («РЭКСЭМ») его расчета и визуализации одновременно с исходными данными. Программа прошла тестирования на данных, полученных сетью станций мониторинга подпочвенного радона в районе Петропавловск - Камчатского геодинамического полигона.

Ключевые слова: радон, плотность потока радона, перенос радона.

В последние десятилетия уделяется повышенное внимание к поиску предвестников землетрясений в сейсмоэманационных эффектах. В работах [1 - 4] показана перспективность таких исследований и предложен ряд новых подходов, в которых рассматриваются методы исследования массопереноса почвенного радона, с целью поиска предвестников сильных землетрясений, причем расчеты проводятся с помощью диффузионно-конвективной модели [5]. На Петропавловск-Камчатском геодинамическом полигоне регистрация Rn в каждом пункте осуществляется в двух точках на различных глубинах в рыхлых отложениях, которые рассматриваются как относительно однородная и пористая среда [6]. Как показано в работе [4], для такой среды в динамике Rn будет слабо выражена реакция на изменение напряженно-деформированного состояния геосреды. Это связано с тем, что изменение скорости конвекции не может привести к росту объемной активности (OA) Rn выше ее фонового значения [7].

Авторы работы [7] предлагают для повышения эффективности выделения предвестниковых аномалий использовать параметр, связанный с ростом скорости конвекции – плотность потока радона (ППР) с поверхности земли. Увеличение скорости конвекции приводит к увеличению конвективного потока и как следствие к увеличению ППР на земной поверхности. Расчеты показали, что увеличение скорости конвекции в два раза приводят к росту ППР в 4 раза, в тоже время рост концентрации Rn увеличивается всего в два раза, причем в неоднородной среде ППР ещё более чувствительна к вариациям скорости конвекции. В работе [8] была реализована эта идея, где расчет ППР с поверхности земли проводился с помощью эмпирической формулы [9].

Естественно, что при поисках предвестниковых аномалий необходимо учитывать влияние вариаций метеорологических величин, в частности атмосферного давления. Исходные данные, полученные на сети станций, подвергались барокомпенсации по методике А.А. Любушина.

В настоящей работе рассмотрен алгоритм расчета ППР с поверхности земли, который представляет собой решение некорректной обратной задачи массопереноса радона в приземный слой атмосферы. Данный алгоритм реализован в программе для обработки геофизических данных РЭКСЭМ [11], где также реализован метод расчета ППР рассмотренный выше. Программа проводит обработку экспериментальных данных и визуализацию расчетов ППР, выделяет аномальные значения в зависимости от превышения над уровнем фона. Данная методика прошла тестирование на данных сети станций мониторинга подпочвенного радона на Камчатке [10].

1. Вычисление плотности потока на земной поверхности как решение обратной задачи массопереноса радона

1.1. Постановка задачи

Задача нахождения ППР на земной поверхности по измеренным значениям концентраций радона N_{ex} на различных глубинах с краевыми условиями имеет следующий вид [5]:

$$\begin{cases} \frac{\partial N(z,t)}{\partial t} = D_e \frac{\partial^2 N(z,t)}{\partial z^2} - v \frac{\partial N(z,t)}{\partial z} - \lambda N(z,t) + Q, \\ N(z,0) = N_{\infty}, \quad t = 0, \\ -D\eta \frac{\partial N(z,t)}{\partial z} \Big|_{z=0} = q(t), \\ N(z_i,t_j) = N_{ex}. \end{cases}$$
(1)

Здесь $N_{\infty} = Q/\eta\lambda$, Бк/м³ – фоновая концентрация радона на заданной глубине для данного района мониторинга; Q, Бк/(м³·с) – скорость образования (эманирования) радона в грунте; η – пористость грунта; λ , с⁻¹ – постоянная полураспада радона; D, м²/с – коэффициент диффузии радона в грунте; $D_e=D/\eta$, м²/с – эффективный коэффициент диффузии; v, м/с – скорость конвективного потока радона; q_c , Бк/(м²·с) – постоянная единичная ППР на земной поверхности; N(z,t), Бк/м³ – объемная концентрация радона. В данной модели предполагается, что процесс массопереноса радона на земную поверхность в некоторый момент времени является установившимся. Поэтому параметры модели являются константами и также предполагаются известными.

