

На правах рукописи

Ольга Ниссенбаум

Ниссенбаум Ольга Владимировна

**ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ И СОСТОЯНИЙ
АСИНХРОННОГО АЛЬТЕРНИРУЮЩЕГО ПОТОКА
С ИНИЦИИРОВАНИЕМ ЛИШНИХ СОБЫТИЙ**

05.13.01 - Системный анализ, управление и обработка информации
(в отраслях информатики, вычислительной техники и автоматизации)

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Томск — 2009

Работа выполнена на кафедре исследования операций ГОУ ВПО "Томский государственный университет"

Научный руководитель: доктор технических наук, профессор
Горцев Александр Михайлович

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор Воробейчиков Сергей Эрикович

доктор физико-математических наук,
профессор Рожкова Светлана
Владимировна

Ведущая организация: ГОУ ВПО "Томский государственный университете
систем управления и радиоэлектроники", г. Томск

Защита состоится 26 марта 2009 г. в 10.30 на заседании
диссертационного совета Д 212.267.12 при ГОУ ВПО "Томский госу-
дарственный университет" по адресу: 634050, г. Томск, пр. Ленина, 36,
корп. 2, ауд. 212-б.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке ГОУ ВПО
"Томский государственный университет" по адресу: г. Томск, пр. Ленина,
34а.

Автореферат разослан 10 февраля 2009 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д 212.267.12,
д.т.н., профессор

В.И. Смагин



ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. Развитие теории массового обслуживания насчитывает почти 100 лет. Первые работы в этой области были опубликованы датским ученым А.К. Эрлангом в 1908-1922 годах. Направленные на решение задач оптимизации обслуживания заявок, поступающих на телефонную станцию, эти работы уже тогда определили основную область применения новой теории – обслуживание телетрафика. Уже в первой половине XX века обнаружилось, что подобные задачи возникают во многих других областях науки и техники: в системах связи, транспортных системах, системах управления запасами и т.д.

До 80-х годов относительная простота систем связи, изолированность разных видов связи друг от друга, низкая пропускная способность каналов приводили к тому, что для входящих потоков заявок использовались простые модели – пуассоновский поток и, реже, регулярный и эрланговский. Усложнение структуры информационных систем, интеграция различных систем связи, разнообразие программного и аппаратного обеспечения, протоколов передачи информации привели к тому, что теория, существовавшая до 80-х гг., во многом становится непригодной для анализа потоков, существующих в современных сетях связи.

Основная литература по системам массового обслуживания посвящена нахождению стационарных характеристик систем обслуживания при известных параметрах входящих потоков и обслуживающих приборов. В реальных ситуациях часто эти параметры полностью или частично неизвестны. Например, загрузка сетей связи может изменяться как циклически с течением времени, так и в зависимости от того, какие компьютерные приложения использует сеть.

На практике приходится иметь дело с потоками переменной интенсивности, причем изменения интенсивности, как правило, носят стохастический характер. В литературе подобные входящие потоки событий называются дважды стохастическими. Исследования дважды стохастических потоков проводились и проводятся в России – в МГУ, МВТУ, Российском университете Дружбы народов такими учеными как Бочаров П.П., Башарин Г.П., Печинкин А.В., в Дальневосточном отделении РАН – Головко Н.И., Катрахов В.В., Филинова Н.А., в Томском государственном университете – Терпугов А.Ф., Назаров А.А., Горцев А.М., в Белорусском государственном университете – Медведев Г.А., Дудин А.Н., Клименок В.И., Царенков Г.В., в Гомельском университете – Малинковский Ю.В., в Гродненском университете – Матальцкий М.А., в США – Neuts M.F., Lucantoni D.M., Banik A.D., Gupta U.C., Kingman J.F.C., в Японии – Machihara F.A. и др. Выделяют потоки, интенсивность которых – непрерывный случайный процесс и потоки, интенсивность которых – кусочно-постоянный случайный процесс. Потоки

с кусочно-постоянной интенсивностью, в свою очередь, подразделяются на синхронные, асинхронные и полусинхронные потоки событий. В частности, применительно к сетям связи, можно сказать, что асинхронным потоком с двумя состояниями, в одном из которых интенсивность нулевая (такие потоки называются альтернирующими), является трафик данных от источника к серверу в том случае, когда окно передачи данных определяется сервером. Протоколы в современных цифровых сетях связи таковы, что при определении окна передачи информации сервером (то есть в случае альтернирующего потока) в канал могут поступать так называемые лишние события, представляющие собой уведомления на открытие и/или закрытие окна передачи. Такие события названы лишними, поскольку они вызываются переходом случайного процесса из состояния в состояние. Необходимо также учитывать возможность наличия мертвого времени у регистрирующего прибора, которое искажает картину наблюдений за потоком.

В силу этого, актуальной задачей является аналитическое и численное исследование моделей дважды стохастических потоков событий с инициированием лишних событий без мертвого времени, а также при наличии продлевавшегося или непродлевавшегося мертвого времени.

Цель диссертационной работы:

1) построение математических моделей альтернирующего потока событий с инициированием лишних событий в условиях: а) отсутствия мертвого времени; б) наличия непродлевавшегося мертвого времени; в) наличия продлевавшегося мертвого времени;

2) построение оценок неизвестных параметров и состояний альтернирующего потока с инициированием лишних событий и разработка соответствующих алгоритмов оценивания;

3) программная реализация алгоритмов оценивания параметров и состояний альтернирующего потока с инициированием лишних событий;

4) проведение статистических экспериментов на основе имитационной модели альтернирующего потока с инициированием лишних событий с целью установления качества получаемых оценок параметров и состояний.

Методы исследования. Для построения моделей потоков и их аналитического исследования применяется аппарат теории вероятностей, теории дифференциальных уравнений, теории марковских процессов. Для построения алгоритмов оценивания параметров и состояний потоков – методы математической статистики, теории массового обслуживания, линейной алгебры, численные методы. Статистические эксперименты реализованы на имитационной модели альтернирующего потока с инициированием лишних событий и различными типами мертвого времени.

Научная новизна. Результаты, выносимые на защиту. Научная новизна работы состоит в решении задачи оценивания параметров

альтернирующего потока с двумя состояниями и инициированием лишних событий, наблюдение за которым осложнено наличием мертвого времени, а также построении оптимальных оценок состояний этого потока в условиях отсутствия мертвого времени. Результаты, выносимые на защиту:

1) математические модели альтернирующих потоков с двумя состояниями и инициированием лишних событий в условиях: а) отсутствия мертвого времени; б) наличия непродlevающеся мертвого времени; в) наличия продлевавшегося мертвого времени;

2) алгоритмы оценивания параметров альтернирующего потока с двумя состояниями и инициированием лишних событий в случае присутствия мертвого времени (продлевавшегося и непролевавшегося), полученные методом максимального правдоподобия и методом моментов;

3) алгоритмы оптимального оценивания состояний альтернирующего потока с двумя состояниями и инициированием лишних событий при отсутствии мертвого времени;

4) результаты статистического исследования предложенных оценок, полученные с помощью имитационной модели альтернирующего потока с двумя состояниями и инициированием лишних событий.

