На правах рукописи

Есаулов Алексей Олегович

ПАРАЛЛЕЛЬНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ АТМОСФЕРНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ НАД ПОВЕРХНОСТЬЮ С НЕОДНОРОДНЫМИ СВОЙСТВАМИ

Специальность 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Томск – 2005

Работа выполнена в Томском государственном университете

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор Старченко Александр Васильевич

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор Бубенчиков Алексей Михайлович

доктор физико-математических наук, профессор Тимченко Сергей Викторович

Ведущая организация: Институт вычислительной математики РАН (г. Москва)

Защита состоится 17 марта 2005 г. в 13^{00} на заседании диссертационного совета Д 212.267.08 при Томском государственном университете по адресу: 634050, г. Томск, пр. Ленина, 36.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке Томского государственного университета.

Автореферат разослан 10 февраля 2005 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета, д.т.н. А.В. Скворцов

Актуальность работы

Изучение атмосферных процессов, происходящих в планетарном пограничном слое, является важной задачей, поскольку именно в этой части атмосферы наиболее интенсивно протекают термодинамические процессы; здесь же сосредоточена основная биологическая активность живых организмов и производственная деятельность человека. На сегодняшний день одним из основных инструментов в исследовании атмосферы, наряду с метеорологическими наблюдениями, является математическое моделирование.

Мезомасштабные (или локальные) модели атмосферы, активно развивающиеся последние четыре десятилетия, находят свое применение для решения различных прикладных задач: локальный прогноз погоды, изучение формирования атмосферных циркуляций, образования туманов и облачности, распространения примесей и их трансформации.

Сложность и взаимосвязанность процессов, происходящих в турбулентном атмосферном пограничном слое, изменчивость условий на границах сред делают атмосферные модели громоздкими с повышенными требованиями к вычислительным ресурсам. Перспективным способом решения этих проблем является применение эффективных численных схем высокого порядка точности и использование при проведении вычислений компьютеров с параллельной архитектурой.

Современные мезомасштабные модели атмосферы далеки от завершенности, и с развитием компьютерной техники, в перспективе, как представляется, будет происходить как усложнение самих моделей с точки зрения полноты представления рассматриваемых процессов, так и повышение их разрешающей способности.

Целью работы является построение эффективных численных алгоритмов решения уравнений гидротермодинамики планетарного пограничного слоя с использованием многопроцессорной вычислительной техники для исследования локальных мезомасштабных атмосферных процессов над поверхностью с неоднородными свойствами.

Для достижения данной цели сформулированы следующие основные **задачи исследования**:

– построение мезомасштабной математической модели локальных атмосферных процессов;

– разработка и применение усовершенствованных численных методов решения уравнений гидротермодинамики атмосферного пограничного слоя;

– исследование эффективности различных способов параллельной реализации разработанных алгоритмов;

– численное исследование локальных атмосферных процессов над поверхностью с неоднородными свойствами.

Научная новизна полученных автором результатов заключается в следующем:

– разработана новая неявная итерационная вычислительная процедура для решения задач пограничного слоя атмосферы с использованием многопроцессорной вычислительной техники с распределенной памятью; показана ее эффективность по сравнению с применяемыми в настоящее время в мезомасштабных моделях явно-неявными разностными схемами;

– предложена новая эффективная модификация явного метода Булеева для параллельного решения сеточных адвективно-диффузионных уравнений на многопроцессорной технике.

Практическая значимость работы определяется тем, что созданные алгоритмы параллельного решения многомерных нестационарных уравнений гидротермодинамики атмосферного пограничного слоя позволяют с меньшими вычислительными затратами и более высоким пространственным разрешением получить распределение метеорологических параметров. Разработанные в диссертации математическая модель и метод расчета используются в созданной в Томском государственном университете совместно с Институтом оптики атмосферы СО РАН компьютерной моделирующей системе для исследования качества атмосферного воздуха над крупным индустриальным центром.

Материалы проведенных исследований включены в программу читаемого в ТГУ на механико-математическом факультете специального курса лекций. Разработанный программный комплекс, реализованный на основе предложенных в диссертационной работе мезомасштабной модели и параллельных методов решения, передан в использование в Сибирский центр климато-экологических исследований и образования.

Обоснованность научных положений и выводов, сделанных в диссертационной работе, следует из адекватности используемых физических и математических моделей, что подтверждается сравнением с результатами метеорологических наблюдений, а также с известными теоретическими и экспериментальными данными других авторов.

На защиту выносятся:

– алгоритм параллельного решения уравнений локальной гидротермодинамики атмосферного пограничного слоя над поверхностью с неоднородными свойствами;

– алгоритм параллельного решения дискретных аналогов адвективно-диффузионных уравнений;

– результаты моделирования локальных атмосферных процессов в планетарном пограничном слое над поверхностью с неоднородными свойствами.

Апробация работы и публикации

Основные результаты диссертации доложены автором на 11 международных, 12 всероссийских и 6 региональных конференциях, в том числе в следующих городах: Москва, Иркутск, Новосибирск, Горно-Алтайск, Томск. Основные результаты, полученные в диссертации, полностью представлены в опубликованных работах [1–14].

Объем и структура диссертации

Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав и заключения; общий объем работы – 140 страниц; работа содержит 5 таблиц и 52 рисунка; список цитируемой литературы включает 155 наименований.

Краткое содержание работы

Во **введении** сформулированы цель и задачи диссертационного исследования, обоснована его актуальность, кратко излагается содержание диссертационной работы по главам.

Первая глава посвящена обзору современного состояния теории математического моделирования локальных атмосферных процессов. На основе использованных литературных источников рассматриваются основные физические закономерности, действующие в атмосферном пограничном слое (АПС), а также представляющие их уравнения; переход к системе уравнений для осредненных величин; проблема турбулентного замыкания; существующие подходы задания граничных и начальных условий; параметризация взаимодействия атмосферы с поверхностью Земли; параметризация радиационного переноса тепла в атмосфере и микрофизики влажности, а также вычислительные технологии, применяемые при реализации моделей на компьютерах.

Во **второй главе** представлена математическая формулировка двумерной мезомасштабной модели атмосферного пограничного слоя, которая была построена на основании проведенного обзора литературных источников с обоснованием предпочтительности того или иного подхода.

Система уравнений, положенная в основу математической модели, получена с использованием приближения Буссинеска и включает в себя следующие уравнения (в предположении об однородности метеорологических параметров вдоль оси y):

Уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial(\rho_o u)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho_o w)}{\partial z}=0\,. \qquad (1)$$

Уравнения изменения количества движения:

$$\frac{\partial(\rho_o u)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho_o u^2)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho_o uw)}{\partial z}=-\frac{\partial p_{nh}}{\partial x}-\frac{\partial p_h}{\partial x}+\rho_o f\left(v-V_{geo}\right)+\frac{\partial}{\partial x}\left(K_H\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(K_z^m\frac{\partial u}{\partial z}\right);$$

$$\frac{\partial(\rho_o v)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho_o uv)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho_o vw)}{\partial z}=\rho_o f\left(U_{geo}-u\right)+\frac{\partial}{\partial x}\left(K_H\frac{\partial v}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(K_z^m\frac{\partial v}{\partial z}\right); \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho_o w)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho_o uw)}{\partial x}+\frac{\partial\left(\rho_o w^2\right)}{\partial z}=-\frac{\partial p_{nh}}{\partial z}+\frac{\partial}{\partial x}\left(K_H\frac{\partial w}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(K_z^m\frac{\partial w}{\partial z}\right).$$

Здесь t – время, u, v, w – продольная, поперечная и вертикальная компоненты вектора осредненной скорости ветра в направлении декартовых координат x, y, z соответственно; U_{geo}, V_{geo} – проекции скорости геострофического ветра; p_{nh} и p_h – негидростатическая и гидростатическая компоненты давления; $\frac{\partial p_h}{\partial z}=\frac{\rho_o g\left(\theta_v-\theta_{vo}\right)}{\theta_{vo}}$; ρ_o – плотность; f – параметр Кориолиса; K_H – коэффициент горизонтальной диффузии, K_z^m – коэффициент вертикальной диффузии количества движения.

