На правах рукописи

Усманов Давид Бисенович

МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ КРУПНОГАБАРИТНОГО ТРАНСФОРМИРУЕМОГО РЕФЛЕКТОРА

01.02.04 — Механика деформируемого твердого тела

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Томск – 2006

Работа выполнена в Томском государственном университете.

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук, профессор

Скрипняк Владимир Альбертович

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук, профессор

Герасимов Александр Владимирович

кандидат физико-математических наук, ст.н. с.

Демидов Валерий Николаевич

Ведущая организация: НИИ Специального Машиностроения

МГТУ им. Н.Э. Баумана (г. Москва)

Защита состоится «15» декабря 2006 г. в 14 час. 30 мин. на заседании диссертационного совета Д 212.267.13 при Томском государственном университете по адресу: 634050, г. Томск, пр. Ленина, 36.

С диссертацией можно ознакомиться

в научной библиотеке Томского государственного университета по адресу:
г. Томск, пр. Ленина, 34а.

Автореферат разослан «13» ноября 2006 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета, д.т.н. Ю.Ф.Христенко

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы

Для современной спутниковой связи требуются крупногабаритные трансформируемые антенны с высокой точностью формы зеркала рефлектора. В реальной конструкции рефлектора геометрия отражающей гладкой поверхности зеркала аппроксимируется многоугольниками (фасетами) с криволинейными границами при использовании тонкой трикотажной металлической сетки, подкрепленной куполообразной предварительно-напряженной фермой из тонких нитей или лент.

Достижению высокого качества отражения электромагнитных волн от зеркала рефлектора препятствуют эффекты седлообразования формы отражающей сетки внутри границ фасетов, которые рассматриваются как подушкообразная дисторсия в направлении, противоположном кривизне отражающей поверхности. Такие отклонения характеризуются как систематические отклонения поверхности, т.е. являются присущими самой природе конструкции рефлектора, и, следовательно, подлежат контролю и коррекции в процессе проектирования. В условиях эксплуатации на орбите (воздействия температур, инерционных нагрузок и т.п.) отражающая поверхность будет испытывать дополнительные отклонения от проектной формы.

Актуальность работы вызвана необходимостью прогнозирования механического поведения рефлектора как сложной системы с целью проверки выполнения технических требований на различных стадиях эволюции проекта – от концепции до ее реализации. На основе математических моделей рефлектора становится возможным прогнозировать механическое поведение при наземных испытаниях, сложность которых, а в ряде случаев и невозможность их проведения в полном объеме, приводит к необходимости использовать результаты математического моделирования.

Цели работы

Разработка математической модели механического поведения крупногабаритного трансформируемого рефлектора на основе его представления в виде совместной системы деформируемых твердых тел различной пространственной размерности.

Разработка алгоритма пошагового расчета процесса деформирования конструкции рефлектора, включающего генерацию односвязных субдоменов размерно-редуцированных моделей конструктивных элементов рефлектора и их связывания в совместную систему.

Исследование напряженно-деформированного состояния конструкции крупногабаритного трансформируемого рефлектора при воздействии внутренних и внешних нагрузок.

Определение формы зеркала крупногабаритного трансформируемого рефлектора для различных деформированных конфигураций конструкции.

Научная новизна работы состоит в следующем:

1. Разработана новая математическая модель мембранно-вантовой конструкции рефлектора, позволяющая исследовать напряженно-деформированное состояние в ее элементах с учетом геометрической нелинейности и физической нелинейности механического поведения материалов.

2. Предложен новый алгоритм оценки равновесной формы зеркала рефлектора и необходимых усилий в конструкции для реализации данной формы при заданных уровнях напряженного состояния элементов конструкции.

3. Разработан метод многоуровневого моделирования совместной системы, позволяющий охватить многообразие возможных конфигураций и эволюцию сложной конструкции в процессе проектирования и при наземных испытаниях.

Обоснованность и достоверность полученных результатов подтверждается корректностью физической постановки задачи, применяемых моделей компонент конструкции рефлектора, корректностью математической постановки задач, согласием результатов моделирования с результатами, полученными при проектировании аналогичных конструкций, а также согласием полученных результатов с данными, полученными при использовании известных, апробированных численных алгоритмов.

Теоретическая ценность работы заключается в том, что разработанные модели и алгоритмы моделирования механического поведения конструкции крупногабаритного рефлектора позволяют применить численные методы анализа к задачам, не допускающим прямого аналитического исследования характера деформирования конструкции рефлектора.

Практическая значимость

Разработанная модель и алгоритм решения задачи о деформации конструкции крупногабаритного рефлектора охватывают широкий спектр задач проектирования, связанных с технологиями сборки рефлектора, настройки и регулировки формы зеркала, что, в конечном счете, позволяет повысить качество и оперативность проектных работ и достигать требуемых значений технических характеристик рефлектора. Разработанные математические модели и алгоритмы использованы при проведении проектных работ по созданию реального изделия в НПО прикладной механики им. акад. М.Ф. Решетнева (г. Железногорск Красноярского края). Материалы проведенных исследований используются в Сибирском государственном аэрокосмическом университете им. акад. М.Ф. Решетнева (г. Красноярск) на аэрокосмическом факультете при выполнении курсовых и дипломных работ.

На защиту выносятся:

1. Физико-математическая модель механического поведения пространственной вантово-оболочечной конструкции при конечных деформациях.

2. Метод моделирования механического поведения вантово-оболочечной конструкции в рамках многоуровневого подхода к сложным техническим системам, позволяющий рассчитывать напряженно-деформированное состояние элементов конструкции.

3. Алгоритм оценки равновесной формы отражающей поверхности трансформируемых рефлекторов спутников связи и необходимых для ее реализации усилий в элементах конструкции.

4. Результаты численного моделирования равновесной формы отражающей поверхности пространственной ободной конструкции рефлектора в условиях невесомости.

Апробация работы. Основные результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались:

1. На IX-ой Международной научной конференции, посвященной 45-летию Сибирского Государственного аэрокосмического ун-та им. акад. М.Ф. Решетнева 10-12 ноября 2005. Красноярск, 2005.

2. На объединенном семинаре кафедр «Механики деформируемого твердого тела», «Теории прочности и проектирования» ТГУ и отделов ФГНУ «НИИ прикладной математики и механики» 28 октября 2005г.

3. На объединенном семинаре кафедр «Механики деформируемого твердого тела», «Теории прочности и проектирования» ТГУ и отделов ОСП «НИИ прикладной математики и механики» ТГУ 4 октября 2006г.

4. На V-ой Всероссийской научной конференции «Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики» 3-5 октября 2006г. Томск, 2006.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 9 работ.

Структура и объем диссертации

Настоящая диссертационная работа состоит из введения, основного текста, заключения и списка литературы. Основной текст разбит на 5 глав и содержит 2 таблицы и 60 рисунков. Список литературы включает 69 наименований. Общий объем работы – 179 страниц.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы диссертации, сформулированы цель и задачи работы, изложены основные научные результаты, выносимые на защиту. Важный вклад в развитие постановок и методов исследования деформирования тонкостенных конструкций внесли Н.П. Абовский, В.З. Власов, Н.В. Баничук, В.Л. Бидерман, И.А. Биргер, В.В. Васильев, А.А. Ильюшин, Н.А. Кильчевский, А.И. Лурье, Д.Р. Меркин, Х.М. Муштари, В.В. Новожилов, А.А. Поздеев, Ю.Н. Работнов, Л.И. Седов, С.П. Тимошенко, П.В. Трусов, Ю.И. Няшин, T. Belytschko, C.A. Felippa, K.J. Bathe, A. Libai, E. Reissner, J.G. Simmonds, J.C. Simo и др. Вопросы нелинейного конечно-элементного анализа тонкостенных конструкций рассматривались в работах А.Д. Каплуна, Е.М. Морозова, С.П. Рычкова, Д.Г. Шимковича, S.N. Atluri, K.J. Bathe, T. Belytschko, M.A. Crisfield, A. Ibrahimbegovic, O.C. Zienkiewicz, и т.д. Необходимо отметить вклад в развитие методов проектирования и анализа тонкостенных крупногабаритных конструкций трансформируемых рефлекторов В.Г. Бутова, М.В. Гряника, В.И. Гуляева, В.И., В.Н. Зимина, А.В. Лопатина, С.В. Пономарева, В.А. Скрипняка, В.И. Усюкина, В.И. Халимановича, А.Г. Чернявского, А.К. Шатро-

ва, J.M. Hedgepeth, C.A. Felippa, J. Ruze, M.W. Thomson, G. Tibert, S. Pellegrino, и др.

В первой главе рассматриваются формулировки задач моделирования прецизионного трансформируемого антенного рефлектора, отражающая поверхность которого формируется из тонкой трикотажной сетки, подкрепленной предварительно-напряженной фермой из гибких элементов (тонкие нити, ленты и т.п.).

Необходимое качество отражения электромагнитных волн от трикотажной сетки достигается при определенном уровне ее натяжения, что исключает появление каких-либо складок на ее поверхности. С другой стороны, использование предварительно-напряженной фермы куполообразной формы для аппроксимации геометрии зеркала приводит к образованию фасетов (многоугольников) на отражающей поверхности, что вызывает подушкообразную дисторсию в направлении, противоположном кривизне отражающей поверхности как показано на рисунке 1 слева. Этот вид дисторсии зависит от натяжения отражающей поверхности, ее габаритов и кривизны.

