На правах рукописи

Никитина Марина Анатольевна

ИССЛЕДОВАНИЕ СТРАТЕГИЙ КОНТРОЛЯ СИГНАЛА ОПОВЕЩЕНИЯ О КОНФЛИКТЕ В МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ СЕТЕЙ СЛУЧАЙНОГО ДОСТУПА

05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Томск – 2003

Работа выполнена на кафедре теории вероятностей и математической статистики факультета прикладной математики и кибернетики Томского государственного университета

Научный руководитель: доктор технических наук, профессор
Назаров Анатолий Андреевич

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор Воробейчиков Сергей Эрикович,

кандидат физико-математических наук,
доцент Змеева Елена Евдокимовна

Ведущая организация:
Белорусский государственный университет (г. Минск)

Защита состоится:
18 декабря 2003 г. в 10.30 часов на заседании диссертационного совета Д 212.267.08 при Томском государственном университете по адресу: 634050, г. Томск, пр. Ленина, 36.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Томского государственного университета.

Автореферат разослан «_____» ноября 2003г.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
доктор технических наук, доцент А.В. Скворцов

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность проблемы.

Быстрое развитие систем сбора, обработки, хранения и передачи информации привели к появлению информационно-вычислительных сетей (ИВС).

Потребности в качественной и быстрой связи возрастают, поэтому постоянно ведется проектирование и усовершенствование информационно-вычислительных сетей.

Использование вычислительных сетей открывает новые возможности, такие как, например, улучшение доступа к информации, разделение дорогостоящих ресурсов. Однако много проблем связано с транспортировкой сообщений по каналам связи. Основные задачи здесь – обеспечение надежности (чтобы передаваемые данные не терялись и не искажались) и производительности (чтобы обмен данных происходил с приемлемыми задержками). В структуре общих затрат на вычислительную сеть расходы на решение этих вопросов составляют существенную часть.

Успешное развитие информационных технологий невозможно без теоретических исследований. Сложность и высокая стоимость современных ИВС требуют оценки производительности проектируемой сети или её пропускной способности.

Основным современным методом исследования сложных информационных систем на всех стадиях их разработки, проверки и модернизации является моделирование. По результатам моделирования могут быть найдены условия устойчивого функционирования сети, определены основные характеристики и решены задачи, связанные с выбором оптимальных параметров и построением рациональной стратегии управления. Исследование математических моделей сетей связи проведено в работах Бочарова П.П., Фалина Г.И., Степанова С.Н., Дудина А.Н., Клименок В.И., Назарова А.А., Хомичкова И.И., Рыкова В.В., Меликова А.З, Вишневского В.М., Одышева Ю.Д., Шохора С.Л., Туенбаевой А.Н, Кузнецова Д.Ю. и др.

Таким образом, данная работа, в которой находятся условия существования стационарного режима и основные вероятностно-временные характеристики сетей связи, является актуальной.

Целью работы является исследование математических моделей сетей связи с протоколами случайного доступа для нахождения вероятностно-временных характеристик сетей связи с дискретным и непрерывным контролем сигнала оповещения о конфликте и для нахождения условий, при которых сети связи функционирует устойчиво.

Таким образом, были поставлены следующие задачи:

1. Построение математических моделей сетей связи с протоколами случайного множественного доступа с дискретным и непрерывным

контролем сигнала оповещения о конфликте.

2. Разработка методики нахождение условий существования или отсутствия стационарного режима для математических моделей таких сетей связи.

3. Исследование предложенных марковских и немарковских моделей сетей связи случайного доступа с дискретным и непрерывным контролем сигнала оповещения о конфликте, функционирующих в стационарном режиме.

4. Определение вероятностно-временных характеристик исследуемых сетей связи.

Методика исследований.

Исследование математических моделей сетей связи случайного доступа проводилось с использованием методов теории вероятностей, теории случайных процессов, эргодических теорем, теории массового обслуживания, асимптотического анализа марковизируемых систем.

Научная новизна и результаты, выносимые на защиту, состоят в следующем:

1. Предложена математическая модель сети связи случайного доступа с непрерывной стратегией контроля сигнала оповещения о конфликте в виде однолинейной системы массового обслуживания с источником повторных вызовов и очередью.

2. Разработана методика нахождения условий существования стационарного режима для цепей Маркова с неоднородным ленточным графом.

3. Показано применение этой методики для математических моделей сетей связи с дискретным или непрерывным контролем сигнала оповещения о конфликте и сети связи с протоколом Ethernet.

4. Предложен подход к доказательству отсутствия стационарных режимов для математических моделей сетей связи.

5. Развит метод асимптотического анализа марковских и немарковских моделей сетей связи случайного доступа при непрерывном контроле сигнала оповещения о конфликте.

Теоретическая ценность работы.

Построены и исследованы математические модели сетей случайного доступа с непрерывным и дискретным контролем сигнала оповещения о конфликте.

Практическая ценность работы.

Приведенные в работе результаты могут быть применены при проектировании новых сетей связи, а также для анализа процессов функционирования существующих сетей.

Апробация работы.

