На правах рукописи

Цой Сергей Александрович

УНИФИЦИРОВАННЫЙ МЕТОД АСИМПТОТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ СЕТЕЙ СЛУЧАЙНОГО МНОЖЕСТВЕННОГО ДОСТУПА

Специальность 05.13.18 – Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Томск — 2006

Работа выполнена на кафедре теории вероятностей и математической статистики факультета прикладной математики и кибернетики Томского государственного университета

Научный руководитель:
доктор технических наук,
профессор Назаров Анатолий Андреевич

Официальные оппоненты:
доктор физико-математических наук,
профессор Воробейчиков Сергей Эрикович

кандидат физико-математических наук,
Змеева Елена Евдокимовна

Ведущая организация:
Кемеровский государственный университет (г. Кемерово)

Защита состоится 20 апреля 2006 г. в 10:30 часов на заседании диссертационного совета Д 212.267.08 при Томском государственном университете (634050, г. Томск, пр. Ленина, 36).

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке Томского государственного университета.

Отзывы на автореферат (в 2-х экземплярах, заверенных печатью) посылать по адресу: 634050, г. Томск, пр. Ленина, 36, ученому секретарю ТГУ.

Автореферат разослан 13 марта 2006 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,
доктор технических наук, доцент А.В. Скворцов

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. В настоящее время информационные технологии участвуют во всех отраслях человеческой деятельности. Эффективное развитие экономики и промышленности невозможно без развития информационных технологий в целом и сетевых технологий в частности. Правильное использование информации позволяет значительно повысить производительность труда и реализовать более эффективное управление в различных областях человеческой деятельности. В связи с этим становится очевидной необходимость создания и модернизации систем связи. Эти задачи решаются различными способами: создается новое аппаратное обеспечение, призванное увеличить пропускную способность физических каналов связи, разрабатываются новые сетевые протоколы, целью которых является повышение производительности сетей, проводится анализ и оптимизация параметров функционирования существующих и разрабатываемых сетей связи. При анализе, проектировании и оптимизации сетей передачи данных наиболее действенным инструментом является использование метода математического моделирования. В связи с этим, проблема исследование математических моделей сетей передачи данных является весьма важной и актуальной проблемой.

Исследованию сетей связи посвящено большое количество работ. Для исследования поведения систем связи из-за влияния случайных факторов применяется аппарат теории случайных процессов и теории массового обслуживания. Использование этого аппарата позволяет построить математическую модель изучаемой сети связи и провести теоретические исследования параметров функционирования реальной системы.

Вопросам анализа сетей связи и протоколов случайного множественного доступа посвящены работы А.А. Назарова, И.И. Хомичкова, Г.И. Фалина, Г.П. Башарина, П.П. Бочарова, Н.М. Юревич, В.И. Клименок, А.Н. Дудина, J.R. Artalejo, J. Misic, V.B. Misic. В исследованиях И.И. Хомичкова рассматриваются вопросы оптимального управления в сетях связи со случайным множественным доступом, различные вероятностно-временные характеристики исследуются Б.С. Цыбаковым. В работах А.А. Боровкова, А.А. Назарова, С.Н. Степанова рассматриваются методы асимптотического анализа. Вопросам эргодичности посвящены исследования Ф.К. Фостера, М.Д. Мустафы, С.Л. Шохора.

Подробные исследования локальных вычислительных сетей с протоколом «простая Алоха» выполнены в работах А.А. Назарова,

Н.М. Юревич, С.Б. Пичугина. Исследованию математических моделей сетей связи со статическими протоколами посвящены исследования А.А. Назарова, А.Н. Туенбаевой, с динамическими – С.Л. Шохора, с адаптивными – R.L. Rivest, В.А. Михайлова, Ю.Д. Одышева.

Но, несмотря на большое количество работ, посвященных исследованию математических моделей компьютерных сетей связи, многие задачи оставались не решенными, в частности, исследование двухканальных и многоканальных сетей связи, исследование сетей связи со сложными протоколами распределения заявок по каналам и другие. Кроме того, сам процесс асимптотического исследования является очень трудоемким и во многом зависит от специфики рассматриваемой модели. В связи с этим разработка универсального метода асимптотического анализа, позволяющего упростить и унифицировать процесс исследования целых классов математических моделей различных сетей связи и обобщить полученные ранее для одноканальных сетей результаты, является весьма важной и актуальной проблемой.