Для задачи (1) оценка ППР на поверхности по экспериментальным данным является обратной некорректной задачей геофизики, так как не задано ни одного граничного условия при z = 0.

1.2. Алгоритм решения обратной задачи массопереноса радона

Рассмотрим алгоритм решения задачи по определению ППР, основываясь на приближенном соответствии между измеренной концентрацией Rn для нескольких разноглубинных датчиков и рассчитанной концентрации по диффузионноконвективной модели [5,12].

Алгоритм решения можно разделить на следующие этапы:

1) аппроксимация искомой ППР постоянной единичной ППР и решение соответствующей прямой задачи по определению концентрации Rn в точках наблюдения;

2) представление решения прямой задачи массопереноса Rn как суперпозиции его элементарных блоков с помощью интегральной формулы Дюамеля;

3) минимизация невязки между концентрацией Rn, полученной экспериментальным путем и рассчитанной по модели методом наименьших квадратов.

1.3. Аппроксимация ППР ступенчатой единичной функцией

Для решения прямой задачи массопереноса радона аппроксимируем ППР на земной поверхности постоянной единичной функцией:

$$q(t) = q_c \begin{cases} 0, t < 0, \\ 1, t > 0. \end{cases}$$

На поверхности ППР аппроксимируется ступенчатой единичной плотностью. На интервалах времени $\tau_{1/2}, \tau_{3/2}, ..., \tau_{M-1/2}$ используются значения плотности потока $q_1, q_2, ..., q_M$ в моменты времени t_M : от 0 до τ_1 , от τ_1 до τ_2 , от τ_{M-1} до τ_M .

1.4. Решение прямой задачи массопереноса радона

Прямая задача массопереноса радона на земную поверхность представляет собой дифференциальное уравнение в частных производных с начальными и граничными условиями [12]:

$$\begin{cases} \frac{\partial N(z,t)}{\partial t} = D_e \frac{\partial^2 N(z,t)}{\partial z^2} - v \frac{\partial N(z,t)}{\partial z} - \lambda N(z,t) + Q, \\ N(z,0) = N_0, \ t = 0, \\ -D_e \eta \frac{\partial N(z,t)}{\partial z} \bigg|_{z=0} + v \eta N(0,t) = q_c. \end{cases}$$
(2)

Решение задачи (2) можно получить интегральным преобразованием:

$$N(z,t) = (N_{\infty} - q_{c}) m^{2} D_{e} H/(\lambda \eta),$$

$$H = H_{1} + H_{2} - H_{3}, H_{1} = (m + n) \exp((m - n)z) \operatorname{erfc}(z/(4D_{e}t)^{1/2} - n(D_{e}t)^{1/2}),$$

$$H_{2} = (m - n) \exp((m + n)z) \operatorname{erfc}(z/(4D_{e}t)^{1/2} + n(D_{e}t)^{1/2}),$$

$$H_{3} = 2 \exp(-zm - \lambda t) \operatorname{erfc}(z/(4D_{e}t)^{1/2} - m(D_{e}t)^{1/2}),$$

$$m = \nu/(2D_{e}), \ n = (\nu^{2} + 4D_{e}\lambda)^{1/2}/(2D_{e}).$$
(3)

Это решение описывает процесс изменения концентрации Rn в рыхлых отложениях под воздействием постоянной единичной плотности потока q_c в моменты времени t. Дифференцируя решение (3) по q_c , получаем выражение для коэффициента чувствительности $\varphi(z,t) = \partial N(z,t)/\partial q_c = -m^2 D_e H/(\lambda \eta)$, причем если коэффициенты чувствительности малы или коррелированны, то задача оценивания становится трудной и чувствительной к погрешностям измерений.