Уравнение изменения эквипотенциальной температуры:

$$\frac{\partial(\rho_o\theta_v)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho_o u\theta_v)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho_o w\theta_v)}{\partial z}=\frac{\theta_v}{c_p T_v}\left(\breve{Q}_{rad}-\rho_o L_w\Phi_v\right)+ \\ +\frac{\partial}{\partial x}\left(K_H\frac{\partial\theta_v}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(K_z^h\frac{\partial\theta_v}{\partial z}\right). \quad (3)$$

Здесь T_v – виртуальная температура, θ_v – виртуальная потенциальная температура, c_p – теплоемкость воздуха при постоянном давлении, $\breve{Q}_{rad}$ – нагрев (охлаждение) за счет лучистых потоков тепла, распространяющихся в атмосфере, $\rho_o L_w\Phi_v$ – обуславливает изменение температуры за счет фазовых переходов воды в атмосфере, K_z^h – коэффициент вертикальной диффузии тепла и влаги, L_w – теплота парообразования.

Уравнения изменения удельной влажности воздуха, облачной и дождевой влаги (микрофизика теплого дождя):

$$\frac{\partial(\rho_o q)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho_o uq)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho_o wq)}{\partial z}=\rho_o\Phi_v+\rho_o\Phi_c+\frac{\partial}{\partial x}\left(K_H\frac{\partial q}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(K_z^h\frac{\partial q}{\partial z}\right); \quad (4)$$

$$\frac{\partial(\rho_o q_r)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho_o uq_r)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho_o wq_r)}{\partial z}=\rho_o\Phi_r-\frac{\partial(\rho_o V_r q_r)}{\partial z}+ \\ +\frac{\partial}{\partial x}\left(K_H\frac{\partial q_r}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(K_z^h\frac{\partial q_r}{\partial z}\right). \quad (5)$$

Здесь суммарная удельная влажность $q=q_v+q_c$, где q_v – парообразная, q_c – облачная влага, q_r – дождевая влага; Φ_v, Φ_c и Φ_r – массовые скорости образования водяного пара, облачной и дождевой влаги соответственно; V_r – скорость осаждения дождевой

воды. Массовая концентрация водяного пара q_v определяется соотношением $q_v = \min(q_{sat}, q)$, где q_{sat} – концентрация водяного пара в воздухе в насыщенном состоянии.

Для турбулентного замыкания системы уравнений (1)–(5) используется двухпараметрическая «k-l» модель турбулентности, состоящая из прогностических уравнений для кинетической энергии и масштаба турбулентности, а также алгебраических соотношений для определения коэффициентов турбулентной диффузии.

Начальные условия для уравнений (1)–(5) задаются либо по результатам метеорологических измерений параметров АПС, либо согласно фоновым значениям при модельных расчетах.

Граничные условия для системы основных уравнений имеют следующий вид:

при $z = H$: $\dfrac{\partial u}{\partial z} = \dfrac{\partial v}{\partial z} = \dfrac{\partial q}{\partial z} = \dfrac{\partial q_r}{\partial z} = \dfrac{\partial k}{\partial z} = \dfrac{\partial l}{\partial z} = 0,\ w = 0,\ \dfrac{\partial \theta_v}{\partial z} = \gamma$;

при $x = 0$, $x = L_x$: $\begin{cases} \dfrac{\partial \varphi}{\partial t} + c_\varphi \dfrac{\partial \varphi}{\partial n} = \dfrac{\partial \varphi_s}{\partial t} + c_\varphi \dfrac{\partial \varphi_s}{\partial n}, \quad \varphi = u, v, \theta_v, q, q_r; \\ \dfrac{\partial w}{\partial x} = \dfrac{\partial k}{\partial x} = \dfrac{\partial l}{\partial x} = 0. \end{cases}$

Индекс "s" соответствует динамическим и термодинамическим параметрам синоптического масштаба, c_φ – фазовая скорость, которая рассчитывается из пространственных и временных тенденций φ внутри вложенной области, n – направление внешней нормали.

Вблизи подстилающей поверхности ставятся условия, соответствующие основным соотношениям теории подобия Монина-Обухова.

При моделировании радиационного переноса тепла параметризуются коротковолновая и длинноволновая радиация. Для определения температуры подстилающей поверхности решается уравнение теплопроводности вглубь почвы.

В **третьей главе** приводятся основные аспекты численной реализации математической модели. Для исследования локальных атмосферных процессов над поверхностью с неоднородным рельефом к основным уравнениям математической модели применено аналитическое преобразование координат, переводящее физическую область с криволинейными границами в прямоугольную область в вычислительной плоскости.

Дискретизация дифференциальных уравнений осуществляется на сгущающихся к поверхности сетках с использованием метода конечного объема, обеспечивающего выполнение интегральных законов сохранения, а также на основе схем второго порядка

аппроксимации для диффузионных (центрально-разностная схема) и адвективных (MLU-схема Ван Лира) членов уравнений переноса.

При аппроксимации нестационарных адвективно-диффузионных уравнений математической модели АПС применяются неявные двухслойные (неявная схема первого порядка и схема Кранка-Николсона второго порядка аппроксимации по времени) и явно-неявная трехслойная схема (модифицированная схема Адамса-Бэшфорда второго порядка). Их формулировки для уравнения переноса обобщенной переменной Φ в узле P можно представить в следующем виде:

Неявная схема

$$\frac{J_P}{\Delta t}\left(\left(\rho_P \Phi_P\right)_{t+\Delta t} - \left(\rho_P \Phi_P\right)_t\right) = \left(-C_P^{\xi} - C_P^{\eta} + D_P^{\xi} + D_P^{\eta} + J_P\left(S_P^{\Phi}\Phi_P + S_P^{c}\right)\right)_{t+\Delta t}; \qquad (6)$$

где левая часть представляет собой аппроксимацию нестационарного члена уравнения переноса, C_P^{ξ} и C_P^{η} – аппроксимацию адвективных членов, а D_P^{ξ} и D_P^{η} – диффузионных; J является якобианом перехода от системы физических координат (x,z) к системе координат (ξ,η) в вычислительной плоскости; $S_P^{\Phi}\Phi_P + S_P^{c}$ – линеаризованное представление источникового члена. Члены, входящие в правую часть уравнения (6), аппроксимированы на временном слое $t+\Delta t$.

Схема Кранка-Николсона

$$\begin{aligned}\frac{J_P}{\Delta t}\left(\left(\rho_P \Phi_P\right)_{t+\Delta t} - \left(\rho_P \Phi_P\right)_t\right) = \frac{1}{2}\left(-C_P^{\xi} - C_P^{\eta} + D_P^{\xi} + D_P^{\eta} + J_P\left(S_P^{\Phi}\Phi_P + S_P^{c}\right)\right)_t + \\ + \frac{1}{2}\left(-C_P^{\xi} - C_P^{\eta} + D_P^{\xi} + D_P^{\eta} + J_P\left(S_P^{\Phi}\Phi_P + S_P^{c}\right)\right)_{t+\Delta t}.\end{aligned} \qquad (7)$$

Модифицированная схема Адамса-Бэшфорда

$$\begin{aligned}\frac{J_P}{\Delta t}\left(\left(\rho_P \Phi_P\right)_{t+\Delta t} - \left(\rho_P \Phi_P\right)_t\right) = \frac{3}{2}\left(-C_P^{\xi} - C_P^{\eta} + D_P^{\xi} + D_P^{\eta} + J_P\left(S_P^{\Phi}\Phi_P + S_P^{c}\right)\right)_t - \\ - \frac{1}{2}\left(-C_P^{\xi} - C_P^{\eta} + D_P^{\xi} + D_P^{\eta} + J_P\left(S_P^{\Phi}\Phi_P + S_P^{c}\right)\right)_{t-\Delta t} + \frac{1}{2}\left(D_P^{\eta}\right)_t + \frac{1}{2}\left(D_P^{\eta}\right)_{t+\Delta t}.\end{aligned} \qquad (8)$$

Теоретически показано, что для используемых подходов дискретизации дифференциальной задачи чисто неявная схема и схема Кранка-Николсона являются абсолютно устойчивыми.