Цель и задачи исследования. Основной целью данной работы является разработка унифицированного метода асимптотического анализа для исследования сетей связи случайного множественного доступа в виде комплекса математических моделей систем массового обслуживания с повторными вызовами и оповещением о конфликте.

В рамках указанной цели были поставлены и решены следующие **задачи**:

1. Разработка унифицированного метода асимптотического анализа математических моделей сетей случайного доступа общего для целого класса рассматриваемых моделей с использованием матричного подхода.

2. Развитие аналитических методов исследования марковских моделей сетей связи с использованием аппарата теории массового обслуживания и асимптотического анализа.

3. Применение разработанного метода для исследования ряда описанных моделей, в том числе для двухканальных сетей связи с различными протоколами доступа.

Научная новизна и результаты, выносимые на защиту, состоят в следующем:

1. Разработан универсальный метод асимптотического анализа математических моделей сетей связи, управляемых статическими протоколами случайного множественного доступа, позволяющий унифицировать и упростить процесс асимптотического исследования математических моделей различных сетей связи со статическими протоколами доступа. Доказаны теоремы о сходимости дискретных процес-

сов, описывающих состояние математических моделей, к аппроксимирующим их диффузионным процессам и получены их коэффициенты переноса и диффузии.

2. Предложена модификация унифицированного метода асимптотического анализа для математических моделей сетей связи с динамическими протоколами.

3. Предложены и рассмотрены различные предельные условия, позволяющие исследовать различные режимы функционирования сетей связи с динамическими протоколами доступа.

4. Рассмотрены как стационарные, так и переходные режимы функционирования сетей связи. Обобщены ранее полученные результаты для одноканальных сетей связи случайного множественного доступа.

5. Показана теоретическая возможность возникновения явления трехстабильности в двухканальных сетях связи случайного множественного доступа.

Методы исследования. В ходе исследования математических моделей рассматриваемых сетей связи с различными протоколами доступа применялся аппарат теории матриц, теории вероятностей, теории случайных процессов, теории массового обслуживания. В работе использовались методы асимптотического анализа с различными предельными условиями. Кроме того, для определения области применимости асимптотических результатов, получения численных результатов и оптимизации параметров применялась вычислительная техника.

Теоретическая значимость. Разработан унифицированный метод асимптотического анализа для исследования сетей связи случайного множественного доступа в виде комплекса математических моделей систем массового обслуживания с повторными вызовами и оповещением о конфликте. Развиты аналитические методы теории массового обслуживания. Разработано обобщение полученных ранее результатов на более сложные случаи. Предложенный унифицированный подход является расширяемым и может применяться для исследования и других моделей, в частности, моделей сетей связи функционирующих в случайной среде, сетей связи с протоколом модифицированная АЛОХА и др.

Практическая ценность разработанного унифицированного метода асимптотического анализа заключается в том, что разработанный метод может быть применим для исследования широкого круга задач анализа, проектирования, оптимизации различных сетей передачи данных, позволяет определить основные вероятностные характери-

стики функционирования системы и найти оценки ряда параметров, таких как, пропуская способность и среднее время стабильного функционирования сети.

Апробация работы и публикации. Основные положения работы и отдельные ее результаты докладывались и обсуждались:

1. XLI Международная научная студенческая конференция «Студент и научно-технический прогресс», г. Новосибирск, 2003 г.
2. Всероссийская научно-практическая конференция «Наука и практика: диалоги нового века», г. Анжеро-Судженск, 2003 г.
3. XLII Международная научная студенческая конференция «Студент и научно-технический прогресс», г. Новосибирск, 2004 г.
4. VIII Всероссийская научно-практическая конференция «Научное творчество молодежи», г. Анжеро-Судженск, 2004 г.
5. 8th Korea-Russia International Symposium on Science and Technology KORUS 2004, г. Томск, 2004 г.
6. III Всероссийская научно-практическая конференция ИТММ-2004, г. Анжеро-Судженск, 2004 г.
7. Международная научная конференция «Математические методы повышения эффективности функционирования телекоммуникационных сетей», г. Минск, 2005 г.
8. IX Всероссийская научно-практическая конференция «Научное творчество молодежи», г. Анжеро-Судженск, 2005 г.
9. XLIII Международная научная студенческая конференция «Студент и научно-технический прогресс», г. Новосибирск, 2005 г.
10. IV Сибирская научная школа-семинар с международным участием «Проблемы компьютерной безопасности и криптография» - SYBECRYPT'05, г. Томск, 2005 г.