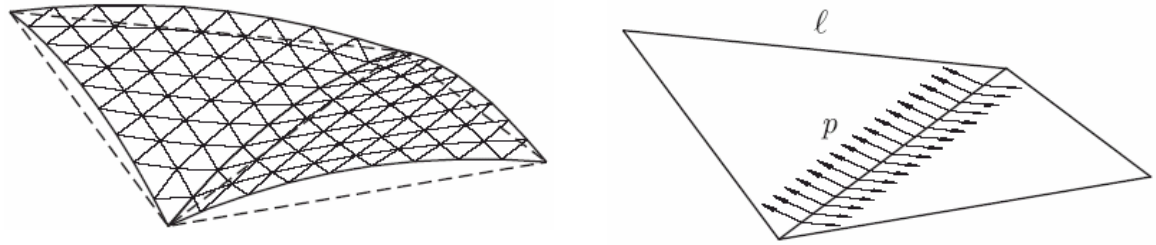

Рисунок 1-К эффекту подушки сетки из треугольных фасетов

Эффект силового воздействия напряженной трикотажной сетки на границу смежных фасетов можно представить в виде распределенной поперечной нагрузки p (рисунок 1 справа), которая стремится изогнуть эластичные границы фасетов вовнутрь (рисунок 1 слева), поскольку натяжение сетки меняет направление на границе. На величину прогибов влияет напряженное состояние элементов опорной сети вдоль границ фасетов. Чем выше уровень натяжения элементов опорной сети, тем жестче становятся границы фасетов. Явления такого рода являются характерными для фасетированных зеркал трансформируемых рефлекторов. Систематические отклонения отражающей поверхности от проектной формы зеркала должны находиться в пределах заданных допусков, что требует прогнозирования формы зеркала в процессе разработки и эксплуатации рефлектора.

В механике деформируемого твердого тела конструкция рассматривается как многосвязное сплошное тело, объединенное из отдельных односвязных областей одной пространственной размерности. Характеристики деформирования многосвязного сплошного тела могут быть получены с помощью методов анализа односвязных тел. В случае рефлектора многосвязное сплошное тело образуется из тонкостенных и гибких тел (мембранная оболочка, ванты и стержни).

Исходное (недеформированное) состояние многосвязного тела соответствует математически точной проектной геометрии односвязных тел и отождест-

вляется с отсчетной конфигурацией рефлектора, относительно которой определяются перемещения отражающей поверхности, представляющие собой систематические отклонения формы зеркала от идеального параболоида.

Задача отыскания отклонений отражающей поверхности от проектной геометрии формулируется как краевая задача для многосвязного деформируемого твердого тела с начальными напряжениями $\boldsymbol{\sigma}_0 \neq 0$, которые существуют в исходном состоянии этого тела, т.е. перед началом развития процесса деформирования. В такой задаче для тел многосвязной области могут быть дополнительно заданы массовые и поверхностные силы на поверхности $\Gamma_{\bar{t}}$, а также перемещения на поверхности $\Gamma_{\boldsymbol{u}}$, отсчитываемые от исходного состояния многосвязной области.

Определение напряжений в элементах опорной конструкции зеркала требует решения отдельных нелинейных начально-краевых задач. Получаемые при этом деформированные конфигурации элементов опорной конструкции зеркала должны максимально точно соответствовать конфигурации зеркала в исходном состоянии.

Для численного решения подобных нелинейных задач механики деформируемого твердого тела применяют линеаризацию нелинейной слабой формы, основанной на вариационных принципах. Это позволяет использовать метод конечных элементов для решения нелинейной задачи для многосвязного деформируемого твердого тела.

Во второй главе рассматривается формулировка задачи о движении обобщенного элемента конструкции рефлектора как деформируемого твердого тела на основе метода конечных элементов. Лагранжева формулировка предполагает, что уравнения сохранения выражены в терминах лагранжевых мер напряжений и деформаций в отсчетной конфигурации. Дискретизация элемента конструкции на основе лагранжевых сеток конечных элементов классифицируются на модифицируемую лагранжеву (UL) и полную лагранжеву (TL) формулировки.

Под деформированной конфигурацией Ω произвольного деформируемого твердого тела обычно понимается текущая конфигурация тела. Для тел совместной системы область Ω может быть одномерной, двумерной или трехмерной, т.е. Ω можно связать с отрезком, поверхностью, или объемом, соответственно. Граница области Γ будет соответствовать двум концевым точкам сегмента в одном измерении, кривой в двух измерениях, и поверхности в трех измерениях. Положение обобщенной материальной точки в деформированной конфигурации в момент времени t определяется радиус-вектором $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}(\boldsymbol{X}, t)$, где $\boldsymbol{X}$ - радиус-вектор данной точки в недеформированной (без напряжений) конфигурации. Если отсчетная конфигурация является идентичной начальной конфигурации, то $\boldsymbol{X} = \boldsymbol{x}(\boldsymbol{X}, 0)$ или $X_i = x_i(\boldsymbol{X}, 0)$.

В модифицируемой лагранжевой формулировке текущая область Ω разбивается на элементы Ω_e так, что $\Omega = \bigcup_e \Omega_e$, а движение $\boldsymbol{x}(\boldsymbol{X}, t)$ аппроксими-

руется выражением $\boldsymbol{x}(\boldsymbol{X},t)=N_I(\boldsymbol{X})\boldsymbol{x}_I(t)$, где $N_I(\boldsymbol{X})$ - интерполяционные функции (функции формы), $\boldsymbol{x}_I$ - радиус-вектор I-го узла.

Для дискретной модели текущей области Ω деформируемого твердого тела формулируется следующая стандартная задача с начальными условиями для дифференциальных уравнений первого порядка в скоростях и напряжениях:

$$\boldsymbol{M}_{IJ}\dot{\boldsymbol{v}}_J+\boldsymbol{f}_I^{int}=\boldsymbol{f}_I^{ext},\quad \forall(I,i)\notin\Gamma_{v_i} \tag{1}$$

$$v_i^0=v_i(\boldsymbol{X},0)=v_{iI}(0)N_I(\boldsymbol{X}),\ \boldsymbol{v}^0=\boldsymbol{v}(\boldsymbol{X},0)=\dot{\boldsymbol{u}}_I(0)N_I(\boldsymbol{X}), \tag{2}$$

$$\boldsymbol{\sigma}^{\nabla}(\boldsymbol{X}_{\boldsymbol{Q}})=\boldsymbol{f}\left(\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{X}_{\boldsymbol{Q}}),\boldsymbol{D}(\boldsymbol{X}_{\boldsymbol{Q}}),\ldots\right)\ \forall\ \boldsymbol{X}_{\boldsymbol{Q}}. \tag{3}$$

где $\boldsymbol{v}_I(t)$ - узловые скорости. Равенство (1) выражает баланс внутренних узловых сил $f_{iI}^{\text{int}}=\int_\Omega\frac{\partial N_I}{\partial x_j}\sigma_{ji}d\Omega$ и инерционных узловых сил $\boldsymbol{f}_I^{kin}=M_{IJ}\dot{\boldsymbol{v}}_J$, где $M_{ijIJ}=\delta_{ij}\int_\Omega\rho N_IN_Jd\Omega$ - матрица масс, с одной стороны, и внешних узловых сил $\boldsymbol{f}_I^{ext}=\int_\Omega N_I\rho\boldsymbol{b}d\Omega+\int_{\Gamma_{t_i}}N_I\boldsymbol{e}_i\cdot\overline{\boldsymbol{t}}d\Gamma$, где $\rho\boldsymbol{b}$ - массовая сила, $\overline{\boldsymbol{t}}$ - поверхностная сила, с другой стороны. Уравнение (3) выражает общую форму уравнения гипоупругого физического состояния материала, в котором $\boldsymbol{\sigma}^{\nabla}$ представляет объективную скорость напряжения Коши $\boldsymbol{\sigma}$ в точках квадратуры конечных элементов, определяемых аппроксимацией вида $\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{Q}}(t)=N_I(\boldsymbol{X}_{\boldsymbol{Q}})\boldsymbol{x}_I(t)$, $Q=1,\ldots,n_Q$. В (3) используются аппроксимации тензора скорости деформации $\boldsymbol{D}$ с компонентами $D_{ij}(\boldsymbol{X}_{\boldsymbol{Q}})=\frac{1}{2}(L_{ij}+L_{ji})=\frac{1}{2}(v_{iI}N_{I,j}+v_{jI}N_{I,i})$, где $L_{ij}=v_{iI}N_{I,j}(\boldsymbol{X}_{\boldsymbol{Q}})$ - аппроксимации компонент тензора градиента скорости деформации. Начальные условия в узлах и точках квадратуры конечных элементов $v_{iI}(0)=v_{iI}^0$, $\sigma_{ij}(\boldsymbol{X}_{\boldsymbol{Q}},t)=\sigma_{ij}^0(\boldsymbol{X}_{\boldsymbol{Q}})$, где v_{iI}^0 и $\sigma_{ij}^0(\boldsymbol{X}_{\boldsymbol{Q}})$ являются исходными данными и соответствуют начальным условиям (2).

В квазистатических задачах определяющие уравнения примут вид уравнений равновесия

$$f_{iI}^{int}=f_{iI}^{ext}\ \text{для}\ (I,i)\notin\Gamma_{v_i},\ \text{или}\ \boldsymbol{f}^{int}=\boldsymbol{f}^{ext}. \tag{4}$$

Если уравнения (3) не зависят от скоростей деформации, то дискретные уравнения равновесия представляют собой систему нелинейных алгебраических уравнений в напряжениях и перемещениях.

