# ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ РФ ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АРХИТЕКТУРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

На правах рукописи

Евтюшкин Евгений Викторович

УДК 621.928.37

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ДИСПЕРСНОЙ ФАЗЫ И СЕПАРАЦИИ В ГИДРОЦИКЛОНЕ

01.02.05 – механика жидкости, газа и плазмы

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Томск - 2007

Работа выполнена в Томском государственном архитектурно-строительном университете

Научный руководитель	доктор физико-
	математических наук,
	профессор Матвиенко О.В.
Официальные оппоненты	доктор физико-
	математических наук,
	профессор Бубенчиков А.М.
	кандидат технических наук,
	доцент Лашкивский Б.П
Ведущая организация	ГОУ ВПО «Томский
	политехнический
	университет»

Защита состоится <u>12 ноября 2007</u> в <u>14 час. 30 мин</u>. на заседании диссертационного совета Д212.267.13 при ГОУ ВПО «Томский государственный университет» по адресу: 634050, г. Томск, пр. Ленина, 36.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке Томского государственного университета по адресу: 634050, г. Томск, пр. Ленина, 36.

Автореферат разослан <u>12 октября 2007 г.</u>

Ученый секретарь специализированного совета,

доктор физико-математических наук, профессор

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Аппараты гидроциклонного типа находят широкое применение в минералогической, нефтегазовой и горнообогатительной отраслях промышленности для сепарации и классификации неоднородных дисперсных систем. Широкое применение гидроциклонов во многом обусловлено простотой их конструкции, достаточно высокой производительностью, а также относительно низкой стоимостью оборудования и невысокими расходами на эксплуатацию. Кроме того, их выгодно отличает возможность применения в непрерывных замкнутых технологических циклах и в безотходных производствах с обеспечением сравнительно высокого качества разделения смесей.

**Актуальность темы** диссертационной работы обусловлена тем, что для обеспечения высоких технологических показателей и экологической надежности аппаратов гидроциклонного типа необходимо привлекать методы, основанные на решении уравнений механики многофазных сред. Таким образом, разработке практических рекомендаций по оптимизации работы гидроциклонных устройств должно предшествовать обстоятельное теоретическое исследование структуры течения, а также особенностей движения дисперсной фазы в закрученных потоках.

## Целью настоящей работы является

- исследование поведения частиц дисперсной фазы в турбулентном потоке, их столкновений между собой и с твердыми стенками;
- разработка теоретических основ очистки природных, сточных и технологических вод, загрязненных нефтью, а также вязкопластического бурового раствора от выбуренной породы в гидроциклонных устройствах.

#### Научная новизна работы:

- Предложены зависимости для определения коэффициента турбулентной диффузии частиц.
- Разработана математическая модель столкновений частиц в потоке и исследован перенос массы дисперсной фазы вследствие этих столкновений.
- Проведена оценка применимости модели дрейфа частиц в потоке.
- Разработаны теоретические основы очистки сточных и технологических вод, загрязненных нефтью, с помощью гидроциклонирования.
- Рассмотрено влияние вязкопластических свойств суспензии на эффективность очистки бурового раствора от выбуренной породы в гидроциклонных устройствах.

#### Научная и практическая ценность

- Выявлены механизмы переноса частиц турбулентным потоком, а также соударений частиц друг с другом и с твердой стенкой.
- Разработана физико-математическая модель сепарации частиц в гидроциклонах с учетом их турбулентной диффузии, позволяющая рассчитать показатели разделения и распределения скоростей, давления и концентраций частиц в гидроциклонах.
- Выявлено влияние параметров дисперсной фазы на процесс очистки природных, сточных и технологических вод, загрязненных нефтью.
- Определено влияние вязкопластических свойств суспензии на эффективность очистки бурового раствора от выбуренной породы в гидроциклонных устройствах.

#### Положения, выносимые на защиту:

- Физико-математическая модель, описывающая перенос дисперсной фазы турбулентным потоком, а также седиментацию частиц с учетом их столкновений друг с другом и твердой стенкой.
- Результаты решения практических задач, связанных с очисткой сточных вод и фрагментов почвы, загрязненной нефтью и нефтепродуктами, с помощью гидроциклонов, доказывающие, что в результате гидроциклонирования можно концентрировать загрязнение в незначительном количестве почвы (порядка нескольких процентов), что позволяет уменьшить расходы по очистке почвы.
- Результаты исследования влияния вязкопластических свойств суспензии на эффективность очистки бурового раствора от выбуренной породы в гидроциклонных устройствах, определяющие степень влияния неньютоновских свойств на процесс сепарации.

**Достоверность** полученных результатов подтверждается тестированием численной процедуры на известных точных решениях, сравнением с известными результатами других авторов, как численными, так и экспериментальными.

**Личный вклад автора** заключается в физической и математической постановке рассматриваемых задач, участии в разработке алгоритмов и программ, проведении расчетов и анализе их результатов.