В таблице приведено полученное с применением указанных выше схем время вычислений, затрачиваемое на моделирование атмосферных процессов для области 80×3 *км* (сетка 60×50) в течение 48 часов.

Таблица

Схема	Время, ч
Неявная схема первого порядка	0,46
Схема Кранка-Николсона	0,54
Схема Адамса-Бэшфорда	1,07

На каждом шаге по времени использование явно-неявной схемы Адамса-Бэшфорда требует наименьших вычислительных затрат, так как для этой схемы нет необходимости применять трудоемкие методы разрешения системы сеточных уравнений. Однако, как было установлено экспериментально, при пространственном горизонтальном шаге сетки в $\approx 1\,км$ для устойчивости схемы Адамса-Бэшфорда необходимо выбирать шаг по времени не более $10\,с$. С другой стороны, при использовании неявных схем шаг по времени теоретически не ограничивается требованиями вычислительной устойчивости и может быть выбран равным, например, $60\ с$ (из соображений минимизации вычислительных затрат и обеспечения необходимой точности расчетов). Поэтому для расчетов параметров АПС с высоким пространственным разрешением (горизонтальный шаг сетки порядка $1\,км$) целесообразно для ускорения вычислительного процесса использовать неявные разностные схемы.

При исследовании атмосферных процессов с невысоким пространственным разрешением расчеты с использованием явно-неявной схемы Адамса-Бэшфорда могут проводиться с бóльшим шагом по времени, вследствие чего применение этой схемы становится предпочтительным.

Организация вычислений согласованных полей скорости и давления на каждом шаге по времени осуществляется по итерационной процедуре, аналогичной алгоритму SIMPLE Патанкара-Сполдинга[1]:

1. Задание поля давления p^*.

2. Решение уравнений движения для получения приближенных значений компонент скорости ветра u^* и w^*.

3. Решение разностного уравнения Пуассона для поправки давления p' и расчет p путем добавления p' к p^*.

4. Коррекция u^* и w^* с помощью формул для поправки скорости.

5. Решение сеточных уравнений для прочих характеристик (температура, влажность и т.п.).

Прекращение итерационного процесса происходит при выполнении условия вида $\|r_i\| < \varepsilon$, где ε – некоторая малая константа, а r_i представляет собой невязку соответствующего разностного уравнения (движения, концентрации и т.д.). В случае если какая-либо невязка велика, то следует возврат к пункту 2 ($p^* = p$).

---

[1] Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. / Пер. с англ. – М.: Энергоатомиздат, 1984.

Решение систем линейных алгебраических уравнений, получающихся в результате дискретизации исходных дифференциальных уравнений вида

$$a_{ij}\Phi_{ij} = a_{E\,ij}\Phi_{i+1\,j} + a_{W\,ij}\Phi_{i-1\,j} + a_{N\,ij}\Phi_{ij+1} + a_{S\,ij}\Phi_{ij-1} + b_{ij}, \quad i=\overline{1,N_x},\ j=\overline{1,N_y},$$

производится явным методом Булеева[1] (ЯМБ). Этот метод является итерационным, и каждая итерация состоит из двух этапов: прямого и обратного хода. Во время прямого хода вычисляются значения прогоночных коэффициентов согласно формулам:

$$\begin{cases} P_{ij} = a_{E\,ij} \Big/ \left(a_{ij} - a_{W\,ij}P_{i-1\,j} - a_{S\,ij}Q_{ij-1}\right); & i=\overline{1,N_x}, j=\overline{1,N_y} \\ Q_{ij} = a_{N\,ij} \Big/ \left(a_{ij} - a_{W\,ij}P_{i-1\,j} - a_{S\,ij}Q_{ij-1}\right); & \\ R_{ij} = \left(b_{ij} + a_{W\,ij}(Q_{i-1\,j}\Phi_{i-1\,j+1} + R_{i-1\,j}) + a_{S\,ij}(P_{ij-1}\Phi_{i+1\,j-1} + R_{ij-1})\right) \Big/ \left(a_{ij} - a_{W\,ij}P_{i-1\,j} - a_{S\,ij}Q_{ij-1}\right). & \end{cases} \tag{9}$$

Обратный ход состоит из расчета значений сеточной функции по формуле:

$$\Phi_{ij} = P_{ij}\Phi_{i+1\,j} + Q_{ij}\Phi_{ij+1} + R_{ij}; \qquad i=\overline{N_x,0},\ j=\overline{N_y,0}. \tag{10}$$

Метод Булеева устойчив, если имеет место диагональное преобладание для системы сеточных уравнений.

В **четвертой главе** представлено описание параллельной реализации разработанной итерационной процедуры. Применена одномерная декомпозиция сеточной области по горизонтальной координате. Так как вычислительная схема построена с использованием направленных противопотоковых аппроксимаций второго порядка и учитывает смешанные производные, применяется 13-ти точечный шаблон, приведенный на рис. 1. Для вычисления значения в центральном узле сетки нужны данные двух прилегающих столбцов справа, расчеты которых ведутся соседним (правым) процессом. В свою очередь, два столбца данных текущего процесса, прилегающие к границе, нужны для расчетов правому соседнему процессу. Следовательно, при организации вычислений массивы, с которыми оперируют параллельно выполняющиеся процессы, должны быть в общем случае окаймлены слева и справа двумя столбцами, куда помещаются данные, рассчитываемые соседними процессами.

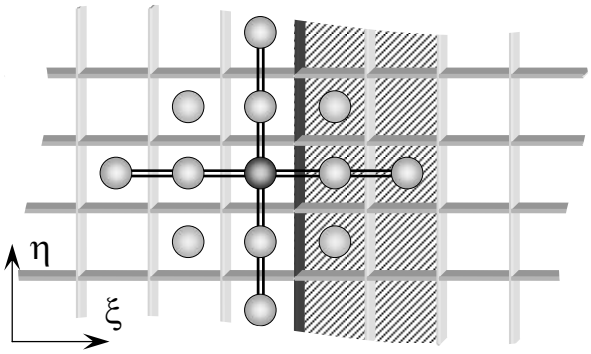

Рис. 1. Расчет приграничных значений с использованием 13-ти точечного шаблона

Для многопроцессорных систем с распределенной памятью выполнено исследование способов обмена данными между вычислительными процессами. На основе проведенных экспериментов установлено, что использование неблокирующих коммуника-

[1] Ильин В.П. Методы неполной факторизации для решения алгебраических систем. – М.: Физматлит, 1995.

ционных процедур библиотеки MPI совместно с организацией опережающих вычислений значений сеточных функций в узлах, прилегающих к границам декомпозиции области, позволяет на 10% сократить временные затраты на межпроцессорную передачу данных.

Предложена эффективная модификация явного метода Булеева для решения адвективно-диффузионных сеточных уравнений на параллельных компьютерах.