В третьей главе обосновывается применение алгоритмов неявных методов интегрирования уравнений динамики для решения нелинейных уравнений равновесия.

Для решения статических, так и динамических задач привлекается β-метод Ньюмарка для дискретного уравнения количества движения на $n+1$-шаге по времени в форме

$$\frac{s_D}{\beta\Delta t^2}\boldsymbol{M}\left(\boldsymbol{d}_{n+1}-\tilde{\boldsymbol{d}}_{n+1}\right)-\boldsymbol{f}^{ext}\left(\boldsymbol{d}_{n+1},t_{n+1}\right)+\boldsymbol{f}^{\text{int}}\left(\boldsymbol{d}_{n+1}\right)=\boldsymbol{r}, \qquad (5)$$

где переменные

$$\boldsymbol{d}_{n+1}=\tilde{\boldsymbol{d}}_n+\beta\Delta t^2\boldsymbol{a}_{n+1}, \qquad \tilde{\boldsymbol{d}}_{n+1}=\boldsymbol{d}_n+\Delta t\boldsymbol{v}_n+\frac{\Delta t^2}{2}(1-2\beta)\boldsymbol{a}_n, \qquad (6)$$

$$\boldsymbol{v}_{n+1}=\tilde{\boldsymbol{v}}_n+\gamma\Delta t\boldsymbol{a}_{n+1}, \qquad \tilde{\boldsymbol{v}}_{n+1}=\boldsymbol{v}_n+(1-\gamma)\Delta t\boldsymbol{a}_n, \qquad (7)$$

$$\boldsymbol{a}^{n+1}=\frac{1}{\beta\Delta t^2}\left(\boldsymbol{d}^{n+1}-\tilde{\boldsymbol{d}}^n\right) \qquad (8)$$

оцениваются на $(n+1)$-шаге интервала интегрирования по времени. В уравнении (5) номеру шага n соответствует момент времени t, номеру шага $n+1$ - момент времени $t+\Delta t$. При $s_D=0$ - задача считается статической, при $s_D=1$ - задача динамическая. Матрицы-столбцы $\boldsymbol{d}=\{\boldsymbol{u}_1,\boldsymbol{u}_2,...,\boldsymbol{u}_m\}^T$, $\boldsymbol{f}=\{\boldsymbol{f}_1,\boldsymbol{f}_2,...,\boldsymbol{f}_m\}^T$ и $\boldsymbol{r}=\{\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{r}_2,...,\boldsymbol{r}_m\}^T$ сформированы из узловых перемещений, сил и невязки, где m - число узлов. Параметры β и γ в (6)-(8) являются алгоритмическими параметрами, $\Delta t=t_{n+1}-t_n$. При $2\beta\geq\gamma>1/2$ алгоритм является безусловно устойчивым и диссипативным. Параметр γ контролирует искусственную вязкость (демпфирование), вносимое численным методом, для подавления шума в решении. Граничные условия по перемещениям могут быть представлены как совокупность n_{BC} нелинейных алгебраических уравнений вида

$$G_i\left(\boldsymbol{d}_{n+1}\right)=g_i,\ i=1,...,n_{BC}. \qquad (9)$$

При $s_D=0$ матричное уравнение (5) примет вид

$$\boldsymbol{f}^{\text{int}}\left(\boldsymbol{d}_{n+1}\right)-\boldsymbol{f}^{ext}\left(\boldsymbol{d}_{n+1},t_{n+1}\right)=\boldsymbol{r}\left(\boldsymbol{d}_{n+1},t_{n+1}\right), \qquad (10)$$

решение которого называют равновесным.

Для решения нелинейных алгебраических уравнений (5) используется метод Ньютона-Рафсона, идентичный методу Ньютона. Если записать уравнение (5) в виде алгебраического уравнения

$$\boldsymbol{r}=\frac{s_D}{\beta\Delta t^2}\boldsymbol{M}\left(\boldsymbol{d}_{n+1}-\tilde{\boldsymbol{d}}_{n+1}\right)-\boldsymbol{f}^{ext}\left(\boldsymbol{d}_{n+1},t_{n+1}\right)+\boldsymbol{f}^{\text{int}}\left(\boldsymbol{d}_{n+1}\right), \qquad (11)$$

то его решение методом Ньютона будет представлять собой итерационную процедуру. В качестве стартового значения обычно используется решение с последнего шага по времени, т.е. $\boldsymbol{d}^0_{n+1}=\boldsymbol{d}_n$. Линеаризация разложения в ряд Тейлора по $\boldsymbol{d}_\nu$ уравнения $\boldsymbol{r}\left(\boldsymbol{d}_\nu,t^{n+1}\right)=\boldsymbol{M}\boldsymbol{a}\left(\boldsymbol{d}_\nu,t_{n+1}\right)-\boldsymbol{f}^{ext}\left(\boldsymbol{d}_\nu,t_{n+1}\right)+\boldsymbol{f}^{\text{int}}\left(\boldsymbol{d}_\nu,t_{n+1}\right)$ для малых $\Delta\boldsymbol{d}=\boldsymbol{d}_{\nu+1}-\boldsymbol{d}_\nu$, где ν-номер итерации на $(n+1)$-шаге по времени, приводит к линейной модели нелинейных уравнений, $\boldsymbol{r}+\boldsymbol{A}\Delta\boldsymbol{d}=0$, тангенциальной к нелинейной функции невязки $\boldsymbol{r}$, где $\boldsymbol{A}=\frac{\partial\boldsymbol{r}}{\partial\boldsymbol{d}}$ или $A_{ab}=\frac{\partial r_a}{\partial d_b}$ - системная матрица Якоби. В результате решения уравнения $\boldsymbol{A}\Delta\boldsymbol{d}=-\boldsymbol{r}\left(\boldsymbol{d}_\nu,t_{n+1}\right)$, опре-

деляется инкремент $\Delta \boldsymbol{d}$, а новые значения $\boldsymbol{d}_{\nu+1}$ будут модифицироваться в виде $\boldsymbol{d}_{\nu+1} = \boldsymbol{d}_{\nu} + \Delta \boldsymbol{d}$. Процесс продолжается до тех пор, пока решение не будет получено с требуемым уровнем точности. Если решение не удовлетворяет критерию сходимости, то конструируется новая линейная модель, а текущее решение используется для отыскания другого инкремента $\Delta \boldsymbol{d}$. Для сходимости метода Ньютона требуется, чтобы все объекты в $\boldsymbol{r}\left(\boldsymbol{d}_{\nu}, t_{n+1}\right)$ и $\Delta \boldsymbol{d}$ были достаточно малы. Оба этих критерия проверяются при вычислениях. Для эффективного подавления шума в решении без деградации порядка точности, поддающейся непрерывному контролю, используется метод Hilber-Hughes-Taylor (HHT или α-метод).

Прерывание итерационной процедуры при неявном и равновесном решениях с использованием метода Ньютона определяется критериями сходимости**,** которые относятся к сходимости дискретного решения для уравнений вида $\boldsymbol{r}\left(\boldsymbol{d}^n, t^n\right) = 0$, а не к сходимости дискретного решения к решению дифференциальных уравнений в частных производных. Используются три типа критериев сходимости на основе l_2-норм: $\|\boldsymbol{r}\|_{l_2} \le \varepsilon \max\left(\|\boldsymbol{f}^{ext}\|_{l_2}, \|\boldsymbol{f}^{\text{int}}\|_{l_2}, \|\boldsymbol{M}\boldsymbol{a}\|_{l_2}\right)$ и $\|\Delta \boldsymbol{d}\|_{l_2} \le \varepsilon\left(\|\boldsymbol{d}\|_{l_2}\right)$, а также на основе $\left|\Delta \boldsymbol{d}^T \boldsymbol{r}\right| \le \varepsilon \cdot \max\left(W^{ext}, W^{\text{int}}, W^{kin}\right)$- ошибки по энергии измеряющей поток энергии, поступающий в систему в результате невязки. Норма l_2 контролирует среднюю ошибку по всем степеням свободы. Масштаб ошибок ε определяет точность, с которой вычисляются перемещения перед завершением итерационной процедуры.

Скорость сходимости итераций в методе Ньютона является квадратичной, если матрица Якоби $\boldsymbol{A}$ удовлетворяет определенным условиям: 1) $\boldsymbol{A}$ должна быть достаточно гладкой функцией $\boldsymbol{d}$; 2) $\boldsymbol{A}$ должна быть регулярной (инвертируемой) и хорошо-обусловленной во всей области пространства перемещений. В технических приложениях проблемы со сходимостью наиболее часто встречаются в статических задачах.

Получение матриц $\boldsymbol{K}^{\text{int}}$ и $\boldsymbol{K}^{ext}$ является задачей линеаризации для представления матрицы Якоби в виде $\boldsymbol{A} = \frac{S_D}{\beta \Delta t^2}\boldsymbol{M} + \boldsymbol{K}^{\text{int}} - \boldsymbol{K}^{ext}$ в интеграторе Ньюмарка, где $\boldsymbol{K}^{\text{int}} = \frac{\partial \boldsymbol{f}^{\text{int}}}{\partial \boldsymbol{d}}$ и $\boldsymbol{K}^{ext} = \frac{\partial \boldsymbol{f}^{ext}}{\partial \boldsymbol{d}}$- матрицы Якоби узловых внутренних и внешних сил или матрица тангенциальной жесткости и матрица жесткости нагрузок, соответственно.