Согласно аппроксимации ППР в виде единичной функции и теореме Дюамеля о представлении решения в виде суперпозиции элементарных блоков его решений по соответствующим интервалам времени имеем

$$N(z,t_M) = N_{\infty} + q_1 [\phi(z,t_M - \tau_0) - \phi(z,t_M - \tau_1)] + q_2 [\phi(z,t_M - \tau_1) - \phi(z,t_M - \tau_2)] + \dots + q_M [\phi(z,t_M - \tau_{M-1}) - \phi(z,t_M - \tau_M)],$$

$$\phi(z,t_M - \tau_M) = \phi(z,0)], \quad M = 0, 1, 2, \dots, i.$$
(4)

Здесь $\varphi(z, t_M)$ – элементарное решение в t_M момент времени. Выражение (4) можно упростить, записав его в следующей дискретной форме:

$$N(z,t_{M}) = N_{\infty} + \sum_{n=1}^{M} q_{n} \Delta \varphi(z,t_{M-n}), \quad \Delta \varphi(z,t_{M-n}) = \varphi(z,t_{M-n+1}) - \varphi(z,t_{M-n}), \quad (5)$$

которое называется интегральной формулой Дюамеля. Опуская индексы его можно переписать в следующей простой форме:

$$N_M = N_\infty + \sum_{n=1}^M q_n \Delta \varphi_{M-n}.$$
 (6)

При решении обратных задач массопереноса радона на земную поверхность, выражение (6) является важным, так как устанавливает удобную связь между концентрацией Rn и ППР на поверхности. Так как ППР изменяется по времени, то выражение (6) дает численный результат.

1.6. Метод наименьших квадратов для обратной задачи массопереноса радона

Если у нас имеется *J* датчиков измерения концентрации Rn, расположенных на различных глубинах, то тогда для каждой точки наблюдения получаем:

$$N_{1M} = N_{1M}|_{q_M=0} + \phi_{11}q_M,$$

$$N_{2M} = \overline{N}_{2M}|_{q_M=0} + \phi_{21}q_M,$$
...
$$N_{JM} = \overline{N}_{JM}|_{q_M=0} + \phi_{J1}q_M.$$
(7)

Между измеренной и рассчитанной концентрациями Rn довольно сложно установить точное согласование, так как единственную составляющую ППР трудно выбрать чтобы выполнялось равенство $N_{jM} = N_{ex}$. Поэтому согласование должно выполняться в некотором усредненном приближении. Оценим q_M с учетом (7) методом наименьших квадратов:

$$S = \sum_{j=1}^{J} \left(N_{ex} - \overline{N}_{jM} \Big|_{q_M = 0} - \varphi_{j1} q_M \right)^2.$$
(8)

Минимизируем функционал невязки (8) по составляющей плотности потока q_M , что сводится к нахождению нулей производных по параметру q_M :

$$\overline{q}_{M} = \frac{\sum_{j=1}^{J} \left(N_{ex} - \sum_{i=1}^{M-1} q_{ji} \Delta \phi_{jM-i} - N_{\infty} \right) \phi_{j1}}{\sum_{k=1}^{J} \phi_{k1}^{2}} \,. \tag{9}$$

Замечание. Предлагаемый алгоритм решения обратной задачи по нахождению ППР имеет один недостаток – чувствительность к погрешностям измерения при малых шагах по времени (секунды) [12]. Однако регистрация экспериментальных данных сети мониторинга радона осуществляется с шагом дискретизации 6,0 ч⁻¹, поэтому при реализации данного алгоритма чувствительность к погрешностям измерения является не высокой.

2. Экспериментальные данные и результаты расчетов

В пункте «Институт» (ИНС), располагающемся рядом со зданием Института вулканологии и сейсмологии ДВО РАН, осуществляется регистрация объемной активности (ОА) Rn в подпочвенном воздухе на глубине один метр от пола подземного бункера глубиной 2,5 м (зона аэрации) и с поверхности пола. Над бункером на поверхности земли установлен металлический контейнер, причем подземный бункер через контейнер и систему труб вентилируется за счет естественной конвекции воздуха. В наземном контейнере и подземном бункере установлены датчики температуры и атмосферного давления. Регистрация всех параметров осуществляется с помощью двух измерительных приборов ALMEMO 2590-9 с частотой дискретизации 6,0 ч⁻¹ [8].