**Апробация работы:** основные положения и результаты работы доложены и обсуждены на следующих конференциях, научных конгрессах, школах-семинарах: «Сопряженные задачи механики, информатики и экологии» (5–10 июля 2004 г., Томск); «GAMM 2005

Annual Meeting» (28<sup>th</sup> March–1<sup>st</sup> April. TU Luxembourg); «GAMM 2006 Annual Meeting» (27<sup>th</sup> – 30<sup>th</sup> March. TU Berlin, Germany); «Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики. Пятая всероссийская научная конференция» (Томск, 2006); «PARTEC 2007 International Congress for Particle Technology» (27–29 March, Nuremberg, Germany); «Cопряженные задачи механики реагирующих сред, информатики и экологии» (25-28 июня 2007 г. Томск); XIII Международная научно-практическая конференция студентов,, аспирантов и молодых ученых «Современные техника и технологии» (26–30 марта 2007 г).

Публикации. Материалы диссертационного исследования изложены в 11 публикациях. Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы из 141 наименования, приложения и содержит 168 страниц основного текста, в том числе 50 рисунков, 14 таблиц.

Автор выражает благодарность коллективу кафедры теоретической механики ТГАСУ и лично зав. кафедрой, профессору, д.ф.-м.н. Ковалевской Т.А. за постоянную поддержку и внимание к работе, а также профессору ММФ ТГУ, д.т.н. Голованову А.Н. за полезное обсуждение проблем, затронутых в диссертации.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** обосновывается актуальность темы диссертационной работы, определены цели и задачи исследования, отражены научная новизна и практическая значимость, излагается краткое содержание работы.

**В первой главе** представлен обзор литературы, посвященной методам расчета гидродинамики и сепарационных характеристик гидроциклонов, реологии дисперсных систем и моделированию турбулентности.

Вторая глава посвящена исследованию движения дисперсной фазы в потоке вязкой жидкости. В первом параграфе этой главы рассмотрены гранулометрические характеристики дисперсной фазы. Во втором параграфе проводится анализ сил, действующих на одиночную частицу, движущуюся в потоке вязкой жидкости.

В третьем параграфе исследуются рамки применимости модели дрейфа частиц в потоке. Для описания свойств многофазных потоков в настоящее время используют два метода, основанных на подходах Лагранжа и Эйлера. В случае частиц с малой инерционностью эти подходы могут быть заменены моделями, основанными на

концепции дрейфа дисперсной фазы относительно несущей среды. При этом скорость дисперсной фазы определяется в предположении малости инерционных членов или, иными словами, динамического баланса сил, действующих на частицы. Вследствие своей простоты и экономичности модели дрейфа частиц получили широкое распространение в инженерной практике. Тем не менее, возможность их применения должна определяться не интуитивными оценками и соображениями простоты, а соответствующими количественными оценками.

Анализ полученных результатов позволяет сделать вывод, что при параметрах сетки  $\text{Kn}_p = d_p/L < 1$  (L – характерный размер области течения, за который в рамках вычислительной гидродинамики удобно принять размер конечноразностной сетки,  $d_p$  – диаметр частицы) использование модели дрейфа частицы для  $\text{Re} = \rho | \nabla - \nabla_p | d_p / \mu < 1$  дает погрешность, не превышающую 1%. С ростом числа Рейнольдса и начальной скорости частицы относительная погрешность возрастает. Для Re > 800 и  $\varphi_0 = v_0/v_s < 5$  ( $v_0$ ,  $v_s$  - начальная и седиментационная скорости частицы) относительная погрешность модели дрейфа не превышает 10%.

В четвертом параграфе главе рассмотрена модель переноса дисперсной фазы турбулентным потоком. Уравнение движения частицы имеет вид:

$$\frac{d\nabla_p}{dt} = \frac{3}{4} \frac{\rho}{\rho_p} C_D d_p^{-1} |\nabla - \nabla_p| (\nabla - \nabla_p).$$
<sup>(1)</sup>

Предполагается, что в начале пульсации частица движется вместе с основным потоком, при этом скорость ее движения относительно потока равна нулю. Величина пульсации скорости несущей среды может быть моделирована следующим образом:

$$\psi = \begin{cases}
\rho, & 0 \le t < \frac{\delta t}{2}, \\
-\psi, & \frac{\delta t}{2} \le t < \delta t,
\end{cases}$$
(2)

где период турбулентной пульсации  $\delta t$  может быть оценен как отношение турбулентной кинетической энергии *k* к скорости ее диссипации  $\varepsilon$ :  $\delta t = k/\varepsilon$ ;

Интегрирование уравнения движения (1) позволяет оценить изменение массы частиц в элементарном объеме за период пульсации следующим образом:

$$M'_{p} = -\psi \psi'_{p} \frac{k}{\varepsilon} \operatorname{grad}(\langle M_{p} \rangle), \qquad (3)$$

где у – фактор, отражающий инерционность частиц.