При получении $\boldsymbol{K}^{\text{int}}$ скорости внутренних узловых сил $\dot{\boldsymbol{f}}^{\text{int}}$ связывают с узловыми скоростями $\dot{\boldsymbol{d}}$, что идентично связыванию инфинитезимального инкремента узловых сил $d\boldsymbol{f}^{\text{int}}$ с инфинитезимальным инкрементом узловых перемещений $d\boldsymbol{d}$, т.е. $d\boldsymbol{f}^{\text{int}} = \boldsymbol{K}^{\text{int}} d\boldsymbol{d}$, или $\dot{\boldsymbol{f}}^{\text{int}} = \boldsymbol{K}^{\text{int}} \dot{\boldsymbol{d}}$.

Полная лагранжева форма приводит к более простому пути получения $\boldsymbol{K}^{\text{int}}$, поскольку в выражении для внутренних узловых сил

$f_{iI}^{\text{int}} = \int\limits_{\Omega_0} \frac{\partial N_I}{\partial X_j} P_{ji} d\Omega_0 = \int\limits_{\Omega_0} B_{jI}^0 P_{ji} d\Omega_0$ или $\boldsymbol{f}^{\text{int}} = \int\limits_{\Omega_0} \boldsymbol{B}_0^T \boldsymbol{P} d\Omega_0$ тензор номинальных напряжений $\boldsymbol{P}$ является единственной варьируемой переменной при деформировании. Поэтому $\dot{\boldsymbol{f}}^{\text{int}} = \int\limits_{\Omega_0} \boldsymbol{B}_0^T \dot{\boldsymbol{P}} d\Omega_0$. В полной лагранжевой формулировке объективной скоростью напряжений является материальная производная по времени от второго тензора напряжений Пиола-Кирхгоффа $\boldsymbol{S}$. С учетом преобразования $\boldsymbol{P} = \boldsymbol{S} \cdot \boldsymbol{F}^{\boldsymbol{T}}$ скорость внутренних узловых сил $\dot{\boldsymbol{f}}^{\text{int}}$ (или инкремент) будет состоять из двух частей:

$$\dot{f}_{iI}^{mat} = \int\limits_{\Omega_0} \frac{\partial N_I}{\partial X_j} F_{ir} \dot{S}_{jr} d\Omega_0 ; \tag{12}$$

$$\dot{f}_{iI}^{geo} = \int\limits_{\Omega_0} \frac{\partial N_I}{\partial X_j} S_{jr} \dot{F}_{ir} d\Omega_0 . \tag{13}$$

В выражении (12) присутствует скорость напряжений $\dot{\boldsymbol{S}}$, что приводит к понятию матрицы тангенциальной жесткости материала

$$\boldsymbol{K}_{int}^{mat} = \frac{\partial \boldsymbol{f}_{mat}^{\text{int}}}{\partial \boldsymbol{d}} = \int\limits_{\Omega_0} \boldsymbol{B}_0^T \left[\boldsymbol{C}^{\boldsymbol{SE}} \right] \boldsymbol{B}_0 d\Omega_0 \text{ или } \boldsymbol{K}_{IJ}^{mat} = \frac{\partial \boldsymbol{f}_{(mat),I}^{\text{int}}}{\partial \boldsymbol{d}_J} = \int\limits_{\Omega_0} \boldsymbol{B}_{0I}^T \left[\boldsymbol{C}^{\boldsymbol{SE}} \right] \boldsymbol{B}_{0J} d\Omega_0 , \tag{14}$$

связывающей инкременты (или скорости) внутренних узловых сил с инкрементами (или скоростями) перемещений вследствие сопротивления материала, что отражается в тангенциальном тензоре упругих модулей $\boldsymbol{C}^{\boldsymbol{SE}}$, который входит в уравнение физического состояния материала

$$\dot{S}_{ij} = C_{ijkl}^{SE} \dot{E}_{kl} \text{ или } \left\{ \dot{\boldsymbol{S}} \right\} = \left[\boldsymbol{C}^{\boldsymbol{SE}} \right] \left\{ \dot{\boldsymbol{E}} \right\}, \tag{15}$$

где C_{ijkl}^{SE} - тангенциальные модули. В интеграле (13) присутствует текущее напряженное состояние $\boldsymbol{S}$, учитывающее геометрические эффекты деформации (повороты и растяжения), что приводит к матрице геометрической жесткости $\boldsymbol{K}^{geo}$, отражающей геометрические нелинейности

$$\boldsymbol{K}_{IJ}^{geo} = \boldsymbol{I} \int\limits_{\Omega_0} \boldsymbol{B}_{0I}^T \boldsymbol{S} \boldsymbol{B}_{0J} d\Omega_0 \tag{16}$$

и связывающей инкременты (или скорости) внутренних узловых сил с инкрементами (или скоростями) перемещений $\dot{\boldsymbol{f}}_I^{geo} = \boldsymbol{K}_{IJ}^{geo} \dot{\boldsymbol{u}}_J$ вследствие геометрических эффектов деформации. $\boldsymbol{K}^{geo}$ также называют матрицей начальных напряжений, чтобы подчеркнуть роль текущего напряженного состояния.

Матрицы жесткости $\boldsymbol{K}^{mat}$ и $\boldsymbol{K}^{geo}$ приведены в терминах отсчетной конфигурации, т.е. для полной лагранжевой формулировки. Для их конвертирования в формат модифицируемой лагранжевой формулировки достаточно рассматривать текущую конфигурацию в качестве отсчетной в фиксированный момент времени t. В этой ситуации, $\boldsymbol{K}^{mat}$ и $\boldsymbol{K}^{geo}$ будут определяться выражениями

$$\boldsymbol{K}_{IJ}^{mat} = \int\limits_{\Omega} \boldsymbol{B}_I^T \boldsymbol{C}^{\sigma T} \boldsymbol{B}_J d\Omega , \; \boldsymbol{K}_{IJ}^{geo} = \boldsymbol{I} \int\limits_{\Omega} \boldsymbol{B}_I^T \boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{B}_J d\Omega . \tag{17}$$

Численные значения матриц в полной и модифицируемой лагранжевой форме являются идентичными, а выбор между ними делается из соображений удобства. Таким образом, матрица Якоби внутренних узловых сил или матрица тангенциальной жесткости дискретной модели для геометрически нелинейных краевых задач механики деформируемого твердого тела будет иметь структуру

$$\boldsymbol{K}^{\text{int}} = \boldsymbol{K}^{mat} + \boldsymbol{K}^{geo}. \qquad (18)$$

Предложено разбивать многосвязную область на систему непересекающихся субдоменов. Внутри каждого субдомена отыскивается равновесное решение для геометрически сильно-нелинейной задачи на n-ом шаге квазивременного интервала. На этом шаге структура и количество субдоменов обеспечивают сходимость алгоритма Ньютона-Рафсона при решении системы алгебраических уравнений. Полученное решение в конце данного шага служит начальным приближением для запуска итерационной процедуры решения квазистатической задачи для многосвязной области с новой структурой субдоменов на следующем шаге. На последнем шаге квазивременного интервала остается один субдомен, совпадающий с исследуемой многосвязной областью.

Такой алгоритм разбиения многосвязной области позволяет проводить эффективный в смысле вычислительных затрат анализ напряженно-деформированного состояния, который соответствует вычислительной технологии на основе декомпозиции математической модели совместной системы. При этом вычислительная эффективность обычно обеспечивается расщеплением задачи по псевдо-временному параметру на ряд этапов эволюции дискретной модели. Таким образом, поиск равновесной конфигурации многосвязного тела представляет процесс преобразования этого тела из начальной конфигурации в конечную конфигурацию или эволюцию внутри квазивременного интервала. Равновесная конфигурация дискретной системы на текущем этапе ее эволюции определяется условиями равновесия (10) в каждом узле с учетом граничных условий (9). В начале каждого этапа эволюции формы конструкции конфигурация совместной системы считается известной.

Связывание моделей различной пространственной размерности в многосвязную систему предлагается осуществлять математически корректными способами: 1) объединение моделей тел с одинаковым количеством степеней свободы; 2) объединение моделей тел с использованием уравнений связей; 3) объединение моделей тел сочетанием двух первых способов.

Первый способ объединения моделей зависит от программной реализации, но упрощает интерфейсы между моделями различной геометрической размерности. Его можно использовать для формирования многосвязной области из вант и мембран, а также различных моделей сред «нулевой» размерности – сосредоточенных масс и механизмов (устройств и т.п.), но он не всегда приводит к построению полномасштабной модели конструкции.

Второй способ является программно-независимым способом для связывания моделей смешанной пространственной размерности с использованием уравнений связей, обеспечивающих статическое равенство механических работ, совершаемых силами с каждой стороны интерфейса. Такое связывание является

возможным в силу наличия необходимого числа степеней свободы для точек связываемых сред различной размерности. Этот способ, несмотря на трудоемкость, может привести к полномасштабной вычислительной модели конструкции в форме многосвязной области, но требует тщательной и кропотливой разработки моделей автономных компонент, их интерфейсов с обеспечением геометрической совместности сред различной пространственной размерности.