Основные положения диссертации и отдельные ее результаты по мере их получения докладывались и обсуждались:

1. На Всероссийской научно-практической конференции “Новые технологии и комплексные решения: наука, образование, производство” (г. Анжеро-Судженск, 2001 г.).
2. На IV всероссийской конференции с международным участием “Новые информационные технологии в исследовании сложных структур” (г. Томск, 2002 г.).
3. На Всероссийской научно-практической конференции “ Наука и практика: диалоги нового века ” (г. Анжеро-Судженск , 2003 г.).
4. На научных семинарах кафедры ТВиМС факультета прикладной математики и кибернетики Томского государственного университета 1998 – 2003 гг.

Публикации. По результатам выполненных исследований опубликовано научных 9 работ.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, 3 глав, заключения и списка литературы из 108 наименований. Объем диссертации составляет 136 страниц, в том числе: основной текст – 122 стр.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы, изложены цель исследования, научная новизна, теоретическая и практическая ценность результатов, методика исследования, сделан обзор литературы.

В первой главе исследуются условия существования или отсутствия стационарных режимов для математических моделей сетей случайного доступа с дискретной или непрерывной стратегией контроля сигнала оповещения о конфликте и с протоколом Ethernet.

В качестве математической модели сети случайного доступа с контролем сигнала оповещения о конфликте рассмотрим однолинейную систему массового обслуживания (СМО), на вход которой поступает простейший поток заявок с параметром λ. Если прибор свободен, поступающая заявка начинает обслуживаться. Время обслуживания, случайная величина, имеющая функцию распределения $B(x)$. Если за это время другие требования не поступают, то заявка, завершив обслуживание, покидает систему. Если во время обслуживания поступает другая заявка, то возникает конфликт. Все заявки, попавшие в конфликт, переходят в источник повторных вызовов (ИПВ). В ИПВ каждая заявка находится случайное время, распределенное по экспоненциальному закону с параметром σ, по завершении которого она вновь обращается к прибору для повторной попытки обслуживания. На приборе начинается этап оповещения о конфликте, продолжительность которого есть случайная величина с функцией распределения $A(x)$.

В случае дискретного контроля сигнала оповещения все заявки, поступающие в систему на этапе оповещения о конфликте, переходят в источник повторных вызовов. Так как повторные обращения происходят в дискретные моменты времени, в которых определяется состояние канала, то эту ситуацию будем называть *дискретным контролем сигнала оповещения о конфликте*.

В случае непрерывного контроля все заявки, поступающие в систему на этапе оповещения о конфликте, становятся в очередь. После его завершения, каждая заявка, находящаяся в очереди обращается к прибору. В рассматриваемой ситуации момент окончания сигнала оповещения обнаруживается мгновенно всеми заявками, находящимися в очереди, поэтому такую ситуацию будем называть *непрерывным контролем сигнала оповещения о конфликте*. Если в очереди не было заявок, прибор остается свободным, если в очереди одна заявка, она начинает обслуживаться. Если в очереди больше одной заявки, то все они попадают в конфликт и с вероятностью 1 уходят в ИПВ, а на приборе начинается этап оповещения о конфликте.

В марковских моделях функции распределения $A(x)$ и $B(x)$ являются экспоненциальными с параметрами μ_1 и μ соответственно.

Для анализа условий эргодичности таких моделей рассмотрим цепь Маркова с дискретным временем, множество состояний которой определяется двумерным вектором (k,i), где k принимает значения из конечного множества $k=\overline{1,K}$, а – i счетное. Такой марковский процесс будем называть цепью Маркова с ленточным графом. Функционирование цепи Маркова определяется не только структурой графа, но и вероятностями $q_{n,i}(k,j)$ перехода за один шаг из состояния (n,i) в состояние (k,j). Здесь мы будем рассматривать условия эргодичности для цепей Маркова с неоднородными ленточными графами, вероятности переходов $q_{n,i}(k,j)$ которой имеют вид $q_{n,i}(k,j)=q_{n,i}(k,i+m)$ и удовлетворяют условиям: для любых n,i,k,m существуют конечные пределы

$$\lim_{i\to\infty} q_{n,i}(k,i+m)=q_n(k,m). \qquad (1)$$

Пусть существуют следующие конечные пределы

$$\lim_{i\to\infty}\sum_{m=-i}^{\infty} m\sum_{k=1}^{K} q_{n,i}(k,i+m)=\alpha_n\ , \qquad (2)$$

$$\lim_{i\to\infty}\sum_{m=-i}^{\infty} q_{n,i}(k,i+m)=q_n(k). \qquad (3)$$

Матрица $Q = \{q_n(k)\}$ является стохастической матрицей для некоторой неприводимой, непериодической цепи Маркова с конечным числом состояний. Система уравнений

$$\gamma_k = \sum_{n=1}^{K} \gamma_n q_n(k), \ k = \overline{1,K}$$

относительно γ_k имеет ограниченное ненулевое неотрицательное решение.