Как показало сравнение метеорологических величин в подземном бункере и наземном контейнере, в подземном бункере в летнее время, за счет больших вариации температуры в наземном контейнере, четко прослеживается суточные колебания атмосферного давления, которые хорошо видны на рис. 1, *a*, где показана динамика ОА Rn за период 20 июля – 29 августа 2006 г. в зоне аэрации и с поверхности. На рис. 1, *a* видно, что с 13 по 22 августа наблюдается увеличение амплитуды объемной активности Rn на обоих каналах, причем в зоне аэрации превышение составляет 115%, а на поверхности 130% от фона. На рис. 1, *б* приведена расчетная кривая ППР, вычисленная по описанной выше методике с помощью программы «РЭКСЭМ» со следующими значениями параметров: $h_1 = 0,2$ м, $h_1 = 1,2$ м, $D = 5,5 \cdot 10^{-7}$ м²/с, $v = 5 \cdot 10^{-5}$ м/с, $\lambda = 2,1 \cdot 10^{-6}$ с⁻¹. В расчетных кривых ППР превышение амплитуды над фоном для аномального периода составляет более 160%, что подтверждает более высокую чувствительность ППР по сравнению с динамическими параметрами ОА Rn.



Рис. 1. Динамика объемной активности радона (*a*) и вычисленная плотность потока радона (*б*) за период 20 июля – 29 августа 2006 г. *1* – зона аэрации, *2* – поверхность пола подземного бункера

В дальнейшем планируется использовать предложенную методику расчета ППР с поверхности земли в реальном времени с целью мониторинга изменений напряженно-деформированного состояния геосреды в районе Петропавловск-Камчатского геодинамического полигона для прогноза сильных землетрясений южной Камчатки.

ЛИТЕРАТУРА

- Рудаков В.П. Сейсмоэманационные эффекты геологических структур // Проблемы геофизики XXI в. Кн. 2. М.: Наука, 2003. С. 95 – 113.
- 2. *Dubinchuk V.T.* Radon as a precursor of earthquakes // Isotopic geochemical precursors of earthquakes and volcanic eruption. Vienna, 1991. P. 6 22.
- 3. Virk H.S., Baljinder Singh. Radon anomalies in soil-gas and groundwater as earthquake precursor phenomena // Tectonophysics. 1993. V. 227. P. 215 – 224.
- Nasaroff W.W., Nero A.V. (Eds). Soil as a source of indoor radon: generation, migration and entry. Radon and its decay products in indoor air // A Wiley-Interscience publications, 1988.
 P. 57-112.
- 5. Новиков Г.Ф., Капков Ю.Н. Радиоактивные методы разведки. М.: Недра, 1965. 750 с.
- 6. Фирстов П.П., Рудаков В.П. Результаты регистрации подпочвенного радона в 1997 2000 гг. на Петропавловск-Камчатском геодинамическом полигоне // Вулканология и сейсмология. 2003. № 1. С. 26 41.
- 7. Яковлева В.С., Каратаев В.Д. Плотность потока радона с поверхности земли как возможный индикатор изменений напряженно-деформированного состояния геологической среды // Вулканология и сейсмология. 2007. № 1. С. 74 – 77.
- Фирстов П.П., Широков В.А., Руленко О.П., Яковлева В.С., Исаев А.В., Малышева О.П. О связи динамики подпочвенного радона (²²²Rn) и водорода с сейсмической активностью Камчатки в июле-августе 2004 г. // Вулканология и сейсмология. 2006. № 5. С. 49 – 59.
- 9. Рыжакова Н.К., Яковлева В.С. Патент РФ № 2212688 от 20.09.2003. Способ определения плотности потока с поверхности земли.
- 10. Фирстов П.П., Пономарев Е.А., Чернева Н.В., Паровик Р.И. Исследование кинематических и динамических параметров эманации подпочвенного радона в период активации сейсмичности Камчатки в августе 2006 г. // Солнечно-земные связи и предвестники землетрясений: Сб. науч. докл. IV Междунар. науч. конф., с. Паратунка, Камчатская обл., 2007 г. С. 464 – 469.
- 11. Паровик Р.И. Программа обработки геофизических данных «РЭКСЭМ» // Телеграф отрасли фонда алгоритмов и программ. Инновации в науке и образовании. М.: Издательский дом Святогор, 2007. № 5. С. 19.
- 12. Бек Дж., Блакуэлл Б., Сент-Клэр Ч. Некорректные обратные задачи теплопроводности. М.: Мир, 1989. 312 с.

Статья принята в печать 08.09.2008г.