Теоретическая ценность работы состоит в аналитическом решении задач оценивания параметров альтернирующего потока с инициированием лишних событий, его состояний и длительности мертвого времени.

Практическое значение работы состоит в возможности использования полученных алгоритмов оценивания параметров и состояний альтернирующего потока с инициированием лишних событий в задачах анализа и проектирования систем массового обслуживания, в частности, систем и сетей связи, спутниковых систем передачи данных, информационно-вычислительных сетей, дисциплины обслуживания которых зависят от параметров входящих потоков, а также для обработки результатов физического эксперимента по изучению потоков элементарных частиц, осложненного мертвым временем регистрирующей аппаратуры.

Апробация работы. Работа выполнена в рамках НИР Томского университета "Исследование и разработка моделей высокопроизводительных многопроцессорных систем и методов обеспечения компьютерной безопасности" (2002–2006 гг.) и НИР Томского университета "Исследование вероятностных, статистических и логических моделей информационных потоков в технических, экономических системах и компьютерных системах обработки информации" (2006-2008 гг.). Основные положения диссертации докладывались и обсуждались на следующих конференциях и семинарах:

- на научном семинаре НИИ ИИС ТюмГУ, г. Тюмень, сентябрь 2005 г.;
- на VI Всероссийской конференции с международным участием "Новые информационные технологии в иссл. сложных структур", г. Шушенское, сентябрь 2006 г.;
- на VI Всероссийской научно-практической конференции "Проблемы компьютерной безопасности и криптографии" —

SIBECRYPT'07, г. Горно-Алтайск, ТГУ, ГАГУ, сентябрь 2007 г.;

- на межрегиональной научно-практической конференции института МиКН ТюмГУ "Современные математические методы и информационные технологии", г. Тюмень, май 2008 г.;
- на VII Всероссийской конференции с международным участием "Новые информационные технологии в иссл. сложных структур", г. Томск, сентябрь 2008 г.

Материалы исследования используются в учебном процессе при выполнении курсовых и дипломных работ студентов.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 11 печатных работ.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, 4-х глав, заключения, списка литературы, 3-х приложений. Работа содержит 136 страниц основного текста, в том числе 15 рисунков, 18 таблиц. Список литературы содержит 13 страниц и включает 181 наименование. Приложения содержат 6 страниц текста, в том числе 3 рисунка.

Краткое содержание диссертации

Во введении раскрывается актуальность проблемы, производится обзор работ других авторов, формулируется цель и содержание работы, обосновывается теоретическая и практическая ценность работы.

В первой главе дается определение асинхронного альтернирующего потока с инициированием лишних событий. Вводятся три схемы инициирования лишних событий, соответственно которым рассматриваются альтернирующие потоки первого, второго и третьего типов.

Рассматривается асинхронный альтернирующий поток событий, интенсивность которого есть кусочно-постоянный стационарный случайный процесс $\lambda(t)$ с двумя состояниями: $\lambda_1 = \lambda$ и $\lambda_2 = 0$. Первое состояние процесса (потока), имеет место, если $\lambda(t) = \lambda$, второе состояние – если $\lambda(t) = 0$. В течение временного интервала, когда процесс $\lambda(t)$ находится в первом состоянии, поток представляет собой пуассоновский поток с интенсивностью λ . Во втором состоянии, поток отсутствует. Длительность пребывания процесса в i -м состоянии – случайная величина, распределенная по экспоненциальному закону с параметром α_i : $F_i(t) = 1 - e^{-\alpha_i t}$, $i = 1, 2$.

Рассмотрены три типа альтернирующего потока: 1) поток с инициированием лишнего события в первом состоянии в момент перехода процесса из второго состояния в первое; 2) поток с инициированием лишнего события во втором состоянии в момент перехода процесса из первого состояния во второе; 3) поток с инициированием лишнего события во втором состоянии в момент перехода процесса из первого состояния во второе и в первом состоянии в момент перехода – из второго в первое. Для краткости, будем говорить "первый тип", "второй тип" и "третий тип". События пуассоновского потока и лишние события неразличимы.

Пример реализации альтернирующего потока с инициированием лишних событий приведен на рис. 1. Рис. под буквой а) соответствует первому

типу альтернирующего потока, б) – второму, в) – третьему.

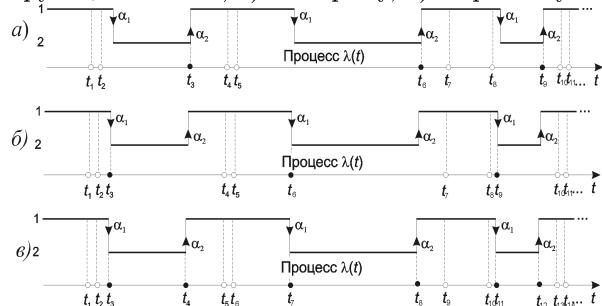


Рис. 1. Пример реализации альтернирующего потока с иницированием лишних событий; t_1, t_2, \dots — моменты наступления событий

Случайный процесс $\lambda(t)$ является ненаблюдаемым. Параметры потока $\alpha_1, \alpha_2, \lambda$ полагаются известными. По наблюдениям моментов t_1, t_2, \dots требуется оценить состояние потока в некоторый текущий момент времени.

Рассматривается стационарный режим функционирования потока, поэтому переходными процессами на интервале наблюдения (t_0, t) , где t_0 – начало наблюдений, t – окончание (момент вынесения решения), пренебрегаем. Тогда без потери общности можно положить $t_0 = 0$. Решение о состоянии потока выносится по критерию максимума апостериорной вероятности, обеспечивающему минимум полной вероятности ошибочного решения. Для вынесения решения о состоянии процесса $\lambda(t)$ в момент t необходимо знать апостериорные вероятности $w(\lambda_i|t) = w(\lambda_i|t_1, \dots, t_m)$, $i = 1, 2$, ($\lambda_1 = \lambda, \lambda_2 = 0$) того, что в момент t процесс $\lambda(t) = \lambda_i$ (m – количество наблюденных событий за время t). При этом, $w(\lambda|t) + w(0|t) = 1$. Тогда, если $w(\lambda|t) \geq w(0|t)$, то $\hat{\lambda}(t) = \lambda$; если $w(\lambda|t) < w(0|t)$, то $\hat{\lambda}(t) = 0$.

В разделе 1.2 найдены плотности вероятностей $p(\tau)$ длительности интервала между соседними событиями в альтернирующем потоке. Доказывается, что процесс $\lambda(t)$ – марковский. Основные результаты раздела 1.2 сформулированы в следующих теоремах.