Если движение частиц определяется законом сопротивления Стокса, то фактор инерционности может быть определен как:

$$\psi = 1 - \frac{1}{2\alpha} \frac{d_p}{L} \left[ 3 - \exp\left(-\alpha \frac{L}{d_p}\right) \right] \left[ 1 - \exp\left(-\alpha \frac{L}{d_p}\right) \right].$$
(4)

В случае ньютоновского режима обтекания инерционность частиц определяется зависимостью

$$\Psi = 1 - \frac{1}{2\beta} \left( \frac{d_p}{L} \right) \ln \left[ 1 + 2\beta \left( \frac{L}{d_p} \right) + 2 \left( \beta \frac{L}{d_p} \right)^2 \right].$$
(5)

В (4 – 5)  $\alpha = 18 \rho / \rho_p R e_t^{-1}$  - безразмерный параметр обратный времени релаксации частиц,  $L = k^{3/2} / \epsilon$  - масштаб турбулентности,  $R e_t = \rho \sqrt{k} d_p / \mu$  - турбулентное число Рейнольдса,  $\beta = 4/3 \rho / \rho_p C_D^{-1}$  – безразмерный параметр, характеризующий путь релаксации.

Турбулентный диффузионный поток частиц может моделироваться следующим выражением:

$$-\rho_{p}\left\langle M_{p}^{\prime} \overset{\rho}{\nabla}_{p}^{\prime}\right\rangle = \rho_{p} \psi \left\langle \overset{\rho}{\nabla}_{p}^{\prime} \overset{\rho}{\nabla}_{p}^{\prime}\right\rangle \frac{k}{\varepsilon} \operatorname{grad}\left\langle M_{p}\right\rangle.$$
(6)

При этом коэффициент турбулентной диффузии дисперсной фазы может быть найден как:  $D_{pt} = \mu_t \psi$ . Таким образом, уравнение сохранения массы дисперсной среды в случае турбулентного режима течения после осреднения по Рейнольдсу приобретает вид уравнения диффузии и может быть записано в виде:

$$\frac{\partial \rho_p \langle M_p \rangle}{\partial t} + \operatorname{div} \left( \rho_p \langle M_p \rangle \langle \Psi_p \rangle \right) = -\operatorname{div} \left( \rho_p \psi \mu_t \operatorname{grad} \langle M_p \rangle \right), \tag{7}$$

Уравнение (7) описывает конвективный перенос частиц осредненным потоком и стохастическое движение частиц вследствие турбулентных пульсаций (турбулентную диффузию).

Анализ результатов показывает, что в стоксовском режиме сопротивления коэффициент турбулентной диффузии определяется отношением размера частицы к размеру энергосодержащего вихря  $d_p/L$ , а также интенсивностью пульсаций скорости несущей среды, характеризуемой турбулентным числом Рейнольдса. Диффузия частиц в ньютоновском режиме сопротивления определяется только их относительными размерами.

Коэффициент турбулентной диффузии для мелких частиц достаточно высок, и частицы переносятся турбулентным потоком так же, как и жидкость. Однако с увеличением размера частиц подвижность частиц резко ослабевает. Таким образом, крупные частицы не могут диффундировать, несмотря на высокий уровень турбулентности.

В пятом параграфе второй главы проведено теоретическое исследование ударного взаимодействия со стенкой частиц, движущихся в сдвиговом потоке с линейным законом изменения скорости  $u_x = \gamma z$ . Взаимодействие частицы со стенкой в случае  $Stk = \rho_p v_z d_p / \mu < Stk_* = 50$  происходит в режиме абсолютно неупругого удара; при значениях числа Стокса больше критического  $Stk > Stk_*$  ударное взаимодействие происходит с постоянным значением коэффициента восстановления.

Результаты расчетов взаимодействие показывают, что частиц размером менее 100 мкм со стенкой воздушной В среде происходит в режиме абсолютно После неупругого удара. достижения стенки частицы остаются на ее поверхности. Режим взаимодействия частиц размером более 100 мкм стенкой co существенно изменяется (рис. 1). Удар перестает быть неупругим. Частицы, падающие на стенку, получают импульс, направленный от стенки, и выносятся в поток.



окрестности стенки. Среда воздух: du/dz = 1 с<sup>-1</sup>

Затем под действием гравитационных сил скорость их подъема замедляется, и, частицы вновь начинают двигаться по направлению к стенке. Вновь происходит соударение, и если скорость их подлета к стенке будет достаточно высокой, совершается отражение частиц от поверхности. Серия ударов будет продолжаться до

тех пор, пока выполняется условие  $Stk > Stk_*$ , после чего частица остается на поверхности стенки.