По результатам выполненных исследований автором опубликовано 16 печатных работ, в том числе 6 статей, из них 4 в изданиях, рекомендованных списком ВАК.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы из 114 наименований. Общий объем работы составляет 167 страниц, в том числе основной текст 156 страниц.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В главе 1 рассмотрены сети связи со статическим протоколом случайного множественного доступа. Дано подробное описание одноканальной сети.

Сеть связи с оповещением о конфликте объединяет большое число территориально-распределенных абонентских станций общим ресурсом, в качестве которого может быть моноканал в сетях шинной топологии, пассивный центральный узел в звездообразных сетях или спутниковый канал связи в спутниковых сетях. Доступ к общему ресурсу реализуется протоколом случайного множественного доступа, то есть любая абонентская станция, сформировав сообщение для передачи, немедленно отправляет его в общий ресурс. При этом возможно наложение передаваемых сообщений от двух и более абонентских станций. В этом случае сообщения искажаются и требуют повторной передачи. Такая ситуация называется конфликтом. От момента возникновения конфликта рассылается сигнал оповещения о конфликте. Предполагается, что в сети существует возможность обнаружения возникающих конфликтов и реализация сигнала оповещения. Если ресурс свободен, начинает осуществляться передача сообщения, которая считается успешной, если в это время не поступали другие сообщения. Сообщения, попавшие в конфликт, а также поступившие на этапе оповещения о конфликте, считаются искаженными и подлежат повторной передаче после случайной задержки, говорят, что они переходят в источник повторных вызовов (ИПВ). Далее процедура повторяется.

В качестве математической модели описанной сети связи рассматривается однолинейная система массового обслуживания (СМО), на вход которой поступает простейший поток заявок с параметром λ. Обслуживающий прибор может находиться в одном из трех состояний: $k = 0$, если свободен; $k = 1$, когда он занят; $k = 2$, когда на приборе реализуется этап оповещения о конфликте. Заявка, заставшая в момент поступления прибор свободным, немедленно начинает обслуживаться. Если за это время другие требования не поступали, то исходная заявка по завершении обслуживания покидает систему. Если во время обслуживания одной заявки поступает другая, то они вступают в конфликт. От этого момента начинается этап оповещения о конфликте. Заявки, попавшие в конфликт, а также поступившие на этапе оповещения о конфликте, переходят в ИПВ, из которого вновь обращаются с попыткой повторного обслуживания. Повторное обращение происходит после случайной задержки, продолжительность которой имеет экспоненциальное распределение с параметром σ. Время обслуживания заявок рекуррентное с функцией распределения $B(s)$. Длины интервалов оповещения о конфликте имеют функцию распределения $A(s)$. Обозначим через i число заявок в ИПВ. Модель будем называть марковской, если функции распределения $B(s)$ и $A(s)$ экс-

поненциальные с параметром μ для обслуживания и $1/a$ для оповещения о конфликте.

Аналогичным образом были описаны математические модели для одноканальных, двухканальных и многоканальных сетей связи с h-настойчивым протоколом, с резервированием канала и др.

Для приведенных моделей в явном виде были выведены определяющие их системы дифференциальных уравнений Колмогорова. В частности, для одноканальной сети она выгляди следующим образом:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial P_0(i,t)}{\partial t} = -(\lambda + \sigma i)P_0(i,t) + \mu P_1(i,t) + \frac{1}{a}P_2(i,t),\\
&\frac{\partial P_1(i,t)}{\partial t} = -(\lambda + \sigma i + \mu)P_1(i,t) + \lambda P_0(i,t) + \sigma(i+1)P_0(i+1,t),\\
&\frac{\partial P_2(i,t)}{\partial t} = -\left(\lambda + 1/a\right)P_2(i,t) + \sigma(i-1)P_1(i-1,t) + \\
&+ \lambda P_2(i-1,t) + \lambda P_1(i-2,t),
\end{aligned} \tag{1}$$

где $P_k(i,t) = P\{k(t) = k, i(t) = i\}$, $k = \overline{0,2}$, $i = 0,1,2,...,$ – вероятность того, что в момент времени t прибор находится в состоянии k и в ИПВ находится i заявок.