Теорема 1.2.1. Плотность вероятностей длительности интервала между соседними событиями в потоке первого типа есть

$$p(\tau) = \gamma(\lambda + \alpha_1)e^{-(\lambda + \alpha_1)\tau} + (1 - \gamma)\alpha_2e^{-\alpha_2\tau}, \quad \tau \geq 0, \quad \gamma = \frac{\lambda - \alpha_2}{\lambda + \alpha_1 - \alpha_2}. \quad (1)$$

Теорема 1.2.2. Плотность вероятностей длительности интервала между соседними событиями в потоке второго типа есть

$$p(\tau) = \gamma(\lambda + \alpha_1)e^{-(\lambda + \alpha_1)\tau} + (1 - \gamma)\alpha_2e^{-\alpha_2\tau}, \quad \tau \geq 0, \quad \gamma = \frac{\lambda - \alpha_2}{\lambda + \alpha_1 - \alpha_2}. \quad (2)$$

Теорема 1.2.3. Плотность вероятностей длительности интервала между соседними событиями в потоке третьего типа есть

$$p(\tau) = \gamma(\lambda + \alpha_1)e^{-(\lambda + \alpha_1)\tau} + (1 - \gamma)\alpha_2 e^{-\alpha_2\tau}, \quad \tau \geq 0, \quad \gamma = \frac{\lambda + \alpha_1}{\lambda + 2\alpha_1}. \quad (3)$$

Отметим, что формулы (1) и (2) совпадают, то есть плотности вероятностей для потоков первого и второго типов одинаковы. Для третьего типа плотность (3) отличается только видом параметра γ .

В разделе 1.3 получены апостериорные вероятности $w(\lambda_i|t)$ ($i = 1, 2$) состояний потока в любой момент времени t . Пусть время меняется дискретно с конечным шагом Δt : $t = k\Delta t$, $k = 0, 1, \dots$. Введем двумерный процесс $(\lambda^{(k)}, r_k)$, где $\lambda^{(k)} = \lambda(k\Delta t)$ – значение процесса $\lambda(t)$ в момент времени $k\Delta t$ ($\lambda^{(k)} = \lambda_i$, $i = 1, 2$), $r_k = r_k(\Delta t) = r[k\Delta t] - r[(k-1)\Delta t]$ – число событий, наблюдённых на временном интервале $((k-1)\Delta t, k\Delta t)$ длительности Δt , $r_k = 0, 1, \dots$. Показывается, что $(\lambda^{(k)}, r_k)$ – марковский процесс. Обозначим $\vec{r}_m = (r_0, r_1, \dots, r_m)$ – последовательность событий за время от 0 до $m\Delta t$ на интервалах $((k-1)\Delta t, k\Delta t)$ длительности Δt , $k = \overline{0, m}$. r_0 – число событий, наблюденных на интервале $(-\Delta t, 0)$, которое задается произвольно, например, $r_0 = 0$. $\vec{\lambda}^{(m)} = (\lambda^{(0)}, \lambda^{(1)}, \dots, \lambda^{(m)})$ – последовательность ненаблюдаемых значений процесса $\lambda(k\Delta t)$ в моменты времени $k\Delta t$, $k = \overline{0, m}$ ($\lambda^{(0)} = \lambda(0) = \lambda_i$, $i = 1, 2$). Обозначим через $w(\vec{\lambda}^{(m)}, \vec{r}_m)$ совместную вероятность значений $\vec{\lambda}^{(m)}$, \vec{r}_m ; через $w(\vec{\lambda}^{(m)}|\vec{r}_m)$ – условную вероятность значений $\vec{\lambda}^{(m)}$ при условии, что наблюдалась реализация \vec{r}_m ; через $w(\lambda^{(m)}|\vec{r}_m)$ – условную вероятность значений $\lambda^{(m)}$ при условии, что наблюдалась реализация \vec{r}_m . Тогда имеет место

Лемма 1.3.1. Для дважды стохастического потока событий с двумя состояниями справедливо (без зависимости от схемы инициализации лишних событий)

$$w(\lambda^{(m+1)}|\vec{r}_{m+1}) = \frac{\sum_{\lambda^{(m)}=\lambda_1}^{\lambda_2} w(\lambda^{(m)}|\vec{r}_m)p(\lambda^{(m+1)}, r_{m+1}|\lambda^{(m)}, r_m)}{\sum_{\lambda^{(m)}=\lambda_1}^{\lambda_2} \sum_{\lambda^{(m+1)}=\lambda_1}^{\lambda_2} w(\lambda^{(m)}|\vec{r}_m)p(\lambda^{(m+1)}, r_{m+1}|\lambda^{(m)}, r_m)}, \quad (4)$$

где $p(\lambda^{(m+1)}, r_{m+1}|\lambda^{(m)}, r_m)$ – вероятность перехода процесса $(\lambda^{(m)}, r_m)$ за один шаг Δt из состояния $(\lambda^{(m)}, r_m)$ в состояние $(\lambda^{(m+1)}, r_{m+1})$. В силу марковости процесса $(\lambda^{(m)}, r_m)$, имеем $p(\lambda^{(m+1)}, r_{m+1}|\lambda^{(m)}, r_m) = p(\lambda^{(m+1)}|\lambda^{(m)})p(r_{m+1}|\lambda^{(m)})$. Тогда (4) примет вид:

$$w(\lambda^{(m+1)}|\vec{r}_{m+1}) = \frac{\sum_{\lambda^{(m)}=\lambda_1}^{\lambda_2} w(\lambda^{(m)}|\vec{r}_m)p(\lambda^{(m+1)}|\lambda^{(m)})p(r_{m+1}|\lambda^{(m)})}{\sum_{\lambda^{(m)}=\lambda_1}^{\lambda_2} \sum_{\lambda^{(m+1)}=\lambda_1}^{\lambda_2} w(\lambda^{(m)}|\vec{r}_m)p(\lambda^{(m+1)}|\lambda^{(m)})p(r_{m+1}|\lambda^{(m)})}. \quad (5)$$

Дальнейшее построение (на основе формулы (5)) апостериорных вероятностей $w(\lambda|t)$ первого состояния процесса $\lambda(t)$ произведено для каждого из трех типов потоков. Доказаны следующие теоремы.