В общем случае, при декомпозиции на p процессов и использовании окаймления в один слой[1], обозначение столбцов, с которыми оперирует k-й процесс, имеет вид:

$$B_x^k = \frac{k \cdot N_x}{p}; \qquad E_x^k = \frac{(k+1) \cdot N_x}{p} + 1; \tag{11}$$

здесь B_x^k – первый столбец массива, расположенного в адресном пространстве k-го процесса, E_x^k – последний (рис. 2); N_x – размерность сетки в направлении декомпозиции. Под делением подразумевается целочисленная операция.

Алгоритм параллельной реализации метода неполной факторизации Булеева состоит из следующих шагов:

1. Декомпозиция расчетной области на p процессов; каждый процесс получает информацию о своем номере и об общем количестве процессов, определяет своих соседей слева и справа, определяет границы своей подобласти по формулам (11).

2. Получение каждым процессом начального приближения для своей подобласти.

3. Расчет коэффициентов $P_{B_x^k o}$, $Q_{B_x^k o}$, $R_{B_x^k o}$ и расчет значений прогоночных коэффициентов P_{ij}, Q_{ij}, R_{ij} вдоль сеточных линий $i = B_x^k$ и $j = 0$; если $k = 0$ (нулевой процесс), то значения прогоночных коэффициентов вдоль сеточной линии $i = B_x^k$ определяются условием на левой границе, в противном случае ($k \neq 0$) $P_{ij} = 0$, $Q_{ij} = 0$, $R_{ij} = \Phi_{ij}$ (значение Φ_{ij} получено от $k-1$ процесса).

5. Расчет значений прогоночных коэффициентов для остальных узлов расчетной области по формулам (9), индекс $i = B_x^k + 1, \ldots, E_x^k - 1$.

6. Расчет значения функции $\Phi_{E_x^k N_y + 1}$ и расчет значений функции Φ вдоль сеточных линий $i = E_x^k$ и $j = N_y + 1$; если $k = p - 1$, то значение функции $\Phi_{E_x^k j}$ определяется граничными условиями, в противном случае ($k < p - 1$) значение $\Phi_{E_x^k j}$ не рассчитывается, а полагается известным (получено от $k+1$ процесса).

---

[1] Окаймление в один слой используется при решении уравнения для поправки давления (пятиточечный шаблон); в случае окаймления в два слоя параллельная реализация метода Булеева строится аналогичным образом.

7. Расчет значений функции Φ для остальных узлов расчетной области по формуле (10), $i = E_x^k - 1,...,B_x^k$, $j = N_y,...,0$.

8. Посылка значений столбцов $B_x^k + 1$ и $E_x^k - 1$ левому и правому соседу ($k-1$ и $k+1$ процессу) соответственно; прием от $k-1$ процесса сеточных значений столбца B_x^k и от $k+1$ процесса – значений E_x^k.

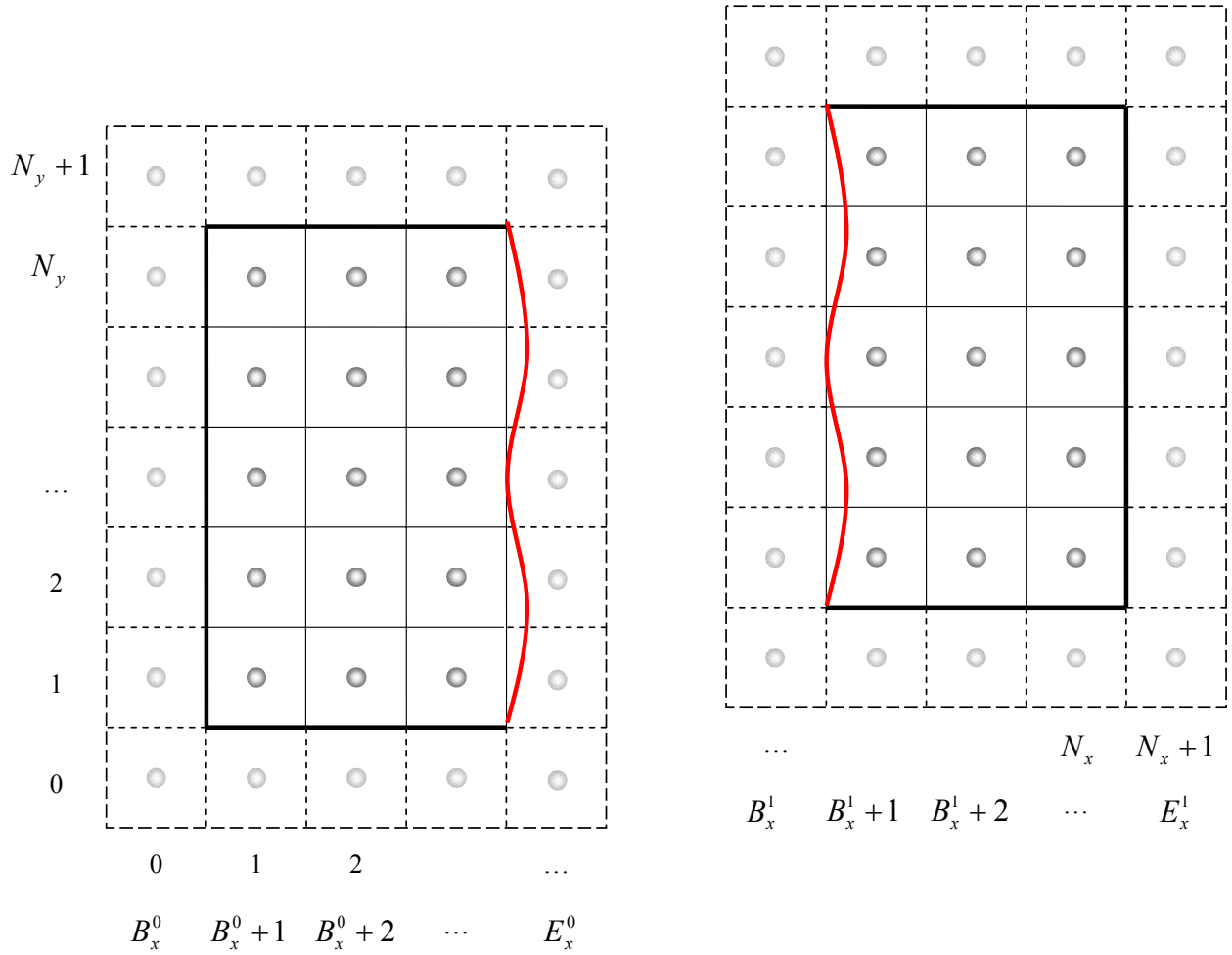

Рис. 2. Схема параллельной реализации явного метода Булеева на примере двух процессоров