Третий способ вытекает из рассмотрения преимуществ и недостатков первых двух, повышает гибкость и эффективность моделирования. Здесь часть моделей компонент конструкции различной геометрической размерности можно объединить по первому способу в промежуточные структуры (подсистемы), а для завершения построения полномасштабной модели сложной конструкции использовать второй способ связывания. При этом достигается определенный уровень декомпозиции совместной системы, допускающий рассмотрение автономной эволюции отдельных подсистем в процессе итерационного проектирования сложной системы с обеспечением интерфейсной совместимости между подсистемами.

В зависимости от способа связывания дискретных моделей односвязных тел и реализации алгоритмов численной алгебры число уравнений связей может быть $n_C = n_{BC}$ (первый способ) или $n_C > n_{BC}$ (второй и третий способы). В аналитическом виде основное содержание условий равновесия совместной системы будет заключаться в выполнении следующих равенств

$$\boldsymbol{f}^{\text{int}} - \boldsymbol{f}^{ext} + \boldsymbol{\lambda}^T \frac{\partial \boldsymbol{g}}{\partial \boldsymbol{d}} = 0. \tag{19}$$

$$g_I = 0, \quad I = 1,...,n_c \tag{20}$$

Уравнения (19)-(20) образуют систему $\left(n_{dof} + n_c\right)$ алгебраических уравнений. Согласно (19) связи вводят дополнительные силы $\lambda_I \, \partial g_I / \partial d_a$, которые представляют собой линейную комбинацию множителей Лагранжа. Если связи являются линейными, то дополнительные силы не зависят от узловых перемещений. В общем случае линейная модель системы будет выглядеть как

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{A} + \lambda_I \boldsymbol{H}_I & \boldsymbol{G}^T \\ \boldsymbol{G} & \boldsymbol{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \boldsymbol{d} \\ \Delta \boldsymbol{\lambda} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \boldsymbol{-r - \lambda^T G} \\ \boldsymbol{-g} \end{Bmatrix}, \tag{21}$$

где $\boldsymbol{G} = \left[G_{Ia}\right] = \left[\dfrac{\partial g_I}{\partial d_a}\right]$, $\boldsymbol{H}_I = \left[H_{ab}\right]_I = \left[\dfrac{\partial^2 g_I}{\partial d_a \partial d_b}\right]$, $\boldsymbol{A} = \boldsymbol{K}^{\text{int}} - \boldsymbol{K}^{ext}$.

Приближенное решение уравнений (21) определяет равновесную конфигурацию совместной системы на текущем шаге, а реакции связей – необходимые силы и моменты в интерфейсных узлах компонент совместной системы для обеспечения равновесия на текущем шаге. Для запуска итерационного процесса для решения системы (21) на шаге $n = 1$ должна быть известна начальная информация в момент времени t_0=0 об отсчетной конфигурации совместной системы, которая соответствует отсчетным конфигурациям каждого субдомена многосвязной области. Такая информация считается нулевым или начальным

приближением и используется для генерации матриц жесткости (якобианов внутренних узловых сил) $\boldsymbol{K}^{geo}$ и $\boldsymbol{K}^{mat}$.

В четвертой главе рассматриваются нелинейные дискретные модели тонкостенных и гибких тел как односвязных областей с большими поворотами и малыми деформациями с использованием метода конечных элементов. В коротационной формулировке элементные перемещения разлагаются на движение абсолютно жесткого тела и компоненты чистой деформации. Такая декомпозиция достигается связыванием уникальной коротационной системы координат с каждым элементом, которая подвергается большим перемещениям и поворотам, но не деформируется с элементом. Таким образом, геометрическая нелинейность полностью вводится через вращение системы координат, связанной с элементом, а деформации элемента являются чистыми. Поскольку чистые деформации всегда являются малыми величинами относительно размеров элемента, то могут быть использованы стандартные меры малых деформаций. Этот факт упрощает определяющие уравнения, а соответствующий метод обладает существенными преимуществами в скорости вычислений.

Трикотажная сетка зеркала рефлектора в свободном недеформированном состоянии обладает малой изгибной жесткостью, не воспринимает заметных изгибающих моментов и сжимающих усилий, следовательно, ее механическое поведение в таком состоянии можно описать на основе модели мягкой оболочки. Физические условия закрепления краев мягкой оболочки на границах фасетов исключают бесконечно малые изгибания ее срединной поверхности, что позволяет рассматривать ее напряженное состояние безмоментным.

Задачу определения формы тонкой предварительно-напряженной мембраны внутри жестких границ произвольного фасета можно связать с определением минимальной поверхности, ограниченной заданным контуром, площадь которой является минимальной среди возможных поверхностей в этом контуре.

Соответствующая статическая задача для мембранной оболочки опертой по краям фасета формулируется как задача по отысканию оптимального распределения поля перемещений при заданном распределении поля напряжений. Таким образом, определение формы тонкой предварительно-напряженной мембраны внутри криволинейных границ фасетов и определение деформированной геометрии границ фасетов имеют общую математическую природу.

Допустимый уровень напряженного состояния элементов опорной конструкции отражающей поверхности ограничивается несущей способностью материала этих элементов и возможностями механизма развертывания рефлектора.

В практических вычислениях преимущественно используется ортонормальная параметризация срединной поверхности оболочки. При таком выборе базисных векторов удается выразить результаты как можно проще и непосредственнее. Поскольку на общей криволинейной поверхности невозможно построить единую ортонормальную систему координат, то используется отдельная система базисов в каждой рассматриваемой точке тела. В случае конечных элементов она строится в каждой точке численного интегрирования при вычислении интегралов узловых сил и элементных матриц. Такие упрощения требуют умеренных вычислительных затрат.

На основании выражения виртуальной мощности внутренних сил мембранной оболочки, находящейся в плоско-напряженном состоянии, и с учетом симметрии тензора напряжений Коши $\boldsymbol{\sigma}$ оцениваются результирующие мембранные силы $N_{\alpha\beta}$, с помощью которых определяются параметры натяжения трикотажной сетки.

Конечно-элементная аппроксимация выражения виртуальной мощности позволяет оценить внутренние узловые силы $f_{\alpha I}^{\text{int}}$ для каждого I-го узла, отражающие напряжения в мембранной оболочке. Для моделирования зеркала рефлектора используются мембранные конечные элементы общего назначения (т.е. не осесимметричные и не цилиндрические).

Описание механического поведения стержневых элементов основано на гипотезах геометрически точной теории балок, реализованной в современном программном обеспечении:

1) поперечное сечение балки остается плоским и жестким (гипотеза плоских сечений). Эта гипотеза «справедлива» на практике для гибких и тонких балок или стержней, поперечное сечение которых может подвергаться деформации типа депланации вследствие кручения;

2) поперечное сечение балки может иметь произвольную форму, инвариантную и непрерывную вдоль оси балки. Ось балки остается гладкой пространственной кривой при деформировании. Эта гипотеза позволяет применять теорию балок для переменных поперечных сечений вместе с гипотезой о жестком поперечном сечении, не используемой в формулировке в явном виде, за исключением того, что локальные системы координат изменяются непрерывно вдоль отсчетной оси балки, а боковая поверхность является кусочно-гладкой поверхностью.

Положения геометрически точной теории балок охватывают всевозможные конфигурации сечений для гибких элементов. Элементы вантовой структуры моделируются ферменными конечными элементами, деформации которых определяются осевым растяжением. При связывании субдоменов из таких конечных элементов используются только трансляционные степени свободы.

В пятой главе представлена реализация алгоритмов моделирования напряженно-деформированного состояния для офсетного крупногабаритного трансформируемого рефлектора. Мембранная оболочка зеркала представлена многосвязной областью из треугольных фасетов. Фасеты как односвязные области (рисунок 3) связываются с многосвязной областью фронтальной сети (рисунок 4) из тонких нитей, совпадающие с границами фасетов.

Для аппроксимации поверхности зеркала фронтальная сеть удерживается в напряженном состоянии системой сил, приложенных в ее узлах посредством растяжек (тонких нитей), связанных с зеркально-симметричной тыльной сетью (многосвязной областью).

Система опорных сетей и растяжек образует многосвязную область (рисунок 5), представляющей собой опорную структуру зеркала. Опорные сети (фронтальная и тыльная) стыкуются с ферменным ободом из тонкостенных трубок, который состоит из 30 прямоугольных секций с телескопическими диа-

гоналями. Ферменный обод также рассматривается как многосвязная область, образованная прямолинейными балочными конечными элементами (рисунок 6).