<u>ТЕОРЕМА 1</u>. Пусть вероятности переходов $q_{n,i}(k,j)$ неприводимой, непериодической марковской цепи с неоднородным ленточным графом удовлетворяют условию (1). Тогда для того чтобы эта цепь была эргодична, достаточно существования натурального i_0 и набора неотрицательных чисел $x_k(i)$, имеющих вид $x_k(i) = Ai + B_k$, таких, что

$$\sum_{n=1}^{K} \alpha_n \gamma_n < 0, \text{ для } i > i_0, \tag{4}$$

$$\sum_{k=1}^{K} \sum_{j=0}^{\infty} q_{n,i}(k,j) x_k(j) < \infty, \text{ для } i \le i_0, \ n = \overline{1,K}. \tag{5}$$

Данная теорема применяется для нахождения условий существования стационарных режимов в математических моделях сетей случайного доступа. Не менее полезным является метод доказательства отсутствия стационарных режимов для цепей Маркова. Возможный подход в этом направлении реализуется применением теоремы Пуанкаре

Способ применения этой теоремы для доказательства отсутствия стационарного распределения цепи Маркова заключается в следующем. Пусть цепь Маркова такова, что если бы для этого процесса существовало стационарное распределение, то оно бы удовлетворяло уравнению в конечных разностях вида

$$\alpha_0(i)y(i+n) + \alpha_1(i)y(i+n-1) + \ldots + \alpha_{n-1}(i)y(i+1) + \alpha_n(i)y(i) = 0. \tag{6}$$

Если значение всех корней z_p уравнения

$$\alpha_0 z^n + \alpha_1 z^{n-1} + \ldots + \alpha_{n-1} z + \alpha_n = 0, \tag{7}$$

где $\alpha_s = \lim_{i \to \infty} \alpha_s(i), \quad s = 0,1,2,\ldots,n$, таково, что соответствующие решения $y(i)$ уравнения (6) не могут определять стационарное распределение вероятностей, например, для решений $y(i)$ выполняется признак расходимости Даламбера, тогда для рассматриваемой цепи Маркова не существует стационарных режимов.

При этом наиболее сложная ситуация возникает для решений $y(i)$, отвечающих корню $z=1$. Рассмотрим этот случай более подробно для уравнения (6), в котором коэффициенты $\alpha_s(i)$, при $i \to \infty$, имеют вид

$$\alpha_s(i) = \alpha_s + \frac{\beta_s}{i} + o\left(\frac{1}{i}\right). \qquad (8)$$

<u>ЛЕММА</u>. Если коэффициенты $\alpha_s(i)$ уравнения (6) имеют вид (8), и $z=1$ является корнем уравнения (7), то для решения $y(i)$ уравнения (6), удовлетворяющему условию

$$\lim_{i\to\infty} \frac{y(i+1)}{y(i)} = 1,$$

имеет место равенство

$$\frac{y(i+1)}{y(i)} = 1 - \frac{\delta}{i} + o\left(\frac{1}{i}\right),$$

где $\delta = \sum_{s=0}^{n} \beta_s \Big/ \sum_{s=0}^{n-1} (n-s)\alpha_s$.

Данная лемма позволяет применять признак расходимости Раабе.

В диссертации рассматриваются четыре класса сетей случайного доступа: с 1-настойчивым доступом, с h_1-настойчивым доступом, с h_2-настойчивым доступом и с протоколом Ethernet.

Рассмотрим вопрос отсутствия стационарного режима сети связи с протоколом 1-настойчивого доступа и непрерывным контролем сигнала оповещения о конфликте. Для этого состояние системы определим вектором (k, i), где k состояние прибора: 1) $k=0$, прибор свободен, 2) $k=1$, прибор занят обслуживанием заявки, 3) $k=20$, на приборе реализуется сигнал оповещения о конфликте, и в очереди нет заявок, 4) $k=21$, на приборе реализуется сигнал оповещения о конфликте и в очереди одна заявка, 5) $k=22$, на приборе реализуется сигнал оповещения о конфликте и в очереди больше чем одна заявка, i – число заявок в системе.

Процесс $\{k(t), i(t)\}$ изменения во времени состояния системы является цепью Маркова с непрерывным временем. Если бы для этого процесса существовало стационарное распределение вероятностей $P_k(i)$, то, полагая $\lambda = \rho, \mu = 1, \mu_1 = \frac{1}{a}$, для него можно было бы записать систему уравнений:

$$(\rho + i\gamma)P_0(i) = P_1(i+1) + \frac{1}{a}P_{20}(i),$$

$$(\rho + (i-1)\gamma + 1)P_1(i) = \rho P_0(i-1) + i\gamma P_0(i) + \frac{1}{a}P_{21}(i),$$

$$\left(\rho + i\gamma + \frac{1}{a}\right)P_{20}(i) = \rho P_1(i-1) + (i-1)\gamma P_1(i) + \frac{1}{a}P_{22}(i),$$

$$\left(\rho + (i-1)\gamma + \frac{1}{a}\right)P_{21}(i) = \rho P_{20}(i-1) + i\gamma P_{20}(i),$$

$$\left(\rho + \frac{1}{a}\right)P_{22}(i) = \rho P_{21}(i-1) + (i-1)\gamma P_{21}(i) + \rho P_{22}(i-1). \qquad (9)$$

<u>ТЕОРЕМА 2</u>. В марковской модели сети связи с непрерывным контролем сигнала оповещения о конфликте не существует стационарного режима.