Эти системы затем были представлены в матричном виде:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial P(i,t)}{\partial t} = A_0(\sigma i)P(i,t) + A_1(\sigma(i+1))P(i+1,t) + \\
&+ A_2(\sigma(i-1))P(i-1,t) + A_3P(i-2,t),
\end{aligned} \tag{2}$$

где

$$P(i,t) = \{P_0(i,t), P_1(i,t),..., P_{M-1}(i,t)\}^T - \tag{3}$$

вектор-столбец состояний системы в момент времени t, где M – число возможных состояний прибора или приборов.

$$A_0(x), A_1(x),..., A_{L-1}(x) - \tag{4}$$

квадратные матрицы коэффициентов размерности $M \times M$, где L конечно и меняется в зависимости от рассматриваемой системы.

Достаточно очевидно, что аналогичным образом к матричному виду можно привести системы уравнений, определяющих распределение вероятностей состояний математических моделей и других сетей со статическими протоколами случайного множественного доступа, таких как

- многоканальные сети связи с оповещением о конфликте;
- одноканальные и многоканальные сети связи с h-настойчивым протоколом обслуживания;

- многоканальные сети связи с резервированием канала и оповещением о конфликте;
- другие одноканальные и многоканальные сети связи со статическими протоколами.

Этот факт и позволяет разработать унифицированный подход к асимптотическому исследованию таких моделей.

Для описанных моделей был разработан и применен унифицированный подход к асимптотическому анализу математических моделей неустойчивых сетей связи со статическими протоколами случайного множественного доступа.

Для описанных моделей был разработан и применен унифицированный подход к асимптотическому анализу математических моделей неустойчивых сетей связи со статическими протоколами доступа. Асимптотический анализ был проведен в условиях большой задержки, т.е. рассматривается ситуация, при которой среднее время задержки заявок в ИПВ значительно больше среднего времени между приходом заявок из входного потока, что достаточно адекватно для многих реальных сетей связи, т.е. при $\sigma \to 0$. В процессе исследования были сделаны замены (5).

$$\varepsilon^2 t = \tau,\ \varepsilon^2 i = x(\tau) + \varepsilon y,\ \frac{1}{\varepsilon} P(i,t) = H(y,\tau,\varepsilon), \tag{5}$$

А система уравнений Колмогорова приобрела вид (6).

$$\begin{aligned} &\varepsilon^2 \frac{\partial H(y,\tau,\varepsilon)}{\partial \tau} - \varepsilon x'(\tau) \frac{\partial H(y,\tau,\varepsilon)}{\partial y} = A_0(x+\varepsilon y) H(y,\tau,\varepsilon) + \\ &+ A_1(x+\varepsilon(y+\varepsilon)) H(y+\varepsilon,\tau,\varepsilon) + A_2(x+\varepsilon(y-\varepsilon)) H(y-\varepsilon,\tau,\varepsilon) + \\ &+ A_3 H(y-2\varepsilon,\tau,\varepsilon). \end{aligned} \tag{6}$$

В результате исследования получены следующие результаты.

На первом этапе получено уравнение, определяющее распределение вероятностей состояний каналов $R(x)$ в матричном виде:

$$K(x)R(x) = 0, \tag{7}$$

где

$$K(x) = \sum_{j=0}^{3} A_j(x) \tag{8}$$

и

$$E^T K(x) = 0. \tag{9}$$

Доказана теорема 1 о существовании и единственности такого распределения.

Теорема 1. *Решение* $R(x)$ *системы* (7)*, удовлетворяющее условию нормировки, существует и единственно.*

На втором этапе построен детерминированный процесс:

$$x(\tau) = \lim_{\varepsilon \to 0} \varepsilon^2 i\left(\tau/\varepsilon^2\right), \tag{10}$$

имеющий смысл асимптотического среднего числа заявок в ИПВ, доказана теорема 2, о виде уравнения, задающего данный процесс. А также построен диффузионный процесс:

$$y(\tau) = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\varepsilon^2 i\left(\tau/\varepsilon^2\right) - x(\tau)}{\varepsilon}, \tag{11}$$

аппроксимирующий процесс изменения состояний сети связи в окрестности асимптотического среднего, который является процессом авторегрессии.

И доказаны теоремы 2-4, связанные с описанием данного процесса.

Теорема 2. *Функция* $x = x(\tau)$ *является решением обыкновенного дифференциального уравнения*

$$x'(\tau) = E^T V(x) R(x), \tag{12}$$

где матрица $V(x)$ *имеет вид*

$$V(x) = -A_1(x) + A_2(x) + 2A_3. \tag{13}$$

Теорема 3. *Вектор* $h(y,\tau)$ *является решением неоднородной системы линейных алгебраических уравнений*

$$K(x)h(y,\tau) = \left[V(x) - x'(\tau)I\right]R(x)\frac{\partial F(y,\tau)}{\partial y} - K'(x)R(x)yF(y,\tau), \tag{14}$$

где I *– диагональная единичная матрица, а* $x'(\tau)$ *определяется равенством* (12).