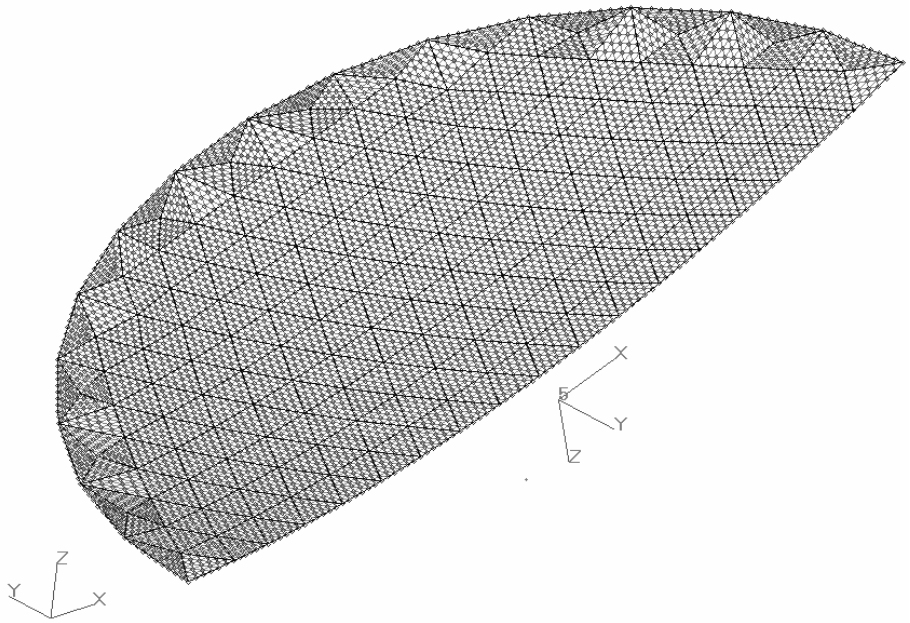

Рисунок 3- Многосвязная область мембранной оболочки

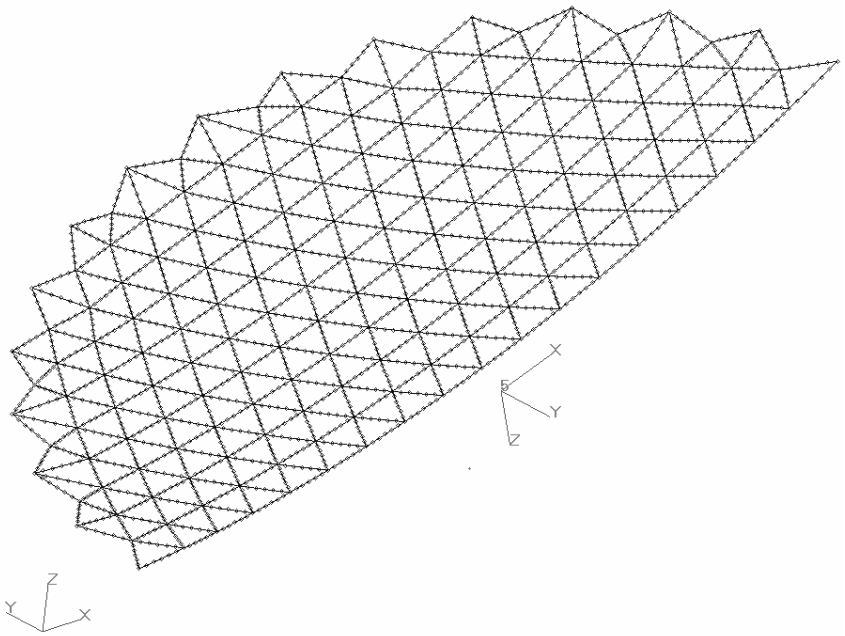

Рисунок 4- Многосвязная область фронтальной сети

Формирование многосвязной области ободной фермы основано на использовании предложенных способов связывания. Связывание по первому способу предполагает, что концевые узлы стержней сходятся в данном соединении.

Связывание по второму способу предполагает, что концевые узлы стержней в данном соединении могут не совпадать, а физические соединения (фитинги) обеспечивают статическое равенство механических работ, совершаемых силами с каждой стороны интерфейса. Фитинги, устройства и механизмы моде-

лируются конечными элементами «нулевой» размерности и локализованы в местах соединений элементов ободной фермы.

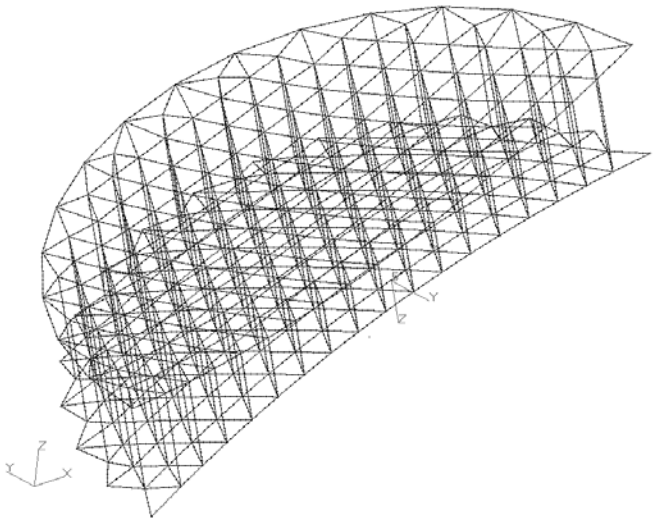

Рисунок 5- Многосвязная область опорной структуры зеркала

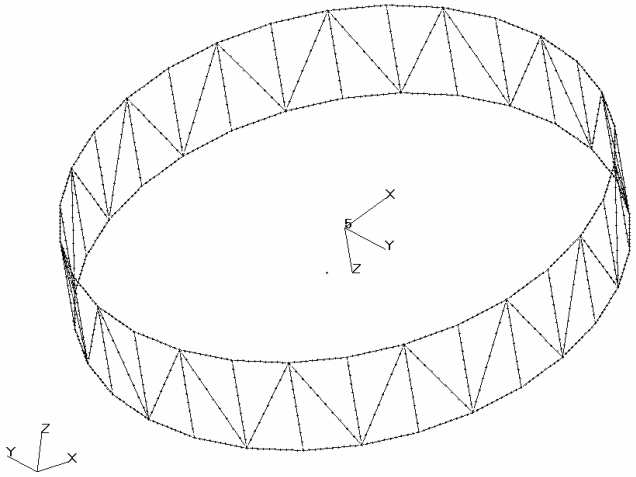

Рисунок 6- Многосвязная область ферменного обода

Вантовые элементы опорной структуры зеркала моделируются двухузловыми ферменными конечными элементами, работающими только на растяжение. Схема нагружения произвольного вантового элемента приведена на рисунке 7.

Для аппроксимации проектной геометрии зеркала ее фронтальная сеть (ферма) должна приобрести на заключительном этапе развертывания рефлектора куполообразную конфигурацию, в которой все элементы сети должны находиться в состоянии растяжения.

Напряжения в элементах каждой опорной сети определяются в результате решения отдельной квазистатической задачи для соответствующего многосвязного тела с начальными условиями в перемещениях. Начальные условия $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{X},0)=\boldsymbol{u}_{\boldsymbol{0}}(\boldsymbol{X})$ определены в терминах расстояний, на которые необходимо переместить узлы опорной сети, параллельно продольной оси ободной фермы,

для их совмещения с точкой, лежащей на поверхности идеального параболоида (рисунок 8 слева).

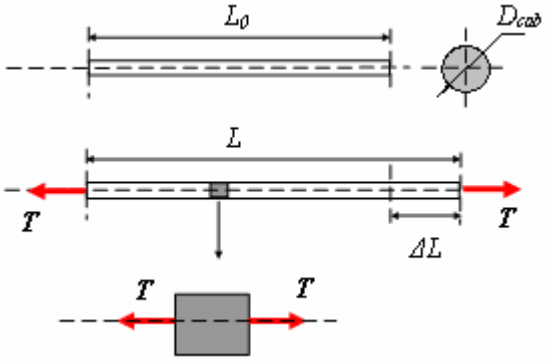

Рисунок 7- Условия равновесия вантового элемента

Результаты решения данной задачи совпадают с результатами решения задачи по моделированию монтажных операций, в результате которых расстояния между каждой парой противолежащих узлов двух зеркально-симметричных опорных сетей (фронтальной и тыльной) становятся равными длинам соответствующих растяжек. В каждой напряженной вантовой сети треугольники являются плоскими фигурами.

Полученные напряжения в опорных сетях (рисунок 8 справа) используются в качестве начальных условий для определения напряженно-деформированного состояния многосвязного тела, которое образуется связыванием опорной структуры зеркала и мембранной оболочки, составляющую важную с технической точки зрения подсистему А рефлектора.

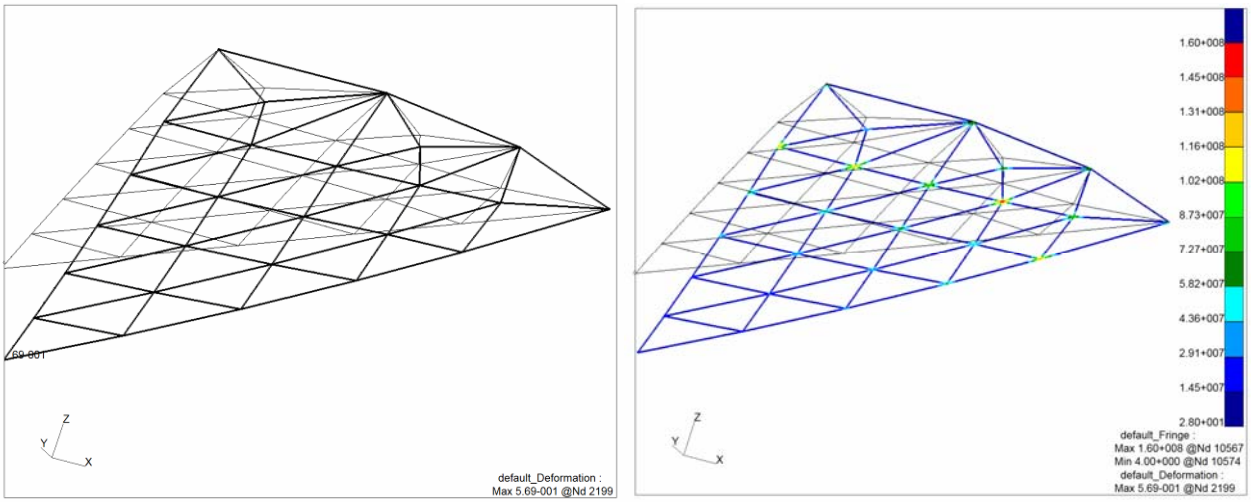

Рисунок 8 - Деформированная конфигурация (слева) и «монтажные» напряжения в элементах (справа) фрагмента фронтальной сети

Отсчетная конфигурация для данной многосвязной области соответствует проектной геометрии каждой из ее областей, при этом положение узлов опорных сетей в деформированной конфигурации точно соответствуют их положению в отсчетной конфигурации данной модели. Эта информация служит для запуска итерационной процедуры решения квазистатической задачи по установлению равновесия в совместной системе. Взаимодействие с ободной фермой

имитируется граничными условиями, заданными в интерфейсных узлах опорных сетей. В отсутствие массовых и поверхностных сил решение квазистатической задачи определяет базовое напряженно-деформированное состояние, обусловленное сугубо внутренними усилиями в узлах конечных элементов. Шаги получения решения квазистатической задачи соответствуют этапам эволюции субдоменов многосвязной области модели (рисунок 9).