Теорема 1.3.1. Для потока первого типа поведение апостериорной вероятности $w(\lambda|t)$ на временной оси определяется выражениями

$$w(\lambda|0) = \pi_1 = \frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2};$$

$$w(\lambda|t) = \frac{\alpha_2(\lambda + \alpha_1 - \alpha_2)e^{-(\lambda+\alpha_1-\alpha_2)t}}{(\alpha_1 + \alpha_2)(\lambda + \alpha_1 - \alpha_2) - \alpha_2(\lambda - \alpha_2)[1 - e^{-(\lambda+\alpha_1-\alpha_2)t}]}, \quad 0 \leq t < t_1; \quad (6)$$

$$w(\lambda|t_i + 0) = 1;$$

$$w(\lambda|t) = \frac{(\lambda + \alpha_1 - \alpha_2)}{\lambda - \alpha_2 + \alpha_1 e^{(\lambda+\alpha_1-\alpha_2)(t-t_i)}}, \quad t_i \leq t < t_{i+1}, \quad i = 1, 2, \dots. \quad (7)$$

Теорема 1.3.2. Для потока второго типа поведение апостериорной вероятности на временной оси определяется выражениями

$$w(\lambda|0) = \pi_1 = \frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2};$$

$$w(\lambda|t) = \alpha_2 \frac{\alpha_1 + (\lambda - \alpha_2)e^{-(\lambda+\alpha_1-\alpha_2)t}}{\alpha_1(\lambda + \alpha_1) + \alpha_2(\lambda - \alpha_2)e^{-(\lambda+\alpha_1-\alpha_2)t}}, \quad 0 \leq t < t_1; \quad (8)$$

$$w(\lambda|t_i + 0) = \frac{\lambda}{\lambda + \alpha_1};$$

$$w(\lambda|t) = \frac{\frac{\alpha_1 \alpha_2}{\lambda + \alpha_1} + (\lambda - \alpha_2)e^{-(\lambda+\alpha_1-\alpha_2)(t-t_i)}}{\alpha_1 + (\lambda - \alpha_2)e^{-(\lambda+\alpha_1-\alpha_2)(t-t_i)}}, \quad t_i \leq t < t_{i+1}, \quad i = 1, 2, \dots. \quad (9)$$

Теорема 1.3.3. Для потока третьего типа поведение апостериорной вероятности на временной оси определяется выражениями

$$w(\lambda|t) = \frac{w(\lambda|t_i + 0)}{w(\lambda|t_i + 0) + [1 - w(\lambda|t_i + 0)]e^{(\lambda+\alpha_1-\alpha_2)(t-t_i)}}, \quad t_i \leq t < t_{i+1}, \quad (10)$$

$$w(\lambda|t_{i+1} + 0) = \frac{\alpha_2 + (\lambda - \alpha_2)w(\lambda|t_{i+1} - 0)}{\alpha_2 + (\lambda + \alpha_1 - \alpha_2)w(\lambda|t_{i+1} - 0)}, \quad i = 0, 1, \dots; \quad (11)$$

$$w(\lambda|t_0 + 0) = w(\lambda|0) = \pi_1 = \frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}.$$

В пункте 1.4. сформулирован алгоритм оптимального оценивания состояний процесса $\lambda(t)$. В пункте 1.5 получены аналитические выражения вероятностей ошибочного решения для первого и второго типов потока.

Во второй главе решается задача оценивания параметров $\lambda, \alpha_1, \alpha_2, T$ (T – фиксированная длительность непродлевающегося мертвого времени альтернирующего потока трех типов). Потоки во второй главе отличаются наличием мертвого времени, возникающего в момент наблюдения события альтернирующего потока. События, произошедшие в течение периода мертвого времени, недоступны наблюдению и не вызывают его продления. На рис. 2 приведен пример реализации наблюдаемого потока. Белыми кружками обозначены моменты наступления наблюдаемых событий, черными – ненаблюденных, черными прямоугольниками – периоды мертвого времени. Рисунок под буквой а) соответствует потоку первого типа, под буквой б) – потоку второго типа, под буквой в) – потоку третьего типа.

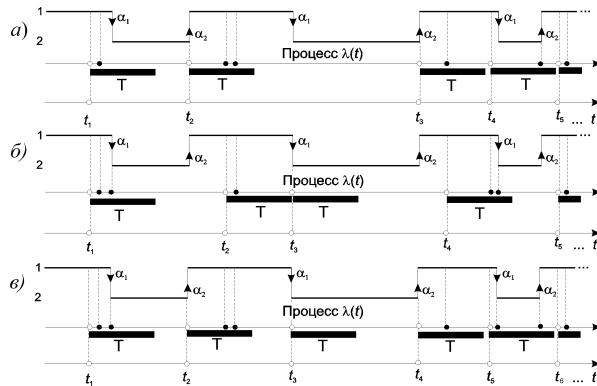


Рис. 2. Пример реализации альтернирующего потока с инициированием лишних событий и непродлевающимся мертвым временем

В разделе 2.2 сформулированы теоремы, определяющие вид плотностей вероятностей длительности интервала между соседними событиями наблюдаемого потока первого, второго и третьего типа.

Теорема 2.2.1. Для потока первого типа плотность вероятностей длительности интервала между соседними событиями примет вид:

$$p(\tau) = \begin{cases} 0, & 0 \leq \tau < T \\ \gamma(\lambda + \alpha_1)e^{-(\lambda + \alpha_1)(\tau - T)} + (1 - \gamma)\alpha_2e^{-\alpha_2(\tau - T)}, & \tau \geq T \end{cases}, \quad (12)$$

где $\gamma = \frac{\lambda - \alpha_2}{\lambda + \alpha_1 - \alpha_2}$, $\pi_1 = \frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}$, $\pi_2 = \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2}$.

Теорема 2.2.2. Для потока второго типа плотность вероятностей длительности интервала между соседними событиями примет вид:

$$p(\tau) = \begin{cases} 0, & 0 \leq \tau < T \\ \gamma(\lambda + \alpha_1)e^{-(\lambda + \alpha_1)(\tau - T)} + (1 - \gamma)\alpha_2e^{-\alpha_2(\tau - T)}, & \tau \geq T \end{cases}, \quad (13)$$

где γ, π_1, π_2 определены в (12).

Из формул (12), (13) вытекает, что плотности $p(\tau)$ для потоков первого и второго типов совпадают.

Теорема 2.2.3. Для потока третьего типа плотность вероятностей длительности интервала между соседними событиями примет вид:

$$p(\tau) = \begin{cases} 0, & 0 \leq \tau < T \\ \gamma(\lambda + \alpha_1)e^{-(\lambda + \alpha_1)(\tau - T)} + (1 - \gamma)\alpha_2e^{-\alpha_2(\tau - T)}, & \tau \geq T \end{cases}, \quad (14)$$

где $\gamma = \pi_1 + \pi_2 \frac{(\lambda + \alpha_1 - \alpha_2)e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)T}}{\lambda + \alpha_1 + \alpha_2 e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)T}}$, π_1, π_2 определены в (12).