В диссертации, используя сформулированную лемму, показано, что любое решение системы (9) не является стационарным распределением

Далее рассмотрены марковские модели сети связи с протоколами h_1-настойчивого доступа с дискретной или непрерывной стратегией контроля сигнала оповещения о конфликте. В математической модели сети связи с протоколом h_1-настойчивого доступа и дискретным контролем сигнала оповещения отличие заключается в том, что, если за время обслуживания другие требования не поступают, то заявка, завершив обслуживание, покидает систему. Если во время обслуживания поступает другая заявка, то возникает конфликт. Каждая заявка, попавшая в конфликт, с вероятностью h_1 переходит в ИПВ, и с вероятностью $1-h_1$ теряется. На приборе начинается этап оповещения о конфликте. Все заявки, поступившие в систему на этапе оповещения о конфликте, с вероятностью 1 уходят в ИПВ.

Процесс $\{k(t), i(t)\}$ изменения во времени состояния системы является цепью Маркова с непрерывным временем.

Построена вложенная цепь по моментам времени t_n – моменты, непосредственно следующие за моментами изменения состояния прибора. Получена цепь Маркова с дискретным временем, множество состояний которой определяется двумерным вектором (k,i), и вероятностями $q_{n,i}(k,j)$ – вероятности перехода за один шаг из состояния (n,i) в состояние (k,j), которые имеют вид:

$$q_{0,i}(1,i) = \frac{\lambda}{\lambda + i\sigma}, \qquad q_{0,i}(1,i-1) = \frac{i\sigma}{\lambda + i\sigma},$$

$$q_{1,i}(0,i)=\frac{\mu}{\lambda+i\sigma+\mu},\qquad q_{1,i}(2,i-1)=(1-h_1)^2\frac{i\sigma}{\lambda+i\sigma+\mu},$$

$$q_{2,i}(0,i)=\frac{\mu_1}{\lambda+\mu_1},\qquad q_{1,i}(2,i+1)=\frac{i\sigma h_1^{\,2}+\lambda 2h_1(1-h_1)}{\lambda+i\sigma+\mu},$$

$$q_{1,i}(2,i)=\frac{i\sigma 2h_1(1-h_1)+\lambda(1-h_1)^2}{\lambda+i\sigma+\mu}.$$

Из вида вероятностей перехода следует, что данная цепь неприводима и непериодична.

ТЕОРЕМА 3. При условии $\rho<\frac{2(1-h_1)}{a}$, где $\rho=\frac{\lambda}{\mu}$, $a=\frac{\mu}{\mu_1}$, в марковской модели h_1- настойчивой сети связи с дискретным контролем сигнала оповещения о конфликте существует стационарный режим.

Далее аналогично получены условия существования и отсутствия стационарных режимов для математических моделей других сетей.

ТЕОРЕМА 4. В марковской модели h_1-настойчивой сети связи с непрерывным контролем сигнала оповещения о конфликте не существует стационарного режима, если загрузка сети $\rho>\frac{1}{a}$.

ТЕОРЕМА 5. При условии $h_2<1$, в марковской модели h_2-настойчивой сети связи с непрерывным контролем сигнала оповещения о конфликте существует стационарный режим для любых значений параметра λ.

ТЕОРЕМА 6. При условии $h_2<1$ в марковской модели h_2-настойчивой сети связи с дискретным контролем сигнала оповещения о конфликте существует стационарный режим для любых значений параметра λ.

В качестве математической модели сети связи Ethernet рассмотрена однолинейная СМО, на вход которой поступает простейший с параметром λ поток заявок. Если прибор свободен, заявка начинает этап резервирования. Время резервирования распределено по экспоненциальному закону с параметром μ_1. Если за это время другие требования не поступают, то начинается передача, продолжительность которой распределена по экспоненциальному закону с параметром μ_2. Если во время передачи поступает другое сообщение, то оно переходит в ИПВ, не искажая исходной заявки. Завершив передачу, сообщение покидает систему. Если во время резервирования поступает другая заявка, то возникает конфликт. Все заявки, попавшие в конфликт, переходят в ИПВ. На приборе начинается этап оповещения о конфликте. Его продолжительность распределена по экспо-

ненциальному закону с параметром μ_c. Все заявки, поступившие в систему на этапе оповещения о конфликте, поступают в ИПВ, где каждая заявка находится случайное время, распределенное по экспоненциальному закону с параметром σ.

Состояние системы определим вектором (k, i), где

1) k состояние канала: $k = 0$, прибор свободен, $k = 1$, резервирование, $k = 2$, передача сообщения, $k = c$, в системе реализуется сигнал оповещения о конфликте,

2) i – число заявок в ИПВ.

Если бы для процесса $\{k(t), i(t)\}$ существовало стационарное распределение вероятностей $P_k(i) = P\{k(t) = k, i(t) = i\}$, тогда, полагая $\lambda = \rho, \mu_1 = 1, \mu_2 = \frac{1}{\nu}, \mu_c = \frac{1}{a}$, для него можно было бы записать систему уравнений

$$(\rho + i\gamma)P_0(i) = \frac{1}{\nu}P_2(i) + \frac{1}{a}P_c(i),$$

$$(\rho + i\gamma + 1)P_1(i) = \rho P_0(i) + (i+1)\gamma P_0(i+1),$$

$$\left(\rho + \frac{1}{\nu}\right)P_2(i) = P_1(i) + \rho P_2(i-1),$$

$$\left(\rho + \frac{1}{a}\right)P_c(i) = \rho P_1(i-2) + (i-1)\gamma P_1(i-1) + \rho P_2(i-1).$$

Показано, что любое решение этой системы не может быть распределением вероятностей, для этого используется теорема Пуанкаре.