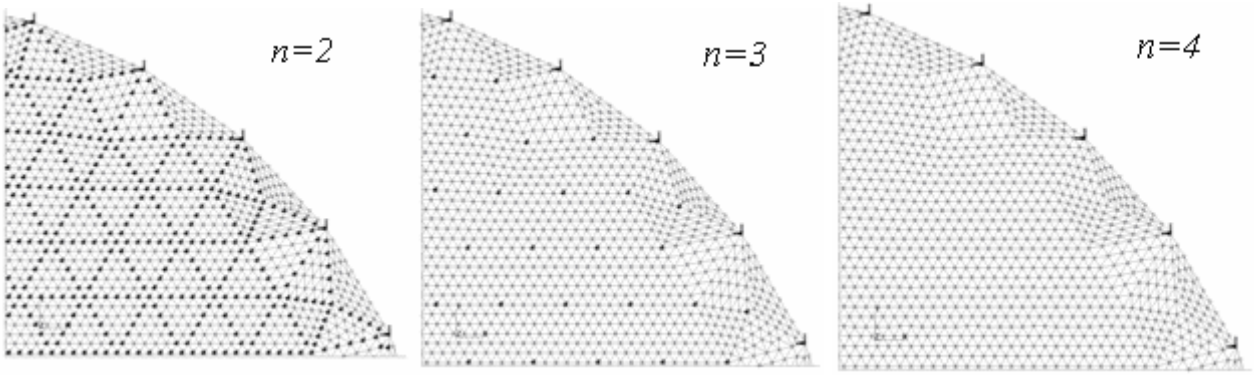

Рисунок 9 – Эволюция субдоменов многосвязной области

На шаге $n=1$ оценивается подушкообразная дисторсия мембранной оболочки внутри жестких криволинейных границ фасетов. На шаге $n=2$ уточняется напряженно-деформированное состояние мембранной оболочки и периферийного шнура. На шаге $n=3$ уточняется напряженно-деформированное состояние многосвязной области модели, граничные условия для которого заданы в узлах связывания опорных сетей и растяжек, а также в точках интерфейса с ободной фермой.

На шаге $n=4$ уточняется напряженно-деформированное состояние многосвязной области модели в отсутствие внешних сил (в невесомости). Граничные условия заданы в точках интерфейса с ободной фермой. Напряженно-деформированное состояние модели в конце шага $n=4$ рассматривается как базовое. Деформированная геометрия зеркала и напряжения в элементах фронтальной сети соответствует равновесному состоянию модели, полученному в конце шага $n=4$ (рисунок 10).

Максимальные эффекты силового взаимодействия между связанными телами рассматриваемого многосвязного тела определяются в терминах сил реакций в закрепленных узлах (рисунок 11).

При объединении многосвязного тела подсистемы А с подсистемой В ферменного обода (рисунок 6) с использованием классического метода множителей Лагранжа формируется модель сборки рефлектора. Граничные условия определяются в узлах ободной фермы в точках ее интерфейса с мачтой. Физические соединения (устройства) между подсистемами А и В допускают связывание не совпадающих интерфейсных узлов компонент рефлектора (рисунок 12). Концевые узлы вертикальной стойки ободной фермы используется для связывания сопрягаемых с ним интерфейсных узлов модели опорной конструкции зеркала.

Отсчетная конфигурация многосвязной области сборки рефлектора для получения решения квазистатической задачи соответствует проектной конфигурации рефлектора.

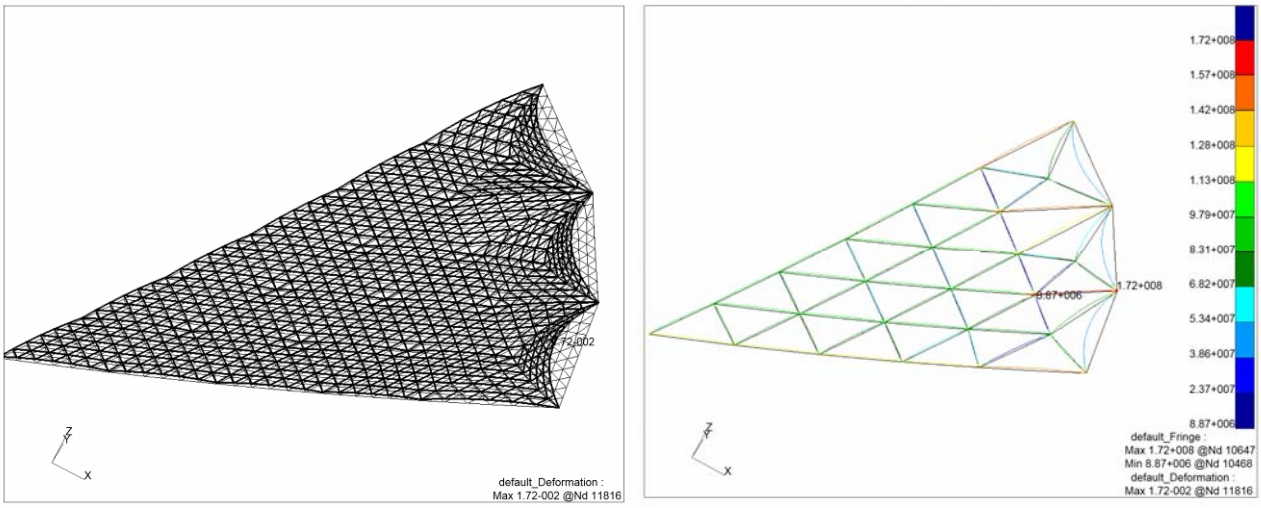

Рисунок 10 – Равновесная форма (слева) и напряжения (справа) для фрагмента многосвязной области в конце шага n=4

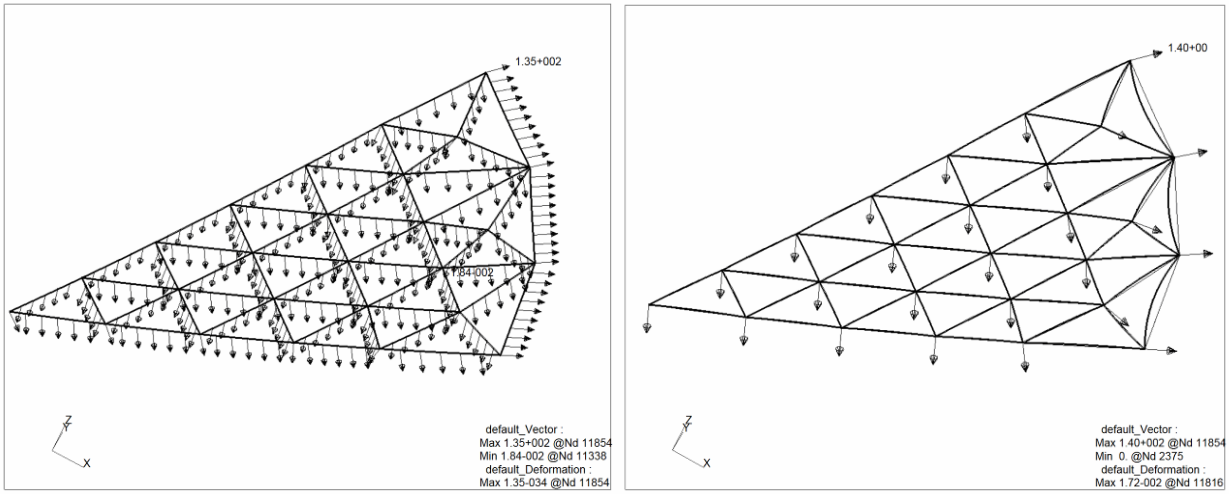

Рисунок 11 – Реакции связей (в Н) в закрепленных узлах фрагмента многосвязной области в конце шага n=1 (слева) и в конце шага n=3 (справа)

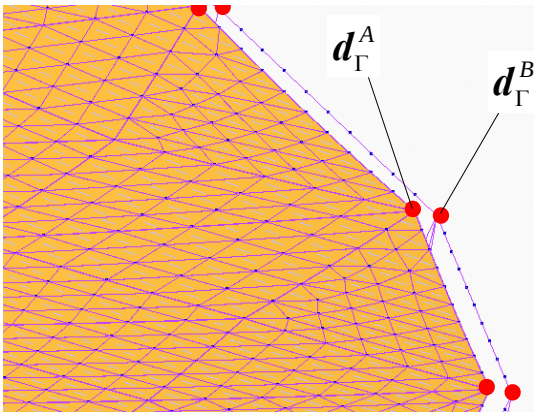

Рисунок 12- Интерфейсные узлы двух подсистем A и B

Начальные условия квазистатической задачи для многосвязной области системы A+B соответствуют начальным условиям для подсистемы A. В отсутствие массовых и поверхностных сил решение квазистатической задачи определяет базовое напряженно-деформированное состояние, которое соответствует аналогичному состоянию подсистемы A. Количество шагов квазивременного интервала увеличивается для обеспечения сходимости итераций метода Ньютона-Рафсона при соблюдении определенной симметрии изменения границ субдоменов.