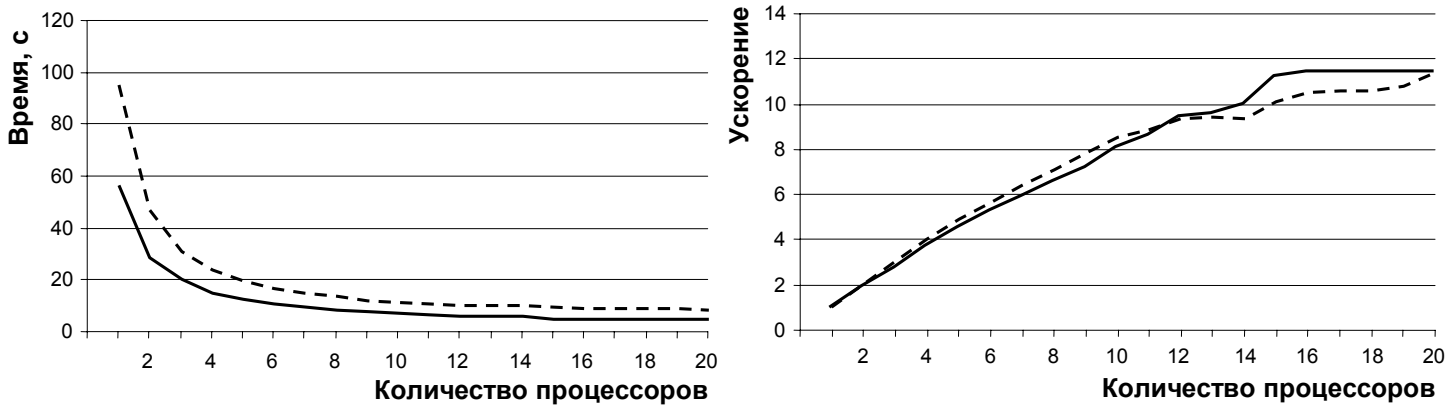

Рис. 3. Время вычислений (слева) и ускорение (справа) параллельной реализации алгоритма; сплошная линия соответствует кластеру ИОА (http://cluster.iao.ru/), пунктирная – МВС–1000М (http://www2.sscc.ru/). Сетка 60x50 узлов

9. В случае значительного отличия решения от решения на предыдущей итерации или большого значения нормы вектора невязки – возврат к п. 3.

Разработанная параллельная реализация использовалась на многопроцессорных вычислительных системах с распределенной памятью (кластер ИОА СО РАН, кластер Сибирского суперкомпьютерного центра СО РАН). Расчеты развития атмосферных процессов выполнялись для периода моделирования 3 часа на сетке 60×50 узлов. Параллельная реализация вычислительного алгоритма показала существенное ускорение вычислений (более чем в 8 раз на 10 вычислительных узлах по сравнению с однопроцессорным вариантом, рис. 3). При использовании более 10 процессов при выбранной сетке наблюдается снижение эффективности параллельной программы, поскольку увеличивается доля временных затрат на межпроцессорную передачу данных.

В **пятой главе** представлены результаты расчетов атмосферных процессов, соответствующих различным условиям циркуляции воздушного потока и режимным состояниям АПС. Сравнение с результатами натурных наблюдений производилось на следующих экспериментальных данных:

– данные Вангара-эксперимента (развитие пограничного слоя над однородной поверхностью);

– данные Эризунд-эксперимента (влияние неоднородности свойств плоской поверхности Земли на фоновый поток в условиях существенного адвективного переноса).

Сравнение с результатами расчетов других авторов осуществлялось для следующих задач:

– формирование бризовой циркуляции в условиях отсутствия фонового потока[1];

– формирование горных подветренных волн с учетом влажностного режима атмосферы и образования облачности[2].

Помимо результатов тестирования, в качестве примеров использования модели приводятся результаты численного исследования формирования бризовой циркуляции над каналом, горно-долинных циркуляций над холмом и впадиной, а также результаты численного исследования реальных метеорологических ситуаций, соответствующих условиям г. Томска.

На рис. 4–5 приведены результаты расчетов и данные измерений Вангара-эксперимента. Полученные результаты свидетельствуют о хорошем качественном и

---

[1] Mahrer Y., Pielke R. The Effects of Topography on See and Land Breezes in a Two-Dimensional Numerical Model // Monthly Weather Review, 1977, Vol.105, pp. 1151–1162.

[2] Durran D., Klemp J. The Effects of Moisture on Trapped Mountain Lee Waves // Journal of the Atmospheric Sciences, 1982, Vol.39, pp. 2490-2506.

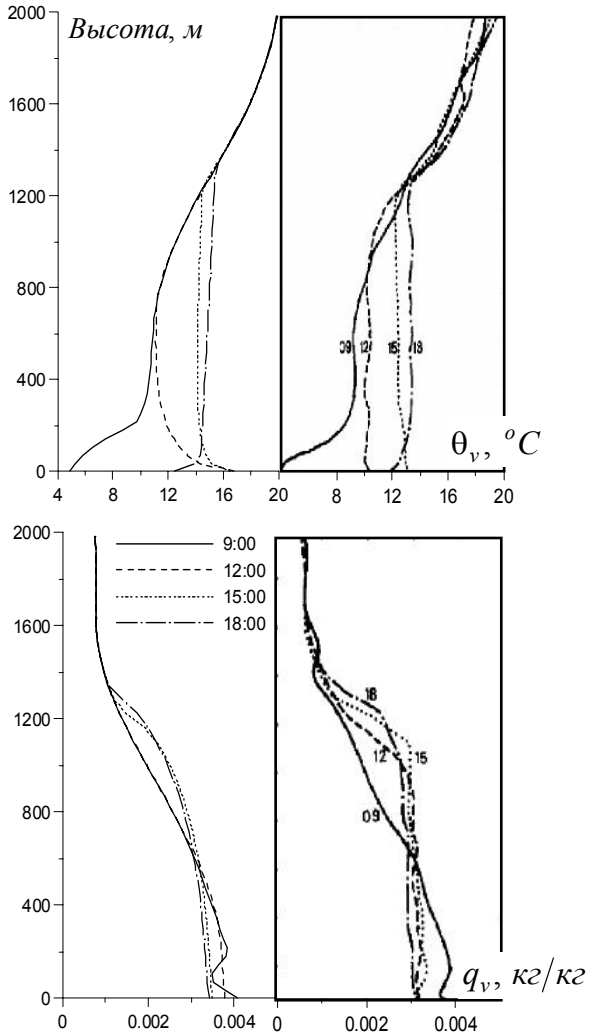

Рис. 4. Вертикальные распределения эквипотенциальной температуры (вверху) и влажности (внизу), соответствующие различным моментам времени 33 дня Вангара-эксперимента. Слева – результаты расчетов, справа – данные измерений

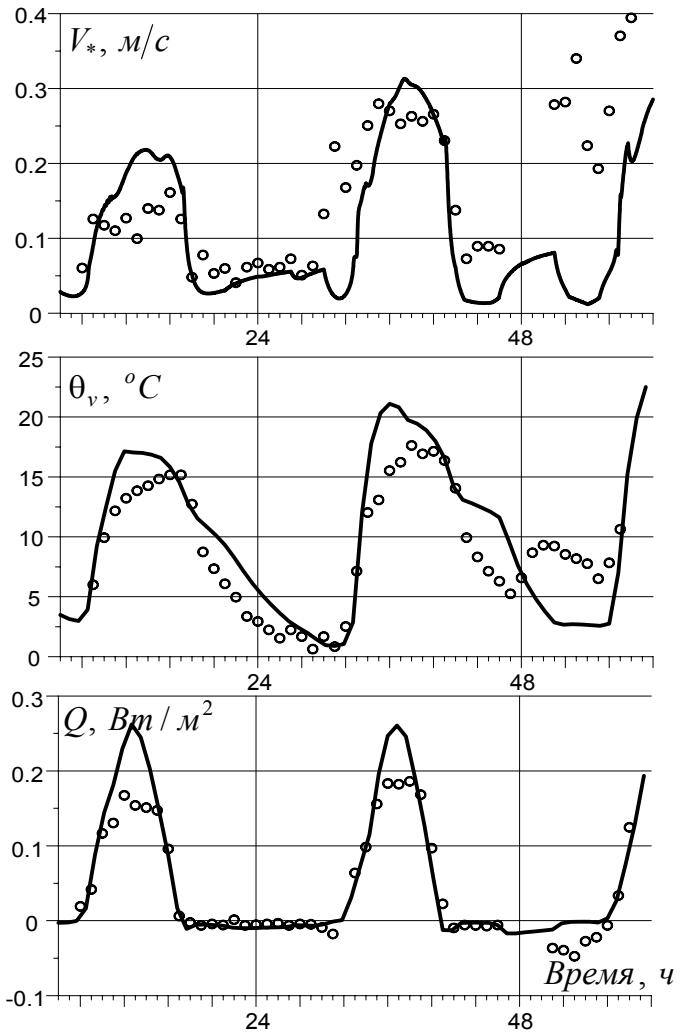

Рис. 5. Изменения динамической скорости, виртуальной температуры воздуха на высоте 1,2 м и конвективного теплового потока на поверхности Земли в течение 33-34 дней Вангара-эксперимента. Сплошные линии – результаты расчетов, значки – данные измерений

количественном воспроизведении структуры АПС и изменения характеристик его взаимодействия с поверхностью в течение суток.