В шестом параграфе второй главы рассмотрена задача соударения двух сферических частиц с диаметрами  $d_1$ ,  $d_2$ , массами  $m_1$  и  $m_2$ , движущимися до удара со скоростями  $V_{10}$ ,  $V_{20}$  и совершающими вращение с угловыми скоростями  $\mathcal{B}_{10}$  и  $\mathcal{B}_{20}$ . Ударное взаимодействие частиц определяется законами изменения количества движения и кинетического момента:

$$m_1(v_1^{\rho} - v_{10}^{\rho}) = J', \qquad m_2(v_2^{\rho} - v_{20}^{\rho}) = -J',$$
(8)

$$I_{1}(\hat{\omega}_{1} - \hat{\omega}_{10}) = r_{1}\hat{h} \times J^{\prime}, \qquad I_{2}(\hat{\omega}_{2} - \hat{\omega}_{20}) = r_{2}\hat{h} \times J^{\prime}, \qquad (9)$$

Силы трения, возникающие при контакте частиц, могут приводить к изменению характера их движения. При этом можно рассматривать два различных режима соударения. Первый из них характеризуется тем, что в течение всего процесса удара имеется разность касательных составляющих скорости обеих частиц. При втором режиме соударения скольжение частиц прекращается во время удара, и касательная составляющая относительной скорости становится равной нулю. Условие, определяющее границу этих режимов, может быть найдено из закона трения Кулона.

Скорости частиц после удара определяются не только их скоростями до соударения и их массами, но и взаимным расположением частиц в момент удара. Взаимная ориентация частиц в момент удара может быть определена с помощью угла θ (рис. 2). Величина угла θ является случайной величиной. При этом можно считать, что вероятность столкновения двух частиц не должна зависеть от угла θ. Таким образом, эффективная скорость частиц после соударения может быть определена как



Рис. 2 Схема удара частиц

$$v_{1zeff} = v_{1z0} - \alpha (1+e)(v_{1z0} - v_{2z0}) \frac{m_2}{m_1 + m_2}, \qquad v_{1peff} = -\beta (1+e)(v_{1z0} - v_{2z0}) \frac{m_2}{m_1 + m_2},$$
$$v_{2zeff} = v_{2z0} + \alpha (1+e)(v_{1z0} - v_{2z0}) \frac{m_1}{m_1 + m_2}, \qquad v_{21peff} = \beta (1+e)(v_{1z0} - v_{2z0}) \frac{m_1}{m_1 + m_2},$$

где  $\alpha = \frac{1}{2} + \frac{2(\theta_* - \sin 2\theta_*)}{7\pi(1+e)}, \ \beta = \frac{2}{\pi} \left[ \frac{1}{2} - \frac{\sin^2 \theta_*}{7(1+e)} - f\left(\frac{\theta_* - \pi}{2} + \frac{\sin 2\theta_*}{4}\right) \right] -$ параметры, характеризующие эффективность соударения частиц,  $\theta_* = arctg\left(\frac{7}{2}f(1+e)\right)$  – критическое значение угла соударения, определяющее границу удара со скольжением.

Рассмотрим влияние соударений частиц на их детерминированное движение. Частоту столкновений можно оценить, используя подход, применяемый в молекулярнокинетической теории. Частота столкновений двух частиц, находящихся с заданной численной концентрацией  $n_i$  и  $n_j$  в единичном объеме, равна:

$$v_{i,j} = \frac{\pi}{4} (d_i + d_j)^2 \Big| v_i^{\rho} - v_j^{\rho} \Big| n_i n_j,$$
(10)

Импульс единичного столкновения частиц *i*-й и *j*-й фракции  $J_{i,j}$  равен:

$$\int_{i,j}^{\rho} = \alpha (1+e) \frac{m_i m_j}{m_i + m_j} \left( v_{0i} - v_{j0} \right).$$
(11)

Таким образом, с учетом сделанных предположений, уравнение движения твердых частиц с учетом их столкновений между собой можно записать в виде:

$$\rho_{p} \frac{dv_{i}}{dt} = F_{D} + F_{a} + \frac{\pi\alpha}{4} (1+e) \sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{N} (d_{i}+d_{j})^{2} \frac{m_{i}m_{j}}{m_{i}+m_{j}} n_{i}n_{j} | v_{i} - v_{j} | (v_{i} - v_{j}).$$
(12)

На рис. 3 представлены данные о стационарном осаждении в воздухе бидисперсной смеси, содержащей частицы двух фракций с объемными долями каждой фракции равными 10% с учетом и без учета столкновения частиц.



Рис. 3. Скорость осаждения частиц в воздухе. 1 – без учета столкновений, 2 – с учетом столкновений (объемные доли частиц каждой фракции составляют 10%) Рис. 4. Скорость осаждения частиц: 1 - 6e3 учета столкновений, 2 - с учетом столкновений ( $d_i = 100$  мкм,  $d_j = 1$  мкм).

На рис. 4 показано влияние объемного содержания частиц на процесс их осаждения в воздушной среде. Как видно из рисунка, с увеличением содержания доли крупных частиц наблюдается увеличение скорости осаждения частиц мелких фракций. Справедливо и обратное: в смеси с большим содержанием частиц мелких фракций происходит уменьшение скорости осаждения более крупных частиц. При этом существует область изменения параметров, в которой частицы бидисперсной смеси вследствие ударного взаимодействия будут осаждаться консолидированно, с одинаковой скоростью. Проведенные расчеты показали, что соударения частиц существенным образом определяют скорость их осаждения в воздушной среде и практически не оказывают влияния на процессы седиментации в жидкости.