Следствие 1. *Решение* $h(y,\tau)$ *системы* (14) *имеет вид*

$$h(y,\tau) = h^{(1)}(x)\frac{\partial F(y,\tau)}{\partial y} + R'(x)yF(y,\tau) + R(x)C, \tag{15}$$

где вектор $h^{(1)}(x)$ *является решением системы*

$$K(x)h^{(1)}(x) = \left[V(x) - x'(\tau)I\right]R(x). \tag{16}$$

Теорема 4. *Функция* $F(y,\tau)$ *является плотностью распределения вероятностей значений диффузионного процесса авторегрессии и определяется уравнением Фоккера-Планка вида*

$$\frac{\partial F(y,\tau)}{\partial \tau} = -\left(E^T V(x)R(x)\right)' \frac{\partial\left(yF(y,\tau)\right)}{\partial y} +$$

$$+\frac{1}{2}E^T\left\{D(x)R(x) - 2\left(V(x) - x'(\tau)I\right)h^{(1)}(x)\right\}\frac{\partial^2 F(y,\tau)}{\partial y^2} \tag{17}$$

где матрица $D(x)$ *имеет вид*

$$D(x) = A_1(x) + A_2(x) + 4A_3, \tag{18}$$

а вектор $h^{(1)}(x)$ *является решением системы* (16).

И, наконец, на последнем этапе, построен диффузионный процесс:

$$z(\tau) = x(\tau) + \varepsilon y, \tag{19}$$

аппроксимирующий процесс изменения числа заявок в ИПВ во всей области изменения состояний сети (глобальная аппроксимация). Доказана теорема 5, в которой определены его коэффициенты переноса и диффузии.

Теорема 5. *С точностью до* $o(\varepsilon)$ *случайный процесс* $z(\tau)$ *является решением стохастического дифференциального уравнения*

$$dz(\tau) = E^T V(z) R(z) d\tau + \varepsilon B(z) dw(\tau) \tag{20}$$

т.е. $z(\tau)$ *является однородным диффузионным процессом с коэффициентом переноса* $E^T V(z) R(z)$ *и диффузии* $\varepsilon^2 B^2(z)$, *где*

$$B^2(x) = E^T \left\{ D(x)R(x) - 2\left(V(x) - E^T V(x) R(x) I\right) h^{(1)}(x) \right\}. \tag{21}$$

Это основные характеристики описываемой модели, с их помощью можно найти все остальные интересующие вероятностно-временные характеристики. В частности в работе определены точки стабилизации, область стабильного функционирования, а также время стабильного функционирования сети связи.

В главе 2 был рассмотрен ряд математических моделей сетей связи с предельно бесконечным числом станций, управляемых статическими протоколами. Аналогично исследованию главы 1 для части приведенных моделей в явном виде были выведены определяющие их системы дифференциальных уравнений Колмогорова:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial P_0(i,t)}{\partial t} = -\left(\lambda \frac{N-i}{N} + \frac{\sigma i}{N}\right) P_0(i,t) + \mu P_1(i,t) + \frac{1}{a} P_2(i,t), \\
&\frac{\partial P_1(i,t)}{\partial t} = -\left(\lambda \frac{N-(i+1)}{N} + \frac{\sigma i}{N} + \mu\right) P_1(i,t) + \lambda \frac{N-i}{N} P_0(i,t) + \\
&+ \frac{\sigma(i+1)}{N} P_0(i+1,t), \\
&\frac{\partial P_2(i,t)}{\partial t} = -\left(\lambda \frac{N-i}{N} + 1/a\right) P_2(i,t) + \frac{\sigma(i-1)}{N} P_1(i-1,t) + \\
&+ \lambda \frac{N-(i-1)}{N} P_2(i-1,t) + \lambda \frac{N-(i-1)}{N} P_1(i-2,t).
\end{aligned} \tag{22}$$

Эти системы затем были представлены в матричном виде:

$$\frac{\partial P(i,t)}{\partial t} = A_0\left(\frac{i}{N}\right)P(i,t) + A_1\left(\frac{i+1}{N}\right)P(i,t) + A_2\left(\frac{i+1}{N}\right)P(i+1,t) +$$
$$+ A_3\left(\frac{i-1}{N}\right)P(i-1,t) + A_4\left(\frac{i-1}{N}\right)P(i-2,t), \qquad (23)$$

Унифицированный подход главы 1, был модифицирован и применен для исследования математических моделей сетей связи с предельно бесконечным числом станций. Асимптотический анализ проведен при $N \to \infty$, где N – число абонентских станций, то есть рассматриваются сети с большим числом абонентских станций, что достаточно адекватно для многих реальных сетей связи.