В разделе 2.3 вводится совместная плотность $p(\tau_1, \tau_2)$ длительностей двух смежных интервалов и доказывается, что потоки первого и второго типов – рекуррентные. Для потока третьего типа доказывается

Теорема 2.3.3. Поток третьего типа является коррелированным и $p(\tau_1, \tau_2)$ имеет вид:

$$\begin{aligned} p(\tau_1, \tau_2) &= p(\tau_1)p(\tau_2) + e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)T} f_1(\tau_1|T)f_2(\tau_2|T), \\ f_1(\tau_1|T) &= \gamma(T)[\lambda\tilde{\pi}_2(T) - \alpha_1\tilde{\pi}_1(T)]e^{-(\lambda + \alpha_1)(\tau_1 - T)} + [1 - \gamma(T)]\alpha_2\tilde{\pi}_2(T)e^{-\alpha_2(\tau_1 - T)}, \\ f_2(\tau_2|T) &= (\lambda + \alpha_1)e^{-(\lambda + \alpha_1)(\tau_2 - T)} - \alpha_2e^{-\alpha_2(\tau_2 - T)}, \end{aligned} \quad (15)$$

где $p(\tau_1), p(\tau_2)$ определены формулой (14), в которой вместо τ нужно подставить τ_1 либо τ_2 ; $\gamma(T) = \gamma$ определена в (14);

$$\tilde{\pi}_1(T) = \frac{\lambda + \alpha_1(\pi_2 + \pi_1)e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)T}}{\lambda + \alpha_1(1 + e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)T})}, \quad \tilde{\pi}_2(T) = \frac{\alpha_1(\pi_1 + \pi_2)e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)T}}{\lambda + \alpha_1(1 + e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)T})}.$$

В разделе 2.4 для потоков первого и второго типов методом максимального правдоподобия получена оценка длительности мертвого времени $\hat{T} = \tau_{min}$, где τ_{min} – минимальная длительность интервала между соседними событиями в наблюдаемом потоке на интервале наблюдения. Для потока третьего типа выбрана эвристическая оценка $\hat{T}_3 = \tau_{min}$.

В разделе 2.5 получено уравнение моментов для оценивания длительности мертвого времени T (первый и второй тип потока):

$$T - \frac{\alpha_1(\lambda - \alpha_2)}{\alpha_2(\lambda + \alpha_1)(\alpha_1 + \alpha_2)}e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)T} + \frac{1}{\lambda + \alpha_1} + \frac{\alpha_1}{\alpha_2(\alpha_1 + \alpha_2)} - C_1 = 0, \quad (16)$$

где $C_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \tau_i$, где $\tau_i = t_{i+1} - t_i$, $i = \overline{1, n}$; C_1 – выборочный первый начальный момент; и уравнение моментов для третьего типа потока:

$$T + \frac{(\lambda + \alpha_1 - \alpha_2)^2}{\alpha_2(\alpha_1 + \alpha_2)(\lambda + \alpha_1 + \alpha_2 e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)T})} + \frac{2\alpha_2 - \lambda}{\alpha_2(\alpha_1 + \alpha_2)} - C_1 = 0. \quad (17)$$

Уравнения (16) и (17) решаются численно на полуинтервале $(0, \tau_{min}]$.

При оценивании четырех параметров $\lambda, \alpha_1, \alpha_2, T$ наблюдаемого потока первого либо второго типа вводятся статистики $C_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \tau_i^k, k = \overline{1, 4}$ и выписываются четыре уравнения моментов, решение которых есть

$$\hat{\lambda}_1 = y_+ = \frac{1}{2}(-b + \sqrt{b^2 - 4c}); \quad \hat{\alpha}_2 = y_- = \frac{1}{2}(-b - \sqrt{b^2 - 4c}); \quad (18)$$

$$\hat{\Gamma} = C_1 - \hat{T} - (1/\hat{\alpha}_2); \quad \hat{\gamma} = \hat{\alpha}_2 \hat{\lambda}_1 \hat{\Gamma} / (\hat{\alpha}_2 - \hat{\lambda}_1), \quad (19)$$

$$b = \frac{-2(2\hat{T}^3 - 6C_1\hat{T}^2 + 6C_1^2\hat{T} + C_3 - 3C_1C_2)}{\hat{T}^4 - 4C_1\hat{T}^3 + 6C_1^2\hat{T}^2 + 2\hat{T}(C_3 - 3C_1C_2) - 2C_1C_3 + 3C_2^2},$$

$$c = \frac{6(\hat{T}^2 - 2C_1\hat{T} - C_2 + 2C_1^2)}{\hat{T}^4 - 4C_1\hat{T}^3 + 6C_1^2\hat{T}^2 + 2\hat{T}(C_3 - 3C_1C_2) - 2C_1C_3 + 3C_2^2};$$

где \hat{T} есть корень (из полуинтервала $(0, \tau_{min}]$) уравнения:

$$\begin{aligned} &T^6 - 6C_1T^5 + 3(6C_1^2 - C_2)T^4 + 4(C_3 - 6C_1^3)T^3 + 3(C_4 + 12C_1^2C_2 - 8C_1C_3)T^2 + \\ &+ 6(4C_1^2C_3 - 6C_1C_2^2 - C_1C_4 + 2C_2C_3)T + 4C_3^2 - 24C_1C_2C_3 + 18C_2^3 - 3C_2C_4 + 6C_1^2C_4 = 0; \end{aligned} \quad (20)$$

оценка параметра α_1 находится из уравнения

$$[(\hat{\lambda}_1 - \hat{\alpha}_2)\hat{\gamma} + \hat{\alpha}_2](\hat{\lambda}_1 - \hat{\alpha}_2)(\hat{\gamma} - 1) + \alpha_1(\alpha_1 + \hat{\alpha}_2 - \hat{\lambda}_1)e^{-(\alpha_1 + \hat{\alpha}_2)\hat{T}} = 0; \quad (21)$$

оценка $\hat{\lambda} = \hat{\lambda}_1 - \hat{\alpha}_1$.

Для потока третьего типа различаются два случая:

1) случай слабой корреляции смежных интервалов между соседними событиями: $\left| \frac{C_1^2 - C_0}{C_1^2} \right| < \varepsilon$ ($\varepsilon = 0, 05; 0, 01; 0, 005$ и т.п.), $C_0 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} \tau_i \tau_{i+1}$ характеризует корреляционную связь; тогда оценки $\hat{\lambda}_1, \hat{\alpha}_2, \hat{\Gamma}, \hat{\gamma}, \hat{T}$ определяются из (18) — (20), оценка параметра α_1 — из уравнения

$$\alpha_1(\hat{\gamma}\alpha_1 + \hat{\gamma}\hat{\alpha}_2 - \hat{\lambda}_1)e^{-(\alpha_1 + \hat{\alpha}_2)\hat{T}} + \hat{\lambda}_1\hat{\gamma}\alpha_1 + \hat{\lambda}_1\hat{\alpha}_2(\hat{\gamma} - 1) = 0;$$

оценка $\hat{\lambda} = \hat{\lambda}_1 - \hat{\alpha}_1$;

2) случай сильной корреляции: $\left| \frac{C_1^2 - C_0}{C_1^2} \right| \geq \varepsilon$; тогда оценки параметров $\lambda, \alpha_1, \alpha_2, T$ находятся численно из системы

$$\Gamma = C_1 - T - \frac{1}{\alpha_2}; \quad T^2 + 2\left(T + \frac{1}{\lambda_1}\right)\Gamma + \frac{2}{\alpha_2}C_1 = C_2;$$

$$T^3 + 3T^2\Gamma + 3(C_2 - T^2)\frac{1}{\lambda_1} - \frac{6C_1}{\lambda_1\alpha_2} + \frac{3C_2}{\alpha_2} = C_3;$$

$$\left(\Gamma - \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\alpha_2}\right)\Gamma \frac{\alpha_1}{\lambda_1} e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)T} = C_0 - C_1^2,$$

где $\Gamma = \gamma \left(\frac{1}{\lambda + \alpha_1} - \frac{1}{\alpha_2} \right)$; $\gamma = \pi_2 + \pi_1 \frac{(\lambda_1 - \alpha_2)e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)T}}{\lambda_1 + \alpha_1 e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)T}}$; $\lambda_1 = \lambda + \alpha_1$; π_1, π_2 определены в (12).