На рис. 6 приведены результаты численного исследования мезомасштабных циркуляций, возникающих над морским побережьем в условиях отсутствия фонового потока воздуха. Распределения горизонтальной и вертикальной компонент скорости характеризуют структуру дневного бриза. Вследствие более высокой температуры суши (рис. 7, температура водной поверхности принималось постоянной и равной $300\ K$) в дневные часы над побережьем формируется вихрь с вертикальным размером до $2\ км$. Вблизи поверхности Земли поток направлен с моря на сушу, над основным по током расположен поток возвратного движения меньшей интенсивности. Вертикальное движение над морем опускное, а над сушей – подъемное.

Рис. 7 демонстрирует увеличение температуры вглубь суши, обусловленное прохождением более холодных воздушных масс дневного морского бриза.

Рис. 8–9 представляют структуру горно-долинной циркуляции при отсутствии фонового потока над холмом высотой 900 м, соответствующую вторым суткам вычислительного эксперимента. Развившаяся в течение первых суток дневная циркуляция постепенно сменяется ночной, и более холодный воздух с вершины спускается вдоль

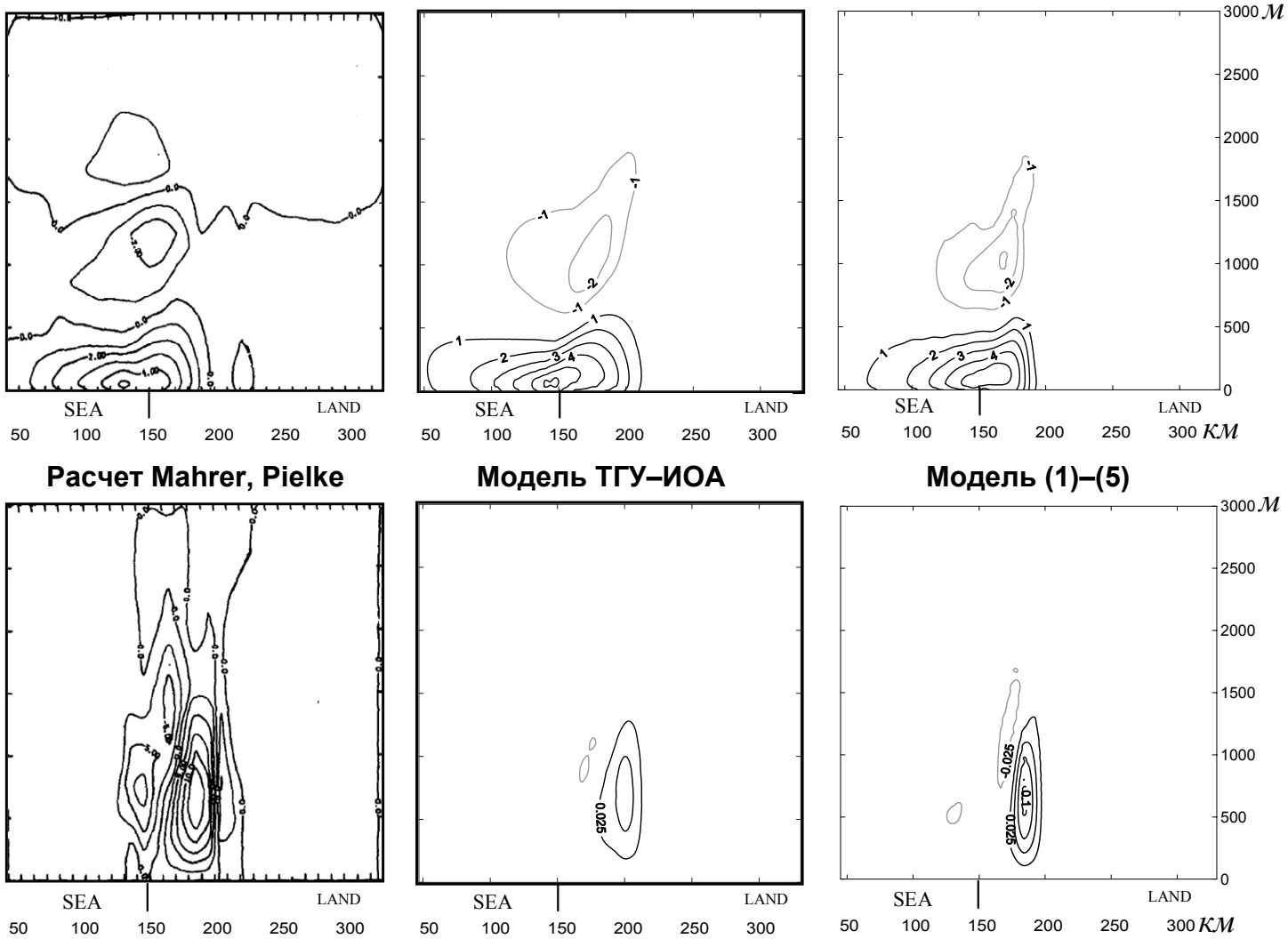

Рис. 6. Распределения горизонтальной (вверху) и вертикальной (внизу) компонент скорости ветра на $16:00$. Единица измерения – $м/с$ (левый нижний рисунок – $см/с$)

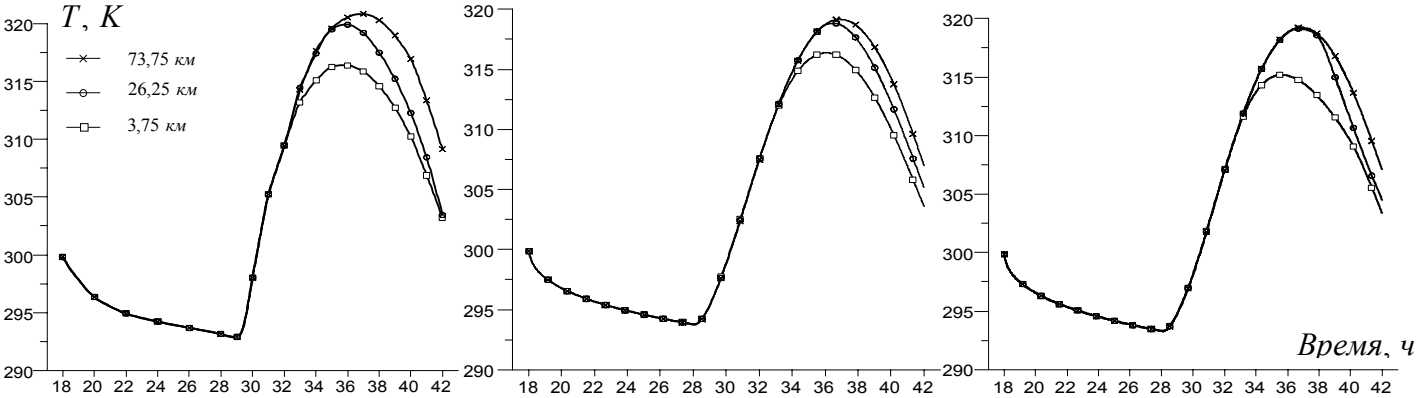

Рис. 7. Изменения значений температуры подстилающей поверхности на различном удалении от морского побережья в течение времени эксперимента. Слева – расчет Mahrer, Pielke, в центре – по модели ТГУ–ИОА, справа – расчет по предлагаемой модели

склонов. У основания холма, в долине, из-за существенного охлаждения воздуха с большим содержанием влаги ночью наблюдается образование тумана (светлым цветом справа, рис. 8). Во время дневной циркуляции влажный воздух поступает в область над вершиной холма, и в образовавшемся облаке начинаются процессы автоконверсии и выпадения дождя (рис. 9), изображенного светлым цветом.