**В третьей главе** рассматривается сепарация частиц в гидроциклонах. Для описания гидродинамики и процессов переноса в гидроциклонах используется физикоматематическая модель, которая включает:

## • двумерные уравнения Навье-Стокса для описания гидродинамики суспензии:

$$\operatorname{div}(\rho V) = 0, \tag{13}$$

$$\operatorname{Div}(\rho \stackrel{\rho}{v} \otimes \stackrel{\rho}{v}) = -\operatorname{grad}(p) + \operatorname{Div}(\sigma) + \rho \stackrel{\rho}{f};$$
(14)

 модификацию *k*-*ε* модели турбулентности, учитывающую влияние центробежных сил на процессы генерации/диссипации турбулентности:

$$\operatorname{div}(\rho v_k) = \operatorname{div}\left(\frac{\mu_{\text{ef}}}{\sigma_k}\operatorname{grad}(k)\right) + G - \rho\varepsilon, \qquad (15)$$

$$\operatorname{div}(\rho \overset{\rho}{\nu \varepsilon}) = \operatorname{div}\left(\frac{\mu_{\text{ef}}}{\sigma_{\text{k}}}\operatorname{grad}(\varepsilon)\right) + \left(C_{1}G - C_{2}\rho\varepsilon\right)\frac{\varepsilon}{k} + C_{3}\rho\frac{w^{2}}{r}\frac{\partial wr}{\partial r};$$
(16)

(17)

• модель дрейфа частиц с учетом их турбулентной диффузии:  $\operatorname{div}(\rho(v + v_{rel})M_i) = \operatorname{div}(\rho D_{pt}\operatorname{grad}(M_i)).$ 

Рассматривая несущую среду как ньютоновскую жидкость, определим напряжения и диссипативную функцию:

$$\sigma = \mu_{ef} \left( \operatorname{Grad}(v) + \operatorname{Grad}^{\mathrm{T}}(v) \right) \qquad G = \mu_{ef} \operatorname{Grad}(v) \cdot \operatorname{Grad}^{\mathrm{T}}(v). \tag{18}$$

Эффективная вязкость определяется как сумма молекулярной  $\mu_0$  и турбулентной  $\mu_t = C_{\mu} \rho k^2 \varepsilon^{-1}$ вязкости:  $\mu_{ef} = \mu_0 + \mu_t$ .

При расчете движения совокупности частиц предполагалось, что их распределение по размеру подчиняется распределению Розина–Рамлера–Шперлинга–Боннета (RRSB):

$$f_m(d_p) = \exp\left[-\left(\frac{d_p}{\delta_*}\right)^n\right] \left(\frac{d_p}{\delta_*}\right)^{n-1} \frac{n}{\delta_*},\tag{19}$$

где n – параметр распределения,  $\delta_*$  – характерный размер частицы, связанный с медианным диаметром  $\delta_M$  следующим соотношением:  $\delta_* = (\ln 2)^{-1/n} \delta_M$ .

С целью проверки адекватности описанной выше математической модели и разработанного численного метода был проведен расчет гидродинамики и сепарации частиц в гидроциклоне для режимных и геометрических параметров, соответствующих экспериментальным данным Монредона с соавторами<sup>1</sup>.

На рис. 5 приведено сравнение кривой разделения, построенной на основе описанной выше математической модели, с экспериментальными данными Монредона И расчетами Хсиена И Раджамани<sup>2</sup>. Хорошее совпадение расчетных и экспериментальных данных, полученных при исследовании сепарации частиц в ньютоновской суспензии, дает уверенность В применимости данной методики для расчета более сложных задач.

Ниже рассматривается задача 0 выделении ИЗ сточных вод примесей, нефтесодержащих a также сепарации частиц почвы, загрязненной нефтью нефтепродуктами В И гидроциклоне.



Рис. 5. Кривая разделения в гидроциклонах: 1 – расчеты автора, 2 – расчеты [2], 3 – эксперимент [1]

Расчеты показывают, что распределение концентраций мелких капель имеет равномерный характер. Крупные капли нефти, более легкие, чем несущая жидкость

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Monredon T.C., Hsien K.T.,Rajamani, R.K. Fluid Flow model of the hydrocyclone an investigation of device dimensions. \\Int. J. of Mineral Process. Vol. 35. 1992. pp. 65 – 83.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Hsien K.T.,Rajamani, R.K. Fluid Mathematical Model of the hydrocyclone based on physics of fluid flow \\AIChE J. Vol. 37. No 5. 1991. pp. 735 – 746.

(вода), движутся из подводящего патрубка к центру гидроциклона и затем покидают его преимущественно через верхний слив. В результате концентрация капель нефти с ростом их диаметра в верхнем сливе увеличивается. В то же время доля капель нефти, покидающих гидроциклон через нижний слив, резко падает и для капель с диаметром более  $d_p = 50$  мкм становится практически равной нулю.