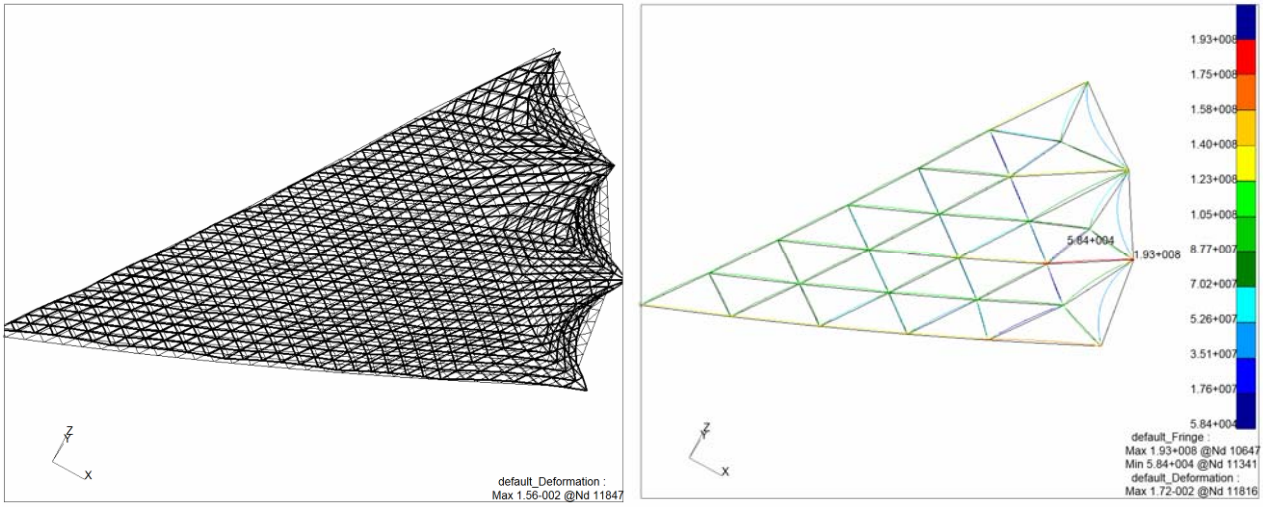

Рисунок 13 – Равновесная форма (слева) и напряжения (справа) для фрагмента многосвязной области в конце квазивременного интервала

Решение квазистатической задачи в конце последнего шага квазивременного интервала определяет глобальное равновесное состояние многосвязной области рефлектора. Результаты решения квазистатической задачи по определению равновесной формы зеркала и напряженного состояния в элементах опорной структуры зеркала (рисунок 13) отличаются от аналогичных результатов, полученных для подсистемы A (рисунок 10).

С использованием концепции базового напряженного состояния сборки рефлектора становится возможным прогнозирование его механического поведения при разнообразных внешних воздействиях, связанных с условиями испытаний и эксплуатации на орбите. Полученная таким образом информация может быть использована для выработки рекомендаций по повышению точности формы зеркала рефлектора, разработки технологий сборки конструкции, при планировании наземных испытаний, а также для интерпретации результатов экспериментальных исследований и натурной эксплуатации. Она также служит основой для проверки выполнения других технических требований к конструкции (прочности элементов конструкций и их соединений, жесткости в терминах низших собственных частот и других характеристик).

Основные результаты работы:

1. Разработана математическая модель вантово-оболочечной конструкции рефлектора, позволяющая исследовать напряженно-деформированные состояния элементов с учетом геометрической нелинейности и физической нелиней-

ности механического поведения материалов. Конечно-элементная модель механического поведения вантово-оболочечной конструкции рефлектора как многосвязного деформируемого твердого тела создается в результате объединения размерно-редуцированных математических моделей конструктивных элементов рефлектора.

2. Получено численное решение нелинейных квазистатических задач по определению равновесного состояния конструкции рефлектора как многосвязного твердого деформируемого тела с использованием расщепления квазивременного интервала на последовательность шагов, определяющих эволюцию напряженно-деформированного состояния конструкции.

3. Разработан алгоритм пошагового моделирования процесса деформирования трансформируемой конструкции рефлектора. В процессе эволюции конструкции рефлектора совокупность односвязных областей совместной системы на каждом шаге квазивременного интервала преобразуется в окончательную деформированную конфигурацию. Число шагов квазивременного интервала определяется сходимостью итерационной процедуры Ньютона-Рафсона для решения уравнений равновесия. Деформированная конфигурация совместной системы односвязных областей на момент окончания предыдущего шага становится отсчетной конфигурацией («начальным приближением») для текущего шага.

4. Промежуточные подсистемы в виде ансамбля (сборки) односвязных областей различной пространственной размерности можно сформировать объединением односвязных областей с одинаковым количеством степеней свободы, а также с использованием уравнений связей для степеней свободы в интерфейсных узлах различных типов конечных элементов.

5. Показано, что декомпозиция совместной системы на совокупность подсистем допускает их автономную эволюцию в процессе проектирования сложной конструкции с сохранением интерфейсной совместимости между ними, что повышает гибкость и эффективность моделирования и сокращает временные затраты.

6. Получено решение обратной задачи определения формы зеркала рефлектора численным методом на основе процедур неявного интегрирования уравнений динамики совместной системы односвязных областей.

7. С использованием разработанной модели выполнены расчеты параметров напряженно-деформированного состояния реальной конструкции крупногабаритного трансформируемого рефлектора и формы ее отражающей поверхности для различных условий эксплуатации с учетом технических требований. Предложены рекомендации по формированию начальной конфигурации конструкции, обеспечивающие выполнение технических требований. На основании проведенных расчетов предложены рекомендации по способам точной настройки рефлектора в наземных условиях.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Пономарев С.В., Скрипняк В.А., Усманов Д.Б. Функционал для отыскания формы равнонапряженной мембраны// Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики: Доклады конференции. -Томск: Изд-во ТГУ, 2002. –С. 180-181.

2. Пономарев С.В., Скрипняк В.А., Усманов Д.Б. О методах расчета НДС тонких мембран//Сб. докладов конференции “ Физика и химия высокоэнергетических систем”. -Томск: ТГУ, 2003.-С.97-98.

3. Бутов В.Г., Бухтяк М.С., Жуков А.П., Пономарев С.В., Сидоренко Ю.Н., Солоненко В.А., Усманов Д.Б. Моделирование формы отражающей поверхности трансформируемых рефлекторов. Краевые задачи и математическое моделирование// Сб. тр. 6-ой Всерос. науч. конф. 29 ноября – 1 декабря 2003 г. Краевые задачи и методы их решения / НФИ КемГУ; Под ред. В.О.Каледина. –Новокузнецк: 2003. -С.175- 178.

4. Бутов В.Г., Бухтяк М.С., Жуков А.П., Пономарев С.В., Сидоренко Ю.Н., Солоненко В.А., Усманов Д.Б. Моделирование формы поверхности напряженных сетчатых конструкций// Труды международной конференции “Фундаментальные и прикладные вопросы механики” Т.1. –Хабаровск: 2003. -С. 317-324.

5. Усманов Д.Б. Некоторые аспекты нелинейного конечно-элементного моделирования мембранной конструкции.// Сб. докладов IV Всероссийской научной конференции. Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики. Томск, 5-7 ноября 2004 г. –Томск: 2004. –С. 251-252.

6. Усманов Д.Б., Пономарев С.В. Некоторые аспекты нелинейного конечно-элементного моделирования мембранных конструкций. Часть 1. // Вестник ТГУ,№32. –Томск: 2004. –С. 6-14.

7. Усманов Д.Б., Пономарев С.В. Некоторые аспекты нелинейного конечно-элементного моделирования мембранных конструкций. Часть 2. // Вестник ТГУ,№32. –Томск: -2004. –С. 15-24.

8. Усманов Д.Б. Формирование точной геометрии поверхности крупногабаритного рефлектора.// Решетневские чтения.Материалы IX Международной научной конференции, посв. 45-летию Сиб. гос. аэрокосм. ун-та им. акад. М.Ф. Решетнева, 10-12 ноября 2005г. –Красноярск: 2005. –С.33-34.

9. Бутов В.Г., Бухтяк М.С., Жуков А.П., Пономарев С.В., Солоненко В.А., Усманов Д.Б., Халиманович В.И., Шипилов Г.В., Ящук А.А. Моделирование вантово-оболочечных конструкций рефлекторов// Ракетно-космическая техника. Фундаментальные и прикладные проблемы механики: Материалы Международной научной конференции, посв. 90-летию В.И. Феодосьева. Москва, 4-6 мая 2006 г.-М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. –С.93.