В третьей главе рассматривается альтернирующий поток (первого, второго и третьего типов) с продлевающимся мертвым временем. Здесь потоки отличаются тем, что события, произошедшие в течение периода мертвого времени, вызывают его продление на величину T . На рис. 3 приведен пример реализации потока с продлевающимся мертвым временем (обозначения аналогичны обозначениям на рис.2). По наблюдениям (t_1, t_2, \dots, t_n) требуется построить оценку \hat{T} .

В разделе 3.2 найдены преобразования Лапласа плотности $p(\tau)$ длительности интервала между соседними событиями наблюдаемого потока и доказаны следующие леммы и теоремы.

Лемма 3.2.1. *Преобразование Лапласа плотности вероятностей $p(\xi)$ длительности общего периода ненаблюдаемости для потока первого типа с продлевающимся мертвым временем имеет вид:*

$$g_\xi(s) = \varphi_0(T)e^{-sT} \left[1 - \frac{(\lambda + \alpha_1)\gamma(1 - e^{-(\lambda + \alpha_1 + s)T})}{\lambda + \alpha_1 + s} - \frac{\alpha_2(1 - \gamma)(1 - e^{-(\alpha_2 + s)T})}{\alpha_2 + s} \right]^{-1}, \quad (22)$$

где $\varphi_0(T) = \gamma e^{-(\lambda + \alpha_1)T} + (1 - \gamma)e^{-\alpha_2 T}$; γ определена в (1).

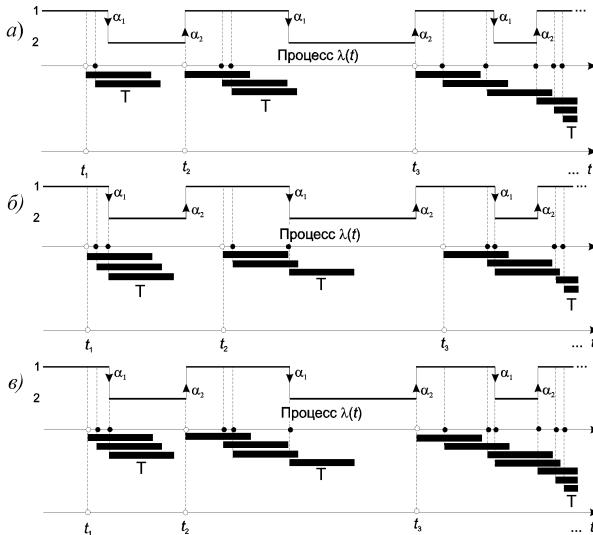


Рис. 3. Пример реализации альтернирующего потока с инициированием лишних событий и продлевающимся мертвым временем

С использованием формулы (22) доказаны следующие теоремы.

Теорема 3.2.1. *Для потока первого типа преобразование Лапласа плотности вероятностей $p(\tau)$ длительности интервала между*

соседними событиями в наблюдаемом потоке имеет вид:

$$g_\tau(s) = \frac{(\lambda + \alpha_1)(\alpha_1 + \alpha_2 + s)\pi_1}{(\lambda + \alpha_1 + s)(\alpha_2 + s)} g_\xi(s) + \frac{(\lambda - \alpha_2)s\pi_2}{(\lambda + \alpha_1 + s)(\alpha_2 + s)} g_\xi(\alpha_1 + \alpha_2 + s), \quad (23)$$

где $g_\xi(\alpha_1 + \alpha_2 + s)$ определено формулой (22), в которой нужно вместо s подставить $(\alpha_1 + \alpha_2 + s)$; π_1, π_2 определены в (12).

Теорема 3.2.2. Для потока второго типа преобразование Лапласа плотности вероятностей $p(\tau)$ длительности интервала между соседними событиями в наблюдаемом потоке имеет вид (23).

При рассмотрении потока третьего типа учтена его коррелированность (формула (15)) и доказаны следующие лемма и теорема.

Лемма 3.2.2. Преобразование Лапласа плотности вероятностей $p(\xi)$ длительности общего периода ненаблюдаемости для потока третьего типа с продлевавшимся мертывым временем имеет вид:

$$g_\xi(s) = [\varphi_0(T) - (1 - \gamma)^2 \psi_0(T) \phi(s)] G(s),$$

$$G(s) = e^{-sT} \left[1 - \frac{(\lambda + \alpha_1)\gamma(1 - e^{-(\lambda + \alpha_1 + s)T})}{\lambda + \alpha_1 + s} - \frac{\alpha_2(1 - \gamma)(1 - e^{-(\alpha_2 + s)T})}{\alpha_2 + s} \right]^{-1}, \quad (24)$$

где $\varphi_0(T)$ определена в (22); $\psi_0(T) = e^{-(\lambda + \alpha_1)T} - e^{-\alpha_2 T}$;

$$\phi(s) = \frac{(\lambda + \alpha_1)(1 - e^{-(\lambda + \alpha_1 + s)T})}{\lambda + \alpha_1 + s} - \frac{\alpha_2(1 - e^{-(\alpha_2 + s)T})}{\alpha_2 + s}; \gamma \text{ определена в (3).}$$

Теорема 3.2.4. Для потока третьего типа преобразование Лапласа плотности вероятностей $p(\tau)$ длительности интервала между соседними событиями в наблюдаемом потоке имеет вид:

$$g_\tau(s) = \pi_1 \left(\frac{\lambda + \alpha_1}{\lambda + \alpha_1 + s} + \frac{\alpha_1}{\alpha_2 + s} \right) g_\xi(s) + \\ + \frac{\pi_2 s (\lambda + \alpha_1 - \alpha_2)^2}{\alpha_1 (\lambda + \alpha_1 + s) (\alpha_2 + s)} \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^{m-1} \left(\frac{\alpha_1}{\lambda + \alpha_1} \right)^m g_\xi(m(\alpha_1 + \alpha_2) + s), \quad (25)$$

где для $g_\xi(m(\alpha_1 + \alpha_2) + s)$, $m = 0, 1, 2, \dots$, справедлива формула (24), в которой вместо s нужно подставить $m(\alpha_1 + \alpha_2) + s$.