Для рассматриваемых моделей аналогично главе 1 был доказан ряд теорем, определяющих распределения вероятностей состояний канала или каналов, дифференциальные уравнения, описывающее поведение асимптотического среднего нормированного числа заявок в ИПВ:

$$x(\tau) = \lim_{\varepsilon \to 0} \varepsilon^2 i\left(\tau/\varepsilon^2\right), \qquad (24)$$

а также стохастическое дифференциальное уравнение, позволяющее определить диффузионный процесс, аппроксимирующий процесс изменения нормированного числа заявок в ИПВ:

$$z(\tau) = x(\tau) + \varepsilon y. \qquad (25)$$

Для последнего процесса были найдены коэффициенты переноса и диффузии. Распространены результаты главы 1, касающиеся точек стабилизации, области стабильного функционирования, а также времени стабильного функционирования на случай математических моделей сетей связи с предельно бесконечным числом абонентских станций.

В главе 3 предложена модификация унифицированного подхода к асимптотическому исследованию марковских моделей сетей связи, управляемых динамическим протоколом случайного множественного доступа, описанному в главах 1 и 2. Приведен ряд сетей, исследование марковских моделей которых сводится к применению данного метода.

При использовании метода асимптотического анализа математических моделей сетей передачи данных с динамическим протоколом доступа возможно рассмотрение различных предельных условий: $\lambda \uparrow S$ – условие большой загрузки (параграф 3.3), $N \to \infty$ – условие предельно бесконечного числа станций в условии перегрузки (параграф 3.5). Но наиболее интересен случай выполнения сразу двух предельных условий $\lambda \to S$ и $N \to \infty$. В этом случае удается провести исследование не только в условиях большой загрузки или перегрузки, но

также и в условиях критической загрузки. Все описанные варианты предельных условий и условия их реализации отражены на Рис. 1.