Кривые разделения при различных значениях плотности нефти  $\rho_{oil}$  приведены на рис. 6. Из рисунка видно, что с уменьшением плотности нефти эффективность разделения увеличивается, что связано с увеличением разности плотности капель и плотности несущей жидкости. Наиболее эффективное разделение наблюдается для легкой нефти с плотностью  $\rho_{oil} = 650$  кг/м<sup>3</sup>.



Рис. 6. Кривые разделения (выход в верхний слив) капель нефти различного диаметра  $d_p$  мкм ( $p = 1.013 \cdot 10^5$  Па,  $d_m = 50$  мкм):  $1 - \rho_{oil} = 650$  кг/м<sup>3</sup>; 2 - 750; 3 - 850; 4 - 950

Подводя итог анализу разделения капель нефти в гидроциклоне, можно сделать вывод, что около 90% нефти, содержащейся в подаваемой суспензии в виде капель, выносится через верхний слив и только 10%– через нижний. Это свидетельствует о высокой эффективности метода гидроциклонирования.

Рассмотрим результаты исследования сепарации частиц почвы, загрязненной нефтью. Предполагается, что частицы почвы распределены в соответствии с функцией Розина–Рамлера со значениями параметров:  $d_m = 40$  мкм, n=2 и покрыты нефтяной

пленкой толщиной *l*. Уменьшение эффективной плотности частиц мелких фракций, загрязненных нефтью, с увеличением *l* способствует их выносу в верхний слив и скоплению в центральной части сливной трубы. Наличие нефтяной пленки на частицах крупных фракций практически не сказывается на их разделении, поскольку изменение эффективной плотности в этом случае достаточно мало. Выход частиц в верхний слив для различных значений толщины нефтяной пленки *l* показан на рис. 7.



Рис. 7. Кривая разделения (выход в верхний слив) загрязненных частиц: 1 - l = 0, 2 - l = 0.1 мкм, 3 - l = 1 мкм, 4 - l = 10 мкм.

В отсутствие загрязнения или при незначительном загрязнении  $l/d_p < 0.1$  кривая разделения в полулогарифмических координатах имеет вид гауссовой кривой. В случае значительного загрязнения кривая разделения характеризуется наличием максимума, соответствующего частицам средних фракций. Причина немонотонности кривой разделения заключается в следующем. Сильно загрязненные мелкие частицы можно рассматривать как капли с небольшим включением твердой фазы. Поэтому их сепарация аналогична сепарации капель: с ростом размера частиц увеличивается их выход в верхний слив. Однако эта аналогия справедлива лишь до некоторого предела. Как только эффективная плотность частицы превысит плотность несущей жидкости, процесс разделения становится иным: увеличение размера частиц теперь способствует их выходу через нижний слив.

При проектировании нефтедобывающих скважин является важной оценка эффективности очистки бурового раствора от выбуренной породы. При этом известно,

что качестве буровых растворов используются материалы, обладающие В вязкопластическими свойствами. В частности, широко применяются водные растворы позволяющие получить суспензии плотностью  $\rho = 1030 - 1040$  кг/м<sup>3</sup>, бентонита. пластической вязкостью до  $\mu_{pl}$ =0.05 Па<sup>·</sup>с, предельным напряжением сдвига до  $\tau_{Y}$ =50 Па. Применение гидроциклонов для разделения таких дисперсных систем позволяет существенно снизить энергозатраты и уменьшить себестоимость продукции. Однако расчетной методики разделения вязкопластических суспензий отсутствие В гидроциклонах является основным препятствием для определения эффективности сепарации в этих аппаратах.

Для описания поля течения используются двумерные осесимметричные уравнения, описывающие баланс массы и количества движения (13 – 14).

Реологические соотношения для турбулентного потока вязкопластической среды могут быть записаны в виде:

$$\sigma_{ij} = \left(\mu_0 + C_{\mu}\rho \frac{k^2}{\epsilon} + \frac{\tau_e^{Y}}{U} \right) \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \qquad \qquad \text{для} \qquad \tau > \tau_e^{Y}, \tag{20}$$

$$\mathbf{\mathfrak{E}}_{\mathbf{j}} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \mathbf{v}_{\mathbf{i}}}{\partial \mathbf{x}_{\mathbf{j}}} + \frac{\partial \mathbf{v}_{\mathbf{j}}}{\partial \mathbf{x}_{\mathbf{i}}} \right) = 0 \qquad \qquad \text{для} \quad \tau \leq \tau_{e}^{\mathbf{Y}}, \qquad (21)$$

где  $\mu_{ef} = \mu_0 + C_{\mu}\rho \frac{k^2}{\epsilon} + \frac{\tau_e^Y}{U}$ ,  $\tau_e^Y = \tau_Y \left( 1 + C_{\tau} \frac{\rho \epsilon}{\mu U^2} \right)$  – эффективное значение вязкости и предельного напряжения сдвига,  $\tau_Y = \sqrt{\frac{1}{2}\sigma_{ij}\sigma_{ji}}$ ,  $U = \sqrt{2\epsilon_{ij}^2 \epsilon_{ji}}$  – вторые инварианты девиаторов тензоров осредненных напряжений и осредненных скоростей деформаций.