Явный вид преобразования Лапласа (23) для потоков первого и второго типов и (25) для потока третьего типа позволяет получить аналитический вид начальных моментов: $M(\tau^k) = (-1)^k g_\tau^{(k)}(s)|_{s=0}$, $k = 1, 2, \dots$. Если известны параметры $\lambda, \alpha_1, \alpha_2$, то для оценивания T достаточно одного уравнения моментов ($M(\tau) = C_1$, статистика C_1 определена в (16)), которое для потоков первого и второго типов примет вид:

$$\frac{1}{\lambda + \alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} - \frac{1}{\alpha_1 + \alpha_2} - C_1 + \frac{\frac{\gamma}{\lambda + \alpha_1}(1 - e^{-(\lambda + \alpha_1)T}) + \frac{1-\gamma}{\alpha_2}(1 - e^{-\alpha_2 T})}{\varphi_0(T)} -$$

$$-\frac{(\lambda - \alpha_2)\alpha_1}{(\lambda + \alpha_1)(\alpha_1 + \alpha_2)\alpha_2} g_\xi(\alpha_1 + \alpha_2) = 0, \quad (26)$$

где $\varphi_0(T)$ определена в (22); $g_\xi(\alpha_1 + \alpha_2)$ определена в (22), в которой вместо s нужно подставить $(\alpha_1 + \alpha_2 + s)$ и положить $s = 0$.

Если ограничиться первым членом бесконечного ряда в (25), то первое уравнение моментов для потока третьего типа примет вид:

$$C_1 - \pi_1 \left(\frac{1}{\lambda + \alpha_1} + \frac{\alpha_1}{\alpha_2^2} \right) g_\xi(0) + g'_\xi(s)|_{s=0} + \frac{\pi_2(\lambda + \alpha_1 - \alpha_2)^2}{(\lambda + \alpha_1)^2 \alpha_2} g_\xi(\alpha_1 + \alpha_2) = 0, \quad (27)$$

где $g'_\xi(s)|_{s=0} = - \left[\frac{\gamma}{\lambda + \alpha_1} (1 - e^{-(\lambda + \alpha_1)T}) + \frac{1-\gamma}{\alpha_2} (1 - e^{-\alpha_2 T}) \right] (\varphi_0(T))^{-1} \times \left[1 + (1 - \gamma)^2 \frac{\psi_0^2(T)}{\varphi_0(T)} \right] + (1 - \gamma)^2 \frac{\psi_0(T)}{\varphi_0(T)} \left(\frac{1 - (1+T)e^{-(\lambda + \alpha_1)T}}{\lambda + \alpha_1} - \frac{1 - (1+T)e^{-\alpha_2 T}}{\alpha_2} \right)$, $g_\xi(0)$ определена в (24) для $s = 0$; $g_\xi(\alpha_1 + \alpha_2)$ определена в (24), где вместо s нужно подставить $(\alpha_1 + \alpha_2 + s)$ и положить $s = 0$. Уравнения (26) и (27) решаются численно.

Четвертая глава посвящена исследованию оценок состояний и оценок параметров альтернирующего потока трех типов. Исследования проводятся при помощи имитационной модели потока и программной реализации алгоритмов оценивания состояний и параметров потока.

В разделе 4.1 приведены численные результаты для оценки состояний потока. В качестве иллюстрации на рис. 4 представлены графики частоты ошибок оценивания \hat{P}_0 в зависимости от α_2 при $\alpha_1 = 0, 1, \lambda = 0,1; 0,5; 1; 2$, для потока третьего типа.

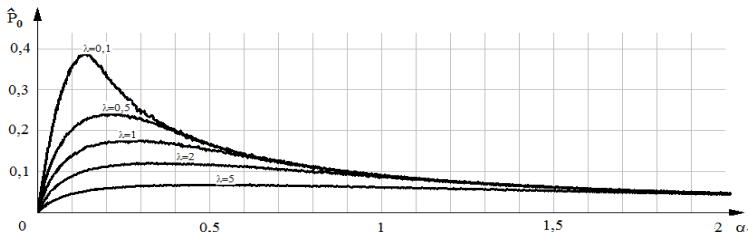


Рис. 4. Графики частоты ошибок оценивания

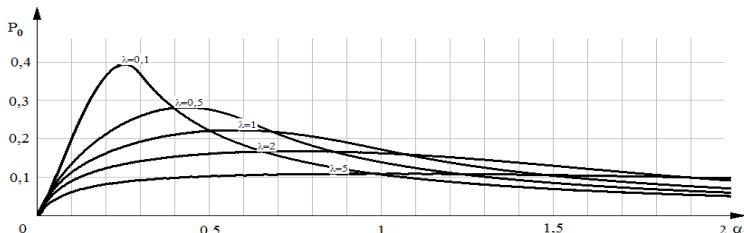


Рис. 5. Графики полной вероятности ошибки оценивания

В качестве иллюстрации на рис. 5 представлены графики полной вероятности ошибки P_0 в зависимости от α_2 , вычисленные по аналитической формуле ($\alpha_1 = 0, 1, \lambda = 0,1; 0,5; 1; 2; 5$) для потока первого типа.

В разделе 4.2 приведены результаты статистического эксперимента по оценке параметров альтернирующего потока трех типов с непротягивающимся мертвым временем, заключающегося в нахождении статистических характеристик оценок параметров $\hat{\lambda}$, $\hat{\alpha}_1$, $\hat{\alpha}_2$, \hat{T} , таких как выборочное среднее, выборочная дисперсия, выборочная вариация. В табл. 1,2 в качестве иллюстрации представлены выборочные средние (\hat{T} , \hat{T}_m), выборочные дисперсии (\hat{D} , \hat{D}_m) и выборочные вариации (\hat{V} , \hat{V}_m) для оценки максимального правдоподобия $\hat{T} = \tau_{min}$ и оценки моментов \hat{T}_m , получаемой путем решения уравнения (16) для потока первого типа в зависимости от T ($T=1, 3, \dots, 9$). Результаты в таблицах найдены при $\lambda=1$; $\alpha_1=0,1$; $\alpha_2=0,1$; времени моделирования 500 ед. вр.

Таблица 1.

T	1	3	5	7	9
\hat{T}_m	0,9101	2,8111	4,6885	6,6319	8,5481
\hat{D}_m	0,0181	0,0728	0,1734	0,2771	0,3699
\hat{V}_m	0,0260	0,1078	0,2687	0,4098	0,5704

Таблица 2.

T	1	3	5	7	9
\hat{T}	1,0074	3,0203	5,0258	7,0367	9,0486
\hat{D}	0,0001	0,0004	0,0007	0,0017	0,0032
\hat{V}	0,0001	0,0008	0,0014	0,0030	0,0056

В табл. 3 в качестве иллюстрации для потока первого типа приведены характеристики: выборочное среднее $\hat{\alpha}_1$, выборочная дисперсия \hat{D}_{α_1} , выборочная вариация \hat{V}_{α_1} оценки $\hat{\alpha}_1$, получаемой методом моментов при $\lambda = 1$, $\alpha_1 = 0,1$, $\alpha_2 = 0,2$, времени моделирования 5000 ед. вр. путем решения уравнения (21) в зависимости от T ($T=0; 0,5; 1; 3; \dots; 9$).