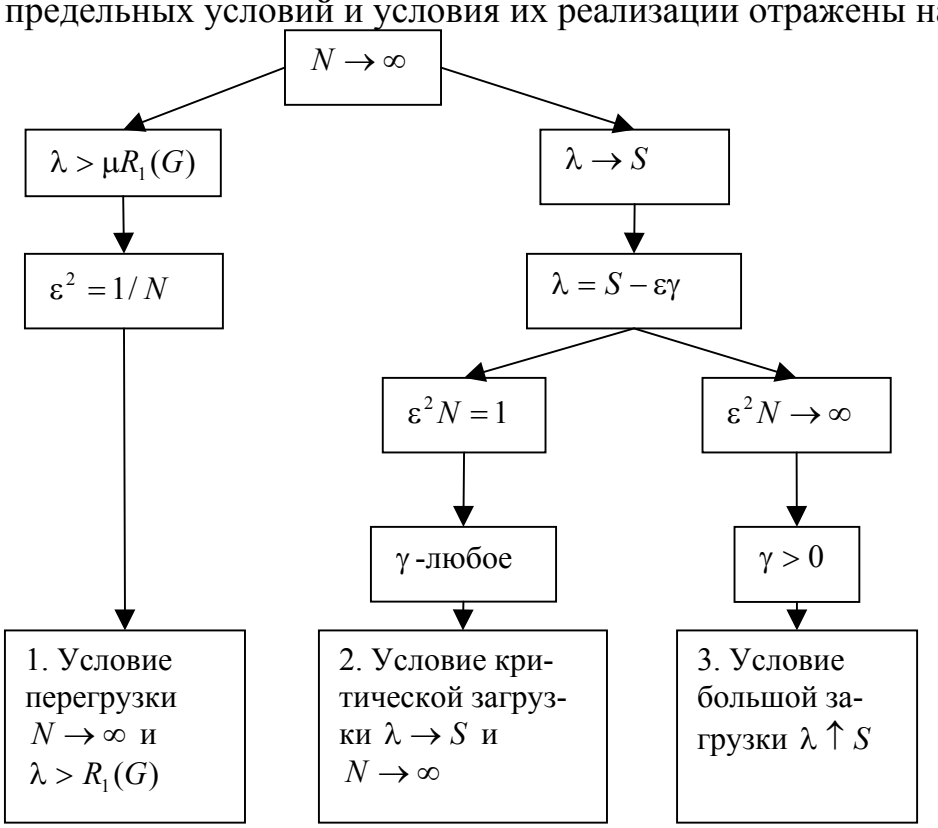

Рис. 1. Варианты различных предельных условий

Здесь $R_1(G)$ – вероятность пребывания прибора в состоянии $k = 1$, S – пропускная способность, ε – малый положительный параметр, а γ – параметр, определяющий знак перед ε.

Определим величину S пропускной способности сети связи как точную верхнюю грань множества тех значений интенсивности входящего потока, для которых в сети существует стационарный режим.

Для каждого из предельных условий получено выражение для распределения вероятностей состояний каналов. Построены детерминированный процесс, имеющий смысл асимптотического среднего числа заявок в источнике повторных вызовов, диффузионный процесс авторегрессии, аппроксимирующий процесс изменения состояний сети связи в окрестности асимптотического среднего, а также диффузионный процесс, аппроксимирующий процесс изменения числа заявок в источнике повторных вызовов во всей области изменения состояний сети. Найдены его коэффициенты переноса и диффузии. Получены условия существования стационарного режима при различных режимах функционирования сети связи и найдено выражение для стацио-

нарной плотности распределения процесса изменения нормированного числа заявок в источнике повторных вызовов.

При условии перегрузки стационарного режима не существует.

При условии большой загрузки $\delta \to 0$ стационарный режим существует только при $\gamma > 0$, т.е. при $\lambda \uparrow S$.

$$H(x) = C \exp\left\{ -\frac{2A(S)}{B^2(S)} \gamma x \right\} -$$

плотность распределения вероятностей процесса $x(\tau)$ в стационарном режиме при условии большой загрузки. Данный результат полностью совпадает с полученным ранее в параграфе 3.3.

При условии критической загрузки $\delta = 1$ стационарный режим существует всегда, при любом знаке параметра γ.

$$H(x) = C \exp\left\{ -\frac{2A(S)}{B^2(S)} \left(\gamma x + S \frac{x^2}{2} \right) \right\} -$$

плотность распределения вероятностей процесса $x(\tau)$ в стационарном режиме при условии критической загрузки.

В главе 4 описаны и рассмотрены различные модели сетей передачи данных с протоколами случайного множественного доступа. Для исследования моделей применялся описанный в главах 1, 2 и 3 унифицированный метод асимптотического анализа. Применение разработанного подхода позволило получить основные вероятностно-временные характеристики моделей сетей связи с различными протоколами случайного множественного доступа и различными входными характеристиками, которые в дальнейшем могут быть использованы для задач разработки, проектирования, оптимизации параметров сетей с протоколом случайного множественного доступа. Результаты применения разработанного метода, касающиеся марковских моделей, для одноканальных сетей случайного множественного доступа с оповещением о конфликте совпадают с полученными ранее в работах А.А. Назарова, Н.М. Юревич, А.Н. Туенбаевой, С.У. Уразбаевой (для статического протокола) и С.Л. Шохора (для динамического протокола) более частными результатами для рассмотренных однолинейных моделей, что, безусловно, подтверждает результаты, полученные с использованием разработанного метода. Кроме однолинейных моделей сетей связи случайного множественного доступа с различными протоколами, были рассмотрены модели с дважды стохастическим входящим потоком, двулинейные модели двухканальных сетей связи, многолинейные модели для многоканальных сетей связи. Помимо иллюстрации применения унифицированного метода для исследования

различных моделей, в главе приведено описание явления трехстабильности, возникающее в двухканальных сетях случайного множественного доступа, проведено численное исследование одной из моделей сетей связи, а также проведено сравнение различных протоколов доступа для двухканальных сетей связи.

В главе 5 рассмотрено применение теории сингулярно возмущенных уравнений для доказательства основного предела в методе асимптотического анализа. Доказательство проведено на примере математической модели одноканальной сети связи с примитивным входящим потоком и статическим протоколом случайного множественного доступа. Аналогичным образом можно обосновать существование предела в методе асимптотического анализа и для других моделей сетей связи случайного множественного доступа с различными протоколами обслуживания.