Турбулентные характеристики были рассчитаны на основе двупараметрической *k*- $\varepsilon$  модели (*k* – турбулентная энергия,  $\varepsilon$  – скорость диссипации турбулентной энергии), адаптированной для расчета течения вязкопластической бингамовской среды:

$$\operatorname{div}(\rho v_k) = \operatorname{div}\left(\frac{\mu_{\text{ef}}}{\sigma_k}\operatorname{grad}(k)\right) + \mu_e U^2 + \tau_e^Y U - \rho \varepsilon \left(1 + \frac{\tau_e^Y}{\mu_e U}\right).$$
(22)

$$\operatorname{div}(\rho \tilde{\nu} \varepsilon) = \operatorname{div}\left(\frac{\mu_{\text{ef}}}{\sigma_{\text{k}}} \operatorname{grad}(\varepsilon)\right) + +C_{1} \frac{\left(\mu_{\text{ef}}U + \tau_{\text{e}}^{Y}\right)^{2}}{\mu_{\text{ef}}} \frac{\varepsilon}{k} - C_{2} \frac{\rho \varepsilon^{2}}{k} \left(1 + \frac{\tau_{\text{e}}^{Y}}{\mu_{\text{ef}}U}\right)^{2}.$$
(23)

В сливном патрубке и конической части гидроциклона основная часть потока, оттесняемая центробежными силами, движется вблизи твердых стенок. В цилиндрической части гидроциклона значения осевой скорости изменяются с

положительного на отрицательное, переходя через нуль в средней части гидроциклона. Таким образом, существует коническая поверхность, на которой осевая скорость потока равна нулю. Внутри этой поверхности жидкость движется вверх, а снаружи – вниз, по направлению к нижнему сливу.

Радиальное распределение тангенциальной скорости приведено на рис. 8. В цилиндрической части аппарата можно выделить несколько характерных областей изменения *w*. В приосевой области поток вращается в квазитвердом режиме, в центральной части потока тангенциальная скорость практически постоянна, в периферийной части потока наблюдается увеличение *w*, связанное с движением внешнего потока, а для пристенной зоны характерно резкое падение скорости вращения вследствие вязких эффектов.



Рис. 8. Радиальное распределение тангенциальной скорости ( $p = 1.013 \cdot 10^5$  Па,  $\mu_{pl} = 0.05$  Пас): x = 0.05 м;  $1 - \tau_Y = 0$  (ньютоновская жидкость);  $2 - \tau_Y = 5$  Па; 3 - 10; 4 - 30; 5 - 50.

Влияние пластических свойств несущей среды на распределение осевой составляющей вектора скорости в рассмотренном диапазоне изменения параметров среды незначительно. Оно проявляется только в окрестности оси течения, а также в зоне тороидального вихря, где сдвиговые напряжения незначительны.

Рассмотрим особенности сепарации в гидроциклоне. На рис. 9 представлена зависимость выхода в нижний слив частиц различного размера от предельного напряжения сдвига.



Рис. 9. Зависимость выхода в нижний слив частиц различного размера от предельного напряжения сдвига ( $\mu_{pl} = 0.05$  Пас): 1–  $d_p = 0.1$  мкм, 2–1; 3–5; 4–10; 5–50; 6–70; 7–100.

Влияние вязкопластических свойств несущей среды на распределение частиц мелких фракций крайне незначительно, поскольку и в предельном случае ньютоновской жидкости ( $\tau_y = 0$ ) их подвижность мала.

Таким образом, распределение потоков частиц мелких фракций между верхним и нижним сливами определяется распределением потоков несущей среды. Увеличение  $\tau_Y$  приводит к уменьшению скорости сепарации частиц. При этом в области течения  $r > \rho_p w_p^2 d_p / 6 \tau_Y$  центробежная сепарация отсутствует, так как прекращается радиальное движение частиц относительно несущей среды.

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ ПО ДИССЕРТАЦИИ

 Определены границы применимости модели дрейфа частиц в потоке. При Re <1 модель дрейфа дает погрешность, не превышающую 1%. С ростом числа Рейнольдса и начальной скорости частицы относительная погрешность возрастает. При Re = 800 с увеличением  $\phi_0$  от 2 до 5 погрешность модели дрейфа увеличивается от 1% до 10%. При Re > 800 и  $\phi_0 < 5$  относительная погрешность модели дрейфа не превышает 10%.