<u>ТЕОРЕМА 7.</u> В сети связи с протоколом Ethernet не существует стационарного режима для любых значений загрузки сети.

Построена модифицированная модель протокола Ethernet с h-настойчивым доступом. Здесь имеет место, следующее утверждение:

<u>ТЕОРЕМА 8.</u> При условии $h < 1$, в сети связи h-настойчивый Ethernet существует стационарный режим для любых значений параметра λ.

В этой главе проводится исследование условий существования стационарных режимов для немарковских моделей сетей связи

В немарковской модели сети связи с h_1-настойчивым протоколом доступа и дискретным контролем сигнала оповещения о конфликте вероятности $q_{n,i}(k, j)$ перехода за один шаг из состояния (n, i) в состояние (k, j) имеют вид

$$q_{0,i}(1, i) = \delta(i), \qquad q_{0,i}(1, i-1) = 1 - \delta(i),$$

$$q_{2,i}(0, i+m) = \alpha_m, m = 0,1\ldots \qquad q_{1,i}(0, i) = \beta_0(i),$$

$$q_{1,i}(2,i-1)=(1-h_1)^2\beta_2(i), \qquad q_{1,i}(2,i+2)=h_1^2\beta_1(i),$$

$$q_{1,i}(2,i)=2h_1(1-h_1)\beta_2(i)+(1-h_1)^2\beta_1(i),$$

$$q_{1,i}(2,i+1)=h_1^2\beta_2(i)+2h_1(1-h_1)\beta_1(i).$$

Здесь

$$\delta(i)=\frac{\lambda}{\lambda+i\sigma}, \qquad \beta_0(i)=\int_0^\infty e^{-(\lambda+i\sigma)x}dB(x),$$

$$\beta_1(i)=\frac{\lambda}{\lambda+i\sigma}\left(1-\beta_0(i)\right), \qquad \beta_2(i)=\frac{i\sigma}{\lambda+i\sigma}\left(1-\beta_0(i)\right),$$

$$\alpha_m=\int_0^\infty\frac{(\lambda x)^m}{m!}e^{-\lambda x}dA(x),\ m=0,1,\ldots$$

<u>ТЕОРЕМА 9.</u> При выполнении условия: $\lambda<\dfrac{2(1-h_1)}{a_1}$, в немарковской модели h_1 - настойчивой сети связи с дискретным контролем сигнала оповещения о конфликте существует стационарный режим, где a_1 – среднее время продолжительности сигнала оповещения о конфликте.

Аналогично доказано:

<u>ТЕОРЕМА 10.</u> При условии $h_2<1$, в немарковской модели h_2-настойчивой сети связи с дискретным контролем сигнала оповещения о конфликте существует стационарный режим для любых значений параметра λ.

<u>ТЕОРЕМА 11.</u> При условии $h_2<1$ в немарковской модели h_2-настойчивой сети связи с непрерывным контролем сигнала оповещения о конфликте существует стационарный режим для любых значений параметра λ.

Во второй главе проводится исследование марковских моделей для h_2-настойчивых сетей связи случайного доступа с дискретным и непрерывным контролем сигнала оповещения о конфликте.

В качестве марковской модели h_2-настойчивой сети связи с дискретным контролем сигнала оповещения предлагается однолинейная СМО, на вход которой поступает простейший поток заявок с параметром λ. Если прибор свободен, поступающая заявка начинает обслуживаться. Время обслуживания распределено по экспоненциальному закону с параметром μ. Если за это время другие требования не поступают, то заявка, завершив обслуживание, покидает систему. Если во время обслуживания поступает другая заявка, то возникает конфликт. Все заявки, попавшие в конфликт, переходят в ИПВ. На приборе начинается этап оповещения о конфликте, продолжительность которого распределена экспоненциально с

параметром μ_1. Каждая заявка, поступившая в систему на этапе оповещения о конфликте, с вероятностью h_2 переходит ИПВ, а с вероятностью $(1-h_2)$ теряется. В ИПВ заявка находится случайное время, распределенное по экспоненциальному закону с параметром σ.

В марковской модели сети связи с h_2 -настойчивым протоколом случайного доступа и непрерывным контролем сигнала оповещения о конфликте, в отличие от рассмотренного выше, если во время обслуживания поступает другая заявка, то возникает конфликт. Каждая заявка, попавшая в конфликт, переходит в ИПВ с вероятностью 1. На приборе начинается этап оповещения о конфликте. Все заявки, поступившие в систему на этапе оповещения о конфликте, становятся в очередь. После окончания этапа оповещения о конфликте, все заявки, находящиеся в очереди обращаются к прибору. Если в очереди нет заявок прибор, остается свободным, если в очереди одна заявка, она начинает обслуживаться, если в очереди больше одной заявки, то каждая из них с вероятностью h_2 уходит в ИПВ, а с вероятностью $1-h_2$ теряется. На приборе начинается этап оповещения о конфликте.