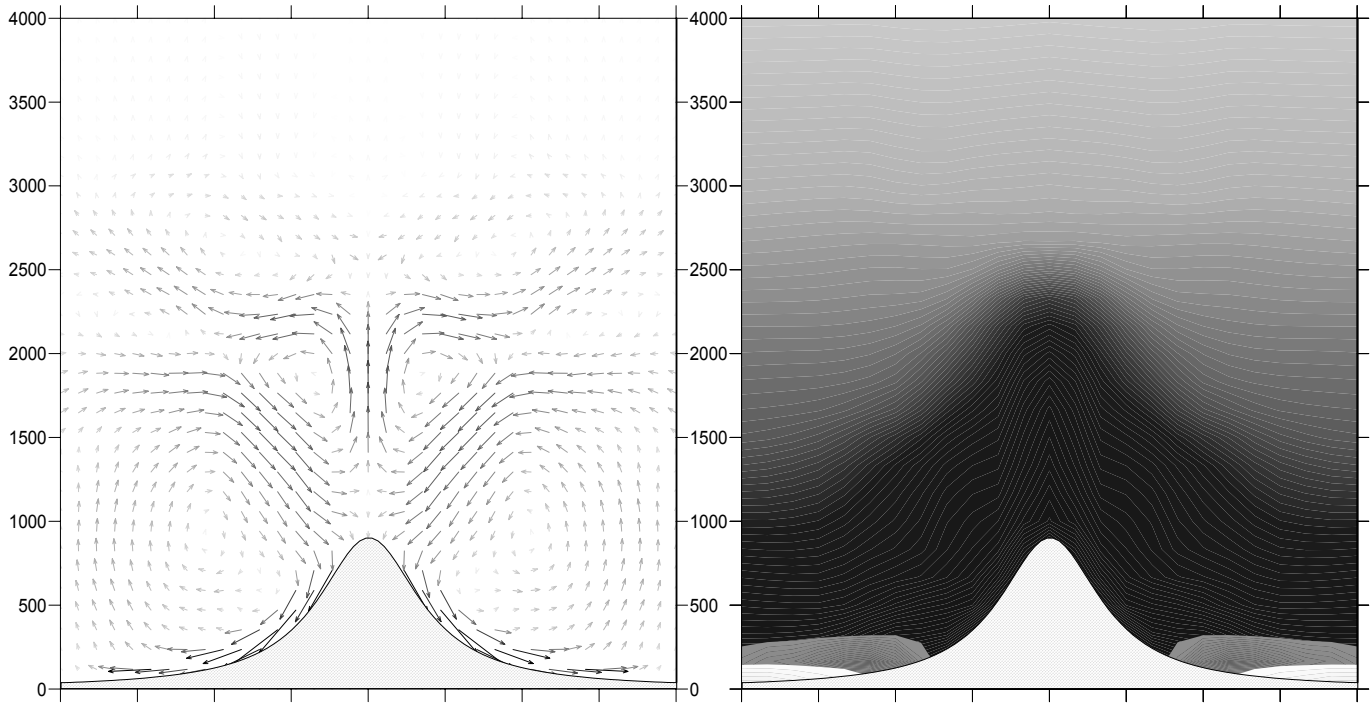

Рис. 8. Распределение влажности атмосферы (справа), а также векторное поле скорости (слева), соответствующие 1 часу вторых суток времени моделирования горно-долинной циркуляции. Размер области – 200×4 *км*. Максимальное значение модуля скорости – 3,77 $м/с$. Вертикальный размер рисунка увеличен в 50 раз

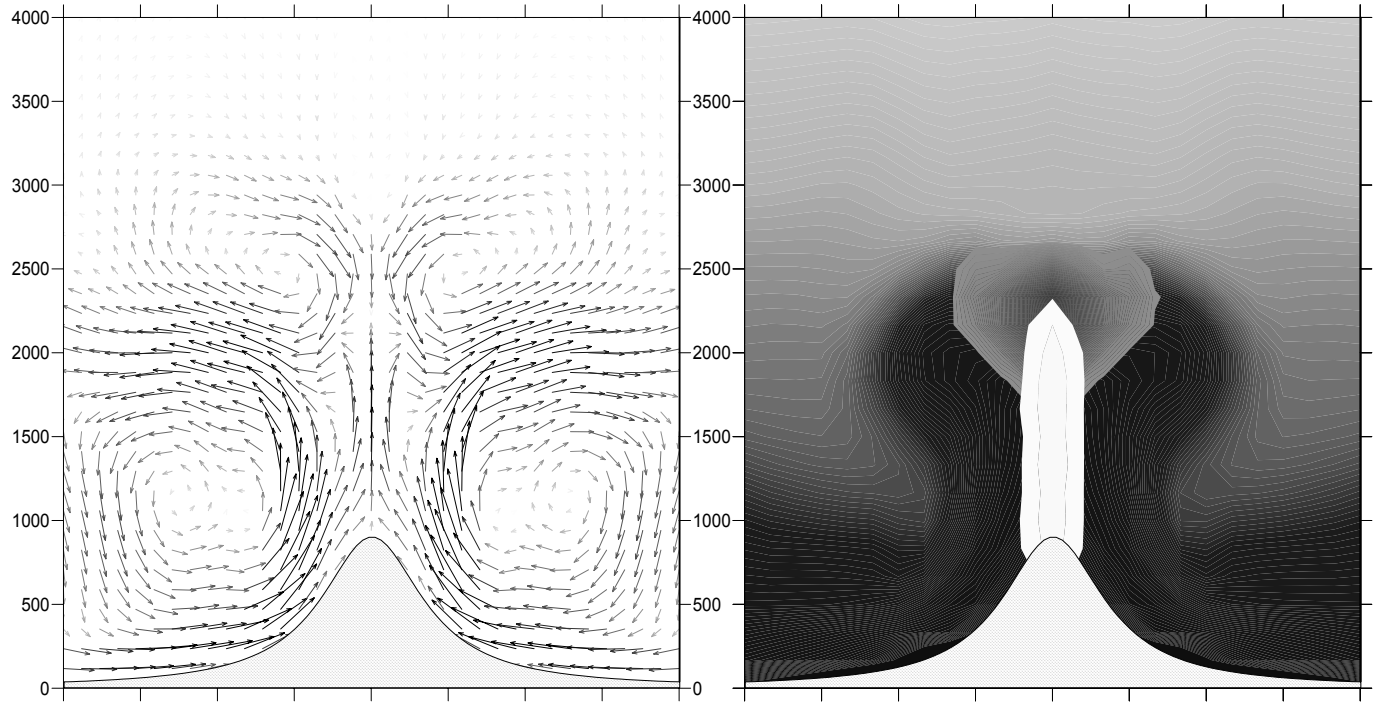

Рис. 9. Распределение влажности атмосферы (справа), а также векторное поле скорости (слева), соответствующие 15 часам вторых суток времени моделирования горно-долинной циркуляции. Размер области – 200×4 *км*. Максимальное значение модуля скорости – 5,93 $м/с$. Вертикальный размер рисунка увеличен в 50 раз

Примеры численного исследования реальных метеорологических ситуаций, соответствующих условиям г. Томска, показали хорошую степень качественного и количественного соответствия результатов вычислений наблюдаемым атмосферным процессам. Например, для условий 14–15 августа 2000 г., характеризующихся устойчивым ветром постоянного направления, модельными расчетами было воспроизведено формирование тумана, зафиксированное Гидрометцентром РФ ранним утром 15 августа (рис. 10).