- 2. Исследован перенос дисперсной фазы в турбулентном потоке. Предложены зависимости для определения коэффициента турбулентной диффузии частиц.
- 3. Исследованы режимы соударения частиц со стенкой. Определены условия однократного и многократного соударения. Число соударений увеличивается с ростом размеров частиц и уменьшением вязкости среды. Частицы с диаметром d<sub>p</sub> < 500 мкм, движущиеся в жидкости, и диаметром d<sub>p</sub> <100 мкм, движущиеся в воздухе, взаимодействуют со стенкой в режиме однократного соударения.</p>
- Разработана физическая и математическая модель ударного взаимодействия частиц. Соударения частиц существенным образом определяют скорость их осаждения в воздушной среде и практически не оказывают влияния на процессы седиментации в жидкости.
- Проведено исследование гидродинамики и сепарации частиц в гидроциклоне. Создана математическая модель гидроциклонирования с использованием уравнений Навье – Стокса и уравнения диффузии частиц с учетом их движения относительно жидкости.
- 6. Разработаны теоретические основы очистки почвы, загрязненной нефтью и нефтепродуктами, с помощью гидроциклонов. Показано, что в результате гидроциклонирования можно концентрировать загрязнение в незначительном количестве почвы (порядка нескольких процентов), что позволяет уменьшить расходы по очистке почвы.
- 7. Исследовано влияние вязкопластических свойств суспензии на эффективность очистки бурового раствора от выбуренной породы в гидроциклонных устройствах. При больших значениях пластической вязкости и предельного напряжения сдвига доля крупных частиц, покидающих гидроциклон через верхний слив, увеличивается, а через нижний слив, соответственно, уменьшается, что свидетельствует об ухудшении процесса сепарации.

## ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

- Матвиенко, О.В., Евтюшкин, Е.В. Математическое моделирование турбулентного переноса дисперсной фазы в турбулентном потоке / О.В. Матвиенко, Е.В. Евтюшкин– Вестник ТГПУ, 2004– Вып. 6 (43), С. 50 – 53
- Матвиенко, О.В., Евтюшкин, Е.В. Определение характеристик турбулентного переноса дисперсной фазы в турбулентном сдвиговом потоке / О.В. Матвиенко, Е.В. Евтюшкин– Сопряженные задачи механики, информатики и экологии. Материалы Международной конференции 5–10 июля 2004 г. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2004. С. 153 – 154.
- Matvienko O., Evtiushkin E. Particle Mathematical modeling of the turbulent transport of the Dispersed phases in turbulent flow // GAMM 2005 Annual Meeting 28<sup>th</sup> March – 1<sup>st</sup> April. TU Luxembourg. Book of abstracts. Pp. 246-247.
- Matvienko O., Evtiushkin E. Particle Separation in the Non-Newtonian Suspensions // GAMM 2006 Annual Meeting 27<sup>th</sup> – 30<sup>th</sup> March. TU Berlin. Book of abstracts. Pp. 336-337.
- Матвиенко, О.В., Евтюшкин, Е.В. Движение частицы в сдвиговом потоке и ее взаимодействие со стенкой / О.В. Матвиенко, Е.В. Евтюшкин– Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики. Доклады пятой Всероссийской научной конференции.–Томск 2–4 октября 2006, С. 30 - 31.
- Матвиенко, О.В., Эфа, А.К., Базуев, В.П., Евтюшкин, Е.В. Численное моделирование распада турбулентной струи в спутном закрученном потоке / О.В. Матвиенко, А.К. Эфа, В.П. Базуев, Е.В. Евтюшкин–Изв. вузов. Физика. Т. 49. 2006–№ 6. С. 96 – 107.
- Matvienko O., Evtiushkin E. Hydrodynamics of the Bingham Slurry and Particle Separation in the Hydrocyclone // PARTEC 2007 International Congress for Particle Technology Ed. W. Peukert, C. Schreglmann. – 2007 p. 307.
- Матвиенко, О.В., Евтюшкин, Е.В. Теоретическое исследование процесса очистки загрязненной нефтью почвы в гидроциклонных аппаратах / О.В. Матвиенко, Е.В. Евтюшкин–Инженерно-Физический журнал– 2007. Т. 80, № 3. С. 72–80.
- Матвиенко, О.В., Евтюшкин, Е.В. Математическое моделирование разделения жидких фракций в гидроциклонах / О.В. Матвиенко, Е.В. Евтюшкин– Сопряженные задачи механики реагирующих сред, информатики и экологии. Материалы Международной конференции 25–28 июня 2007 г.– Томск: Изд-во Том. ун-та, 2007. С. 131.
- Матвиенко, О.В., Евтюшкин, Е.В. Исследование осаждения частиц с учетом их ударного взаимодействия / О.В. Матвиенко, Е.В. Евтюшкин– XIII Международная научнопрактическая конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Современные техника и технологии», 26–30 марта 2007 г Труды в 3 т. Томск: Изд-во ТПУ– 2007.- Т.3. С. 203–204.

11. Матвиенко, О.В., Евтюшкин, Е.В. Движение частицы в сдвиговом потоке и ее взаимодействие со стенкой / О.В. Матвиенко, Е.В. Евтюшкин– Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики. Материалы V Всероссийской научной конференции. Томск, 3–5 октября 2006 г. Томск: Изд-во Томского университета, 2006 г. С. 392–393.