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Назаров А.А., Цой С.А. Общий подход к исследованию марковских моделей сетей передачи данных, управляемых статическими протоколами случайного множественного доступа // Автоматика и вычислительная техника. – 2004. – № 4. – С. 73-85.
2. Назаров А. А., Цой С. А. Исследование математической модели двухканальной сети случайного доступа // Вестник Томского государственного университета. – Томск: Изд-во Томск. ун-та, 2003. – № 280. – С. 232-238.
3. Колоусов Д.В., Назаров А.А., Цой С.А. Исследование вероятностно-временных характеристик бистабильных сетей случайного доступа // Автоматика и телемеханика, 2006. – № 2. – С. 90-105.
4. Цой С.А. Применение общего подхода к сравнению функционирования двухканальных сетей случайного множественного доступа // Вестник Том. ун-та. Приложение. – 2005. – № 14. – С.271-274.
5. Назаров А. А., Цой С. А. Исследование математической модели двухканальной сети случайного доступа // Обработка данных и управление в сложных системах / Под ред. проф. А. Ф. Терпугова. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2003. – Вып. 5. – С. 124-135.
6. Цой С.А. Асимптотический анализ сетей связи с динамическим протоколом случайного множественного доступа при различных асимптотических условиях // Компьютерное моделирование 2005: Труды VI Международной научно-технической конференции. – СПб.: Изд-во Политехнического университета, 2005. – С.235-238.

7. Цой С. А. Явление трехстабильности в двулинейных сетях случайного доступа // Материалы Всероссийской научно-практической конференции «Наука и практика: диалоги нового века» Часть 3. Информационные технологии и математическое моделирование (14 ноября 2003 г., г. Анжеро-Судженск). – Томск: Твердыня, 2003. – С. 212-215.

8. Цой С. А. Исследование марковских моделей сетей связи с конечным числом станций // Материалы VIII Всеросс. научн.-практ. конф. «Научное творчество молодежи». – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2004. – 4.1. – С. 63-64.

9. Назаров А. А., Цой С. А. Общий подход к исследованию марковских моделей сетей связи, управляемых статистическими протоколами случайного множественного доступа // Материалы XLII международной научной студенческой конференции «Студент и научно-технический прогресс»: Математика. – Новосибирск: Новосиб. гос. ун-т, 2004. – С. 200-201.

10. Назаров А. А., Цой С. А. Исследование явления трехстабильности в двухканальных сетях связи с примитивным входящим потоком // Обработка данных и управление в сложных системах. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2004. – Вып. 6. – С. 149-160.

11. Tsoy S.A., Nazarov A.A. Common Approach to Markoff Models Investigation of Networks with Static Carrier Sence Multiple Access Protocols // Proceedings KORUS 2004. Vol. 1: 8th Korea-Russia International Symposium on Science and Technology KORUS 2004. — Томск: Изд-во ТПУ, 2004. — С. 168-170.

12. Цой С.А. Стационарный режим в сетях с динамическим протоколом случайного множественного доступа при различных асимптотических условиях // Материалы III Всероссийской научно-практической конференции ИТММ-2004. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2004. – Ч.2. – С. 45-48.

13. Цой С.А. Исследование математических моделей сетей связи с динамически протоколом случайного множественного доступа и конечным числом станций // Теоретическая и прикладная информатика. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2004. – Вып. 1. – С. 110-126.

14. Назаров А., Цой С. Общий подход к исследованию марковских моделей сетей случайного доступа с динамическим протоколом в условиях большой загрузки // Массовое обслуживание. Потоки, системы, сети: материалы междунар. науч. конф. «Математические методы повышения эффективности функционирования телекоммуникационных сетей». 22-24 февраля 2005 г. Минск. Вып. 18 / Отв. ред.: А.Н. Дудин. – Мн.: БГУ, 2005. – С. 162-167.

15. Назаров А.А., Цой С.А. Применение общего подхода к анализу однолинейной марковской модели сети связи с асинхронным дважды стохастическим входящим потоком // Научное творчество молодежи: Материалы IX Всероссийской научно-практической конференции (15-16 апреля 2005 г.) – Ч. 1. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2005. – С. 45-47.

16. Цой С.А. Общий подход к исследованию марковских моделей сетей связи, управляемых динамическим протоколом случайного множественного доступа // Материалы XLIII Международной научной студенческой конференции «Студент и научно-технический прогресс»: Математика. – Новосибирск: Новосиб. гос. ун-т, 2005. – С. 227-228.