Для исследования математической модели сети связи с h_2- настойчивым протоколом доступа и дискретным контролем сигнала оповещения о конфликте введем вероятности $P_k(i,t)=P\{k(t)=k, i(t)=i\}$.

В диссертации показано, вероятности $P_k(i)$ удовлетворяют следующей системе разностных уравнений

$$\begin{aligned}
&(\rho+i\gamma)P_0(i)=P_1(i)+\frac{1}{a}P_2(i),\\
&(\rho+i\gamma+1)P_1(i)=\rho P_0(i)+(i+1)\gamma P_0(i+1),\\
&\left(h_2\rho+(1-h_2)i\gamma+\frac{1}{a}\right)P_2(i)=\rho P_1(i-2)+(i-1)\gamma P_1(i-1)+\\
&+h_2\rho P_2(i-1)+(1-h_2)(i+1)\gamma P_2(i+1).
\end{aligned} \tag{10}$$

Проводится исследование системы (10) методом асимптотического анализа в условиях большой задержки $(\gamma\to 0)$. В диссертации доказаны следующие теоремы.

<u>ТЕОРЕМА 12.</u> Асимптотически при $\gamma\to 0$ среднее значение x нормированного числа заявок в ИПВ находится из уравнения

$$\rho=\frac{G+(1-h_2)aG^3}{aG^2+2G+1},$$

где $G=x+\rho$.

Распределение вероятностей r_k состояний канала имеет вид

$$r_0 = \frac{G+1}{aG^2+2G+1}, r_1 = \frac{G}{aG^2+2G+1}, r_2 = \frac{aG^2}{aG^2+2G+1}.$$

<u>ТЕОРЕМА 13.</u> Асимптотически при $\gamma \to 0$ распределение вероятностей состояний (*k, i*) определяется распределением вида

$$\pi_k(y) = r_k \pi(y) .$$

Функция $\pi(y)$ – распределение величины отклонения нормированного числа заявок в ИПВ от асимптотического среднего *x* имеет вид

$$\pi(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\theta_2/\theta_1}} \exp\left\{-\frac{y^2}{2\theta_2/\theta_1}\right\},$$

$$\theta_2 = \frac{(1-h_2)aG^2(G+2) - \rho aG(G+2) - (\rho+G)}{(aG^2+2G+1)(G+1)} + \frac{1+(1-h_2)aG^2}{aG^2+2G+1},$$

$$\theta_1 = -(G-\rho)\left(\frac{\rho(1-a)+G+(1-h_2)aG}{aG^2+2G+1}\right) + \frac{G^2+2\rho G+h_2\rho aG^2}{aG^2+2G+1}.$$

Для исследования сети связи с h_2-настойчивым протоколом случайного доступа и непрерывным контролем сигнала оповещения о конфликте состояние системы определяется вектором (k, i, j), где k – состояние канала, i – число заявок в ИПВ, если $k = 2$, то j – число заявок в очереди, если $k \neq 2$, то компонента j не определяется.

Показано, что вероятности $P_{k,j}(i)$ удовлетворяют следующей системе разностных уравнений

$$(\rho + i\gamma + 1)P_1(i) = \rho P_0(i) + (i+1)\gamma P_0(i+1) + \frac{1}{a}P_{2,1}(i),$$

$$(\rho + i\gamma + \frac{1}{a})P_{2,0}(i) = \rho P_1(i-2) + (i-1)\gamma P_1(i-1) +$$

$$+\frac{1}{a}\sum_{j=2}^{i}\sum_{s=0}^{j} C_j^s h_2^s (1-h_2)^{j-s} P_{2,j}(i-s),$$

$$(\rho + i\gamma + \frac{1}{a})P_{2,j}(i) = \rho P_{2,j-1}(i) + (i+1)\gamma P_{2,j-1}(i+1), \ j \geq 1.$$

<u>ТЕОРЕМА 14.</u> Асимптотически при $\gamma \to 0$ среднее значение *x* нормированного числа заявок в ИПВ находится из уравнения

$$\rho = \frac{(1-h_2)a^2G^4(2+aG) + G(1+2aG)}{a^3G^4 + 2a^2G^3 + 4aG^2 + 2aG + 2G + 1}.$$

Распределение вероятностей r_k состояний канала имеет вид

$$r_0 = \frac{G(1+aG)+1+2aG}{a^3G^4+2a^2G^3+4aG^2+2aG+2G+1},$$

$$r_1 = \frac{G(1+2aG)}{a^3G^4+2a^2G^3+4aG^2+2aG+2G+1},$$

$$r_{2,0} = \frac{aG^2(1+aG)}{a^3G^4+2a^2G^3+4aG^2+2aG+2G+1},$$

$$r_{2,j} = \left(\frac{aG}{1+aG}\right)^j \frac{aG^2(1+aG)}{a^3G^4+2a^2G^3+4aG^2+2aG+2G+1}, \; j \ge 1.$$

<u>ТЕОРЕМА 15.</u> Асимптотически при $\gamma \to 0$ распределение вероятностей состояний (*k, i*) определяется распределением вида $\pi_k(y) = r_k \pi(y)$, где функция $\pi(y)$ – распределение величины отклонения нормированного числа заявок в ИПВ от асимптотического среднего *x* имеет вид

$$\pi(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\theta_2/\theta_1}} \exp\left\{-\frac{y^2}{2\theta_2/\theta_1}\right\}.$$

Значения для θ_s приведены в диссертации.