Таблица 3.

T	0	0,5	1	3	5	7	9
$\hat{\alpha}_1$	0,1101	0,1185	0,1139	0,1151	0,1513	0,1571	0,1662
\hat{D}_{α_1}	0,0009	0,0013	0,0015	0,0023	0,0060	0,0098	0,0131
\hat{V}_{α_1}	0,0010	0,0016	0,0015	0,0025	0,0086	0,0131	0,0174

В разделе 4.3 приведены результаты статистического эксперимента по оценке длительности мертвого времени T альтернирующего потока трех типов с протягивающимся мертвым временем. В табл. 4 в качестве иллюстрации представлены: выборочное среднее \hat{T} , выборочная дисперсия \hat{D} , выборочная вариация \hat{V} оценки \hat{T} , получаемой методом моментов путем решения уравнения (26) при $\lambda = 5$, $\alpha_1 = 0,1$, $\alpha_2 = 0,2$, времени моделирования 5000 ед. вр. в зависимости от длительности мертвого времени T ($T=0,1; 0,5; 1; 3; \dots; 9$) для потока первого типа.

Таблица 4.

T	0,5	1	1,5	2	2,5	3	5	7	9
\hat{T}	0,0004	0,0006	0,5410	1,6803	2,4612	3,0573	5,4806	7,6601	9,5774
\hat{D}	$8 \cdot 10^{-8}$	$8 \cdot 10^{-8}$	0,0288	0,0139	0,0060	0,0050	0,1412	0,1692	0,1968
\hat{V}	0,2597	0,9989	0,9482	0,1160	0,0074	0,0083	0,3707	0,6032	0,5282

Анализ численных результатов показывает, что 1) достаточная стабильность оценок \hat{T} и \hat{T}_m при известных параметрах потока и непродлевающемся мертвом времени достигается при времени моделирования от 500 ед.вр., оценок $\hat{\lambda}$, $\hat{\alpha}_1$, $\hat{\alpha}_2$ — от 2000 ед. вр.; оценки \hat{T} при продлевающемся мертвом времени — от 5000 ед.вр.; 2) Оценка \hat{T} , как правило, оказывается лучше оценки \hat{T}_m ; 3) при увеличении длительности мертвого времени T качество всех оценок ухудшается; 4) при малых длительностях мертвого времени качество всех оценок достаточно высокое.

В заключении содержатся выводы о решении задачи оценивания состояний альтернирующего потока с инициированием лишних событий, оценивания длительности мертвого времени и параметров этого потока в условиях непродлевающегося и продлевающегося мертвого времени. Формулируются основные результаты, заключающиеся в следующем:

- получен явный вид плотности вероятностей интервала между соседними событиями в альтернирующем потоке трех типов в случаях: отсутствия мертвого времени, наличия непродлевающегося мертвого времени; получено преобразование Лапласа плотности вероятностей интервала между соседними событиями в наблюдаемом потоке трех типов с продлевающимся мертвым временем;
- на основе критерия максимума апостериорной вероятности разработан алгоритм оценки состояний альтернирующего потока трех типов;
- получена оценка максимального правдоподобия (первый, второй тип потока) и эвристическая оценка (третий тип) длительности мертвого времени для потока с непродлевающимся мертвым временем;
- методом моментов построены оценки параметров альтернирующего потока трех типов с непродлевающимся мертвым временем;
- построены уравнения моментов для оценивания длительности мертвого времени в альтернирующем потоке (три типа) с продлевающимся мертвым временем;
- разработаны и реализованы имитационные модели альтернирующего потока трех типов для случаев: отсутствия мертвого времени и его наличия (непродлевающегося либо продлевающегося); получены и интерпретированы численные результаты.

Список публикаций по теме диссертации

1. Горцев А.М., Ниссенбаум О.В. Оценивание длительности мертвого времени и параметров асинхронного альтернирующего потока событий с инициированием лишнего события // Вестн. ТГУ. — 2004.—№284.—С.139–145.
2. Горцев А.М., Ниссенбаум О.В. Оценивание длительности мертвого времени и параметров асинхронного альтернирующего потока событий при непродлевающемся мертвом времени // Изв. вузов. Физика. — 2005.—№10.—С.35–49.

- 3. Ниссенбаум О.В. Нерекуррентность асинхронного альтернирующего дважды стохастического потока событий с инициированием лишних событий при переходе из состояния в состояние // Вестн. ТюмГУ. — 2007.— №5.— С.17–21.**
- 4. Горцев А.М., Ниссенбаум О.В. Оптимальная оценка состояний асинхронного альтернирующего потока с инициированием лишних событий // Вестн. ТюмГУ.—2008.—№ 6.—С. 107-119.**
- 5. Ниссенбаум О.В. Сравнение методов моментов и максимального правдоподобия при оценивании длительности мертвого времени в асинхронном альтернирующем потоке// Вестн. ТГУ.—2006.—№18.—П.—С.279–284.**
- 6. Ниссенбаум О.В. Построение плотности вероятностей интервала между соседними событиями асинхронного альтернирующего потока событий при непродлевающемся мертвом времени // Матем. и информ. мод.: сб. научн. трудов. — Тюмень: Вектор-Бук. — 2006. — Вып.8. — С.137–148.**
- 7. Ниссенбаум О.В. Оценивание длительности мертвого времени при продлении его периода в асинхронном дважды стохастическом потоке событий // Вестн. ТГУ. — 2007. — №23. — П. — С.291–294.**
- 8. Ниссенбаум О.В. Построение оценок параметров асинхронного дважды стохастического потока событий с инициированием лишнего события и продлевающимся мертвым временем// Вестн. ТГУ. УВТИ. — 2008. — №3(4). — С.77–85.**
- 9. Ниссенбаум О.В. Оценивание параметров и состояний асинхронного дважды стохастического потока с инициированием лишних событий // Совр. проблемы матем. и информац. моделир. Перспективы разраб. и внедр. инновац. ИТ-решений: сб. научн. трудов.—Тюмень.—2008.—С. 80-87.**
- 10. Горцев А.М., Ниссенбаум О.В. Оптимальная оценка состояний асинхронного альтернирующего потока с инициированием лишних событий // Новые информац. технологии в исслед. сложн. структур: Тез. докл. Седьмой Росс. конф. с межд. участ. — Томск: Изд-во НТЛ. — 2008. — С.80.**
- 11. Ниссенбаум О.В. Построение оценок неизвестных параметров коррелированного дважды стохастического потока событий в условиях продлевающегося мертвого времени // Новые информац. технологии в исслед. сложн. структур: Тез. докл. Седьмой Росс. конф. с межд. участ. — Томск: Изд-во НТЛ. — 2008. — С.86.**