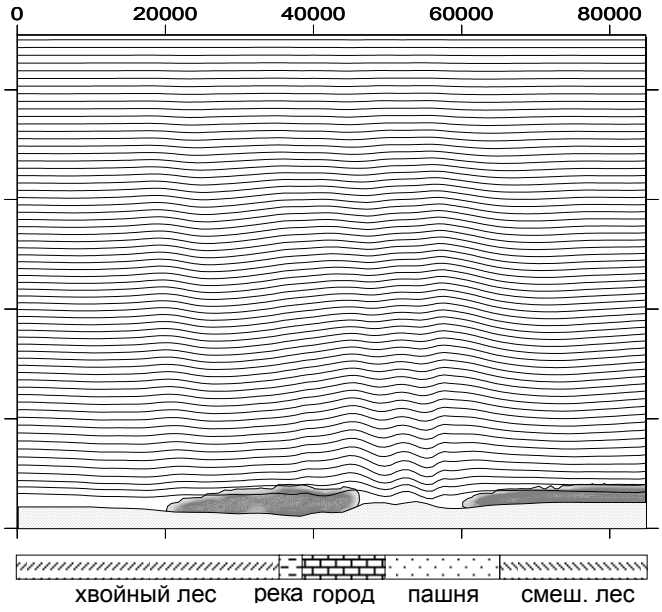

Рис. 10. Предсказанные линии тока и зоны формирования тумана, соответствующие 5:00 15 августа 2000 г. для окрестностей г. Томска

В **заключении** сформулированы следующие основные выводы по результатам диссертационного исследования:

1. Построена негидростатическая мезомасштабная модель для исследования локальных атмосферных процессов, происходящих в планетарном пограничном слое над поверхностью с неоднородными свойствами. В математической модели учитываются образование облачности, выпадение осадков в виде дождя, коротковолновая и длинноволновая радиация, суточная динамика турбулентной структуры атмосферного пограничного слоя, рельеф и свойства подстилающей поверхности.

2. Для численного решения задачи применен метод конечного объема и неявные разностные схемы со вторым порядком аппроксимации дифференциальных уравнений. Разработана итерационная вычислительная процедура для согласования поля скорости и давления и последовательного решения систем сеточных уравнений – дискретных аналогов адвективно-диффузионных уравнений нелинейной задачи. На основе сравнительного анализа показано, что предложенная вычислительная процедура по производительности не уступает широко используемым в современной практике решения задач локальных атмосферных процессов явно-неявным разностным схемам, обеспечивая при этом выполнение интегральных законов сохранения.

3. При параллельной реализации разработанной итерационной процедуры применена одномерная декомпозиция сеточной области по горизонтальной координате. Для многопроцессорных систем с распределенной памятью выполнено исследование способов обмена данными между вычислительными процессами. На основе проведенных

экспериментов установлено, что использование неблокирующих коммуникационных процедур библиотеки MPI совместно с организацией опережающих вычислений значений сеточных функций в узлах, прилегающих к границам декомпозиции области, позволяет на 10% сократить временные затраты на межпроцессорную передачу данных. Предложена эффективная модификация явного метода Булеева для решения адвективно-диффузионных сеточных уравнений на параллельных компьютерах. Применение разработанной параллельной программы для многопроцессорных вычислительных систем с распределенной памятью (кластер ИОА СО РАН, кластер Сибирского суперкомпьютерного центра СО РАН) показало существенное ускорение вычислений (более чем в 8 раз на 10 вычислительных узлах по сравнению с однопроцессорным вариантом).

4. Тестовые расчеты, выполненные с использованием разработанной численной модели для исследования динамики атмосферного пограничного слоя и происходящих в нем процессов, хорошо согласуются с результатами натурных наблюдений (Вангара-эксперимент, Эризунд-эксперимент, метеорологические наблюдения за погодой в г. Томске), а также с результатами вычислений, полученными по другим мезомасштабным моделям, для следующих задач:

– формирование горных подветренных волн;

– развитие бризовых течений над поверхностью «вода-суша»;

– горно-долинные циркуляции воздуха с образованием облачности и тумана.

Основные публикации по теме диссертации

1. Богословский Н.Н., Есаулов А.О. Параллельная реализация итерационных методов решения уравнения Пуассона // Высокопроизводительные параллельные вычисления на кластерных системах. Материалы второго Международного научно-практического семинара. – Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского госуниверситета, 2002, с. 30–37.
2. Богословский Н.Н., Есаулов А.О., Старченко А.В. Параллельная реализация алгоритма вычислительной гидродинамики SIMPLE // Труды Сибирской школы-семинара по параллельным вычислениям. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2002, с. 118–124.
3. Есаулов А.О. Использование параллельных вычислений при моделировании мезомасштабных атмосферных процессов // Труды Второй Сибирской школы-семинара по параллельным вычислениям. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2004, с. 100–106.
4. Есаулов А.О., Дмитриева Н.В. Тестирование кластерных систем ТГУ и ИОА СО РАН с помощью пакета LINPACK // Высокопроизводительные параллельные вы-

числения на кластерных системах. Материалы второго Международного научно-практического семинара. – Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского госуниверситета, 2002, с. 105–112.

5. Есаулов А.О., Старченко А.В. К выбору схемы для численного решения уравнений переноса // Вычислительная гидродинамика. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999, с. 27–32.
6. Есаулов А.О., Старченко А.В. К расчету переходных внутренних течений вязкой жидкости // Сборник докладов II Всероссийской научной конференции «Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики». – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2000, с. 113–114.
7. Есаулов А.О., Старченко А.В. Моделирование распространения примеси в приземном слое атмосферы // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики / под ред. И.Б. Богоряда. Вып. 4. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2001, с. 16–17.
8. Есаулов А.О., Старченко А.В. Численное моделирование атмосферных процессов с использованием суперкомпьютеров // Международная конференция по математике и механике: Избранные доклады. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2003, с. 104–109.
9. Есаулов А.О., Старченко А.В. Численный расчет рециркуляционного течения жидкости в прямоугольной каверне // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики / под ред. И.Б. Богоряда. Вып. 3. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999, с. 14–15.
10. Старченко А.В., Беликов Д.А., Есаулов А.О. Численное исследование влияния метеорологических параметров на качество воздуха в городе // Материалы международной конференции «ENVIROMIS’2002». – Томск: Изд-во Томского ЦНТИ, 2002, с. 142–151.
11. Старченко А.В., Есаулов А.О. Параллельные вычисления на многопроцессорных вычислительных системах. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2002, 56 с.
12. Старченко А.В., Есаулов А.О. Расчет распространения загрязнений, выбрасываемых ТЭС, над городом // Материалы шестой Всероссийской научно-технической конференции «Энергетика: экология, надежность, безопасность». – Томск: Изд-во ТПУ, 2000, Т.1, с. 250–254.
13. Старченко А.В., Есаулов А.О., Карякин А.С. Численное моделирование распространения примесей, выбрасываемых ТЭС в приземный слой атмосферы // Фундаментальные проблемы охраны окружающей среды и экологии природно-территориальных комплексов Западной Сибири: Материалы научной конференции. – Горно-Алтайск, 2000, с. 20–21.
14. Starchenko A., Yesaulov A. Some Results of Numerical Simulation of Atmospheric Aerosol and Gaseous Component Dispersion Over an Industrial Center // Proc. SPIE, 2003, Vol.5397, pp. 109–120.