В третьей главе проводится исследование немарковских моделей сетей связи, управляемых h_2-настойчивым протоколом случайного доступа, где $B(x)$ – функция распределения времени обслуживания и $A(x)$ – функция распределения времени распространения в системе сигнала оповещения о конфликте.

Для исследования сети связи с дискретным контролем сигнала оповещения, обозначим i – число заявок в ИПВ, k принимает значения: $k=0$, прибор свободен, $k=1$, если он занят обслуживанием заявки и $k=2$, в системе реализуется сигнал оповещения о конфликте.

Процесс $\{k(t), i(t)\}$ – немарковский. Для исследования математической модели данной сети связи воспользуемся методом дополнительной переменной. Введем переменную *z*(*t*) – длина интервала от момента *t* до момента изменения текущего состояния канала. Процесс изменения состояний системы $\{k(t), i(t), z(t)\}$ является марковским.

Введем вероятности

$$P_0(i,t) = P\{k(t)=0, i(t)=i\},$$

$$P_k(i,z,t) = P\{k(t)=k, i(t)=i, z(t)<z\}, \; k \ne 0.$$

В диссертации показано, что вероятности состояний $P_0(i)$, $P_k(i,z)$, $k=1,2$, удовлетворяют системе уравнений

$$(\lambda + i\sigma)P_0(i) = \frac{\partial P_1(i,0)}{\partial z} + \frac{\partial P_2(i,0)}{\partial z},$$

$$(\lambda + i\sigma)P_1(i,z) = \frac{\partial P_1(i,z)}{\partial z} - \frac{\partial P_1(i,0)}{\partial z} + [\lambda P_0(i) + (i+1)\sigma P_0(i+1)]B(z),$$

$$(h_2\lambda + (1-h_2)i\sigma)P_2(i,z) = \frac{\partial P_2(i,z)}{\partial z} - \frac{\partial P_2(i,0)}{\partial z} + h_2\lambda P_2(i-1,z) +$$

$$+ (1-h_2)(i+1)\sigma P_2(i+1,z) + (\lambda P_1(i-2) + (i-1)\sigma P_1(i-1))A(z).$$

Здесь $P_1(i) = P_1(i,\infty)$, $\frac{\partial P_k(i,0)}{\partial z} = \left.\frac{\partial P_k(i,z)}{\partial z}\right|_{z=0}$

Проводится исследование данной системы методом асимптотического анализа в условиях большой задержки $(\sigma \to 0)$.

<u>ТЕОРЕМА 16.</u> Асимптотически при $\sigma \to 0$ среднее значение x нормированного числа заявок в ИПВ находится из уравнения

$$\rho = G - G\frac{(2\beta + h_2 G\beta\alpha)}{1 + \beta + G\beta\alpha},$$

где

$$G = x + \rho,\ \tau = \int_0^\infty (1 - B(s))ds,\ \beta = \frac{G}{\tau}\int_0^\infty e^{-G\frac{\nu}{\tau}}(1 - B(\nu))d\nu,\ \alpha = \frac{1}{\tau}\int_0^\infty (1 - A(s))ds,$$

Распределение вероятностей r_k состояний канала имеет вид

$$r_0 = \frac{1}{1 + \beta + G\beta\alpha}, r_1 = \frac{\beta}{1 + \beta + G\beta\alpha}, r_2 = \frac{G\beta\alpha}{1 + \beta + G\beta\alpha}.$$

<u>ТЕОРЕМА 17.</u> Асимптотически при $\sigma \to 0$, распределение вероятностей состояний (*k, i*) определяется распределением вида $\pi_k(y) = r_k\pi(y)$.

Функция $\pi(y)$ – распределение величины отклонения нормированного числа заявок в ИПВ от асимптотического среднего *x* имеет вид

$$\pi(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\theta_2/\theta_1}}\exp\left\{-\frac{y^2}{2\theta_2/\theta_1}\right\},$$

где значения для θ_s приведены в диссертации.

Аналогично в диссертации проводится исследования сети связи с h_2-настойчивым протоколом случайного доступа и непрерывным контролем сигнала оповещения о конфликте асимптотически при $\sigma \to 0$. Находятся среднее значение *x* нормированного числа заявок в ИПВ, распределение вероятностей r_k состояний канала и функция $\pi(y)$ – распределение величины отклонения нормированного числа заявок в ИПВ от асимптотического среднего *x*.

Выпишем основные вероятностно-временные характеристики для сетей связи с дискретным и непрерывным контролем сигнала оповещения о конфликте:

1. Вероятность простоя канала

для дискретного контроля:

$$r_0 = \frac{1}{1+\beta+G\beta\alpha},$$

для непрерывного контроля:

$$r_0 = \frac{1-G^2\beta\delta+G^3\beta\delta_1-G^2\delta_1}{1+G\beta(1-G\delta)+G^2(\beta\alpha-\delta_1)},$$

где $\delta = \frac{1}{\tau}\int_0^\infty e^{-G\frac{\nu}{\tau}}(1-A(x))dx$, $\delta_1 = \frac{1}{\tau^2}\int_0^\infty \nu e^{-G\frac{\nu}{\tau}}(1-A(x))dx$.

2. Число заявок в ИПВ:

$$i = \frac{x+\sqrt{\sigma\tau}\,y}{\sigma\tau},$$

где плотность распределения вероятностей величин y определяется в соответствующих теоремах.

3. Асимптотическое среднее значение x нормированного числа заявок в ИПВ определяется уравнением

для дискретного контроля:

$$\rho = G - G\frac{(2\beta+h_2G\beta\alpha)}{1+\beta+G\beta\alpha},$$

для непрерывного контроля:

$$\rho = \frac{(1-h_2)G^3\beta(G\delta_1-\delta+\alpha)+G(1-G\beta+G^3\beta\delta_1-G^2\delta_1)}{1+G\beta(1-G\delta)+G^2(\beta\alpha-\delta_1)},$$

где $G = \rho + x$.

4. Среднее число заявок в ИПВ:

$$I = \frac{x}{\gamma}.$$

5. Среднее время пребывания сообщения в сети:

$$W = \frac{I}{\rho},$$

здесь единицей времени служит среднее время передачи одного сообщения.

6. Вероятность передачи сообщения с нулевым временем ожидания:

$$R_0 = r_0 P(\tau < \xi) = r_0 G \int_0^\infty e^{-Gx} B(x) dx ,$$

здесь τ – время передачи сообщения, а ξ – длина интервала между моментами поступления сообщений в канал связи, тогда
для дискретного контроля

$$R_0 = \frac{1}{1+\beta+G\beta\alpha} G \int_0^\infty e^{-Gx} B(x) dx ,$$

для непрерывного контроля

$$R_0 = \frac{1-G^2\beta\delta+G^3\beta\delta_1-G^2\delta_1}{1+G\beta(1-G\delta)+G^2\left(\beta\alpha-\delta_1\right)} G \int_0^\infty e^{-Gx} B(x) dx .$$

В заключение приводятся основные результаты работы.

В данной работе разработана методика, которая позволяет найти условия, при которых сеть функционирует устойчиво, в стационарном режиме, также предложен подход для доказательства отсутствия стационарного режима в математических моделях сетей связи случайного доступа. Исследуются марковские и немарковские модели сетей связи с протоколами случайного доступа с непрерывной и дискретной стратегией контроля сигнала оповещения о конфликте методом асимптотического анализа в условиях большой задержки.

Полученные результаты дают новые возможности для нахождения вероятностно-временных характеристик сетей связи.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. *Назаров А.А., Никитина М.А.* Сравнение стратегий контроля сигнала оповещения о конфликте // Математическое моделирование. Кибернетика. Информатика. Томск: Изд-во Томского ун-та, 1999. – С. 99-108.
2. *Назаров А.А., Никитина М.А.* Эргодичность цепей Маркова с неоднородными ленточными графами и их применение к задачам анализа условий существования стационарных режимов в сетях связи с протоколами случайного множественного доступа // Статическая обработка данных и управление в сложных системах. Вып. 3. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2001. – С. 101-109.
3. *Назаров А.А., Никитина М.А.* Исследование сети связи с *h*-настойчивым протоколом случайного множественного доступа // Новые технологии и комплексные решения: наука, образование, производство. Материалы Всероссийской научно-практической конференции. Часть II (Математика). КемГУ, 2001. – С. 54-56.
4. *Никитина М.А.* Исследование немарковской модели сети связи, управляемой h_2-настойчивым протоколом доступа с дискретным

контролем оповещения о конфликте // Обработка данных и управление в сложных системах. Вып. 5. Томск: Изд-во Томского ун-та, 2003. – С. 136-143.

5. *Никитина М.А*. Исследование сети связи с h_2-настойчивым протоколом доступа и дискретным контролем сигнала оповещения о конфликте // Вестник ТГУ, материалы научных конференций. – 2002. – С. 87-89.
6. *Назаров А.А., Никитина М.А.* Исследование условий существования стационарного режима в сетях связи с h-настойчивым доступом // Вестник ТГУ. – 2002. – №275. – С. 191-198.
7. *Назаров А.А., Никитина М.А.* Применение условий эргодичности цепей Маркова к исследованию существования стационарных режимов в сетях связи // Автоматика и вычислительная техника. – 2003. – №1. – С. 59-66.
8. *Никитина М.А*. Исследование марковских моделей для h_2-настойчивых сетей связи случайного доступа // Изв. Вузов. Физика. – 2003. – №3. – С. 69-75.
9. *Никитина М.А.* Исследование немарковской модели h-настойчивой сети связи с непрерывным контролем сигнала оповещения о конфликте // Наука и практика: диалоги нового века. (Материалы Всероссийской научно-практической конференции). КемГУ, 2003. – С. 34-37.