На правах рукописи

Владимиров Сергей Николаевич

НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА РАДИОФИЗИЧЕСКИХ СИСТЕМ: ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И ПРИКЛАДНЫЕ АСПЕКТЫ

01.04.03 – радиофизика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора физико-математических наук

Томск – 2005

Работа выполнена на кафедре радиоэлектроники Томского государственного университета (ТГУ)

Научный консультант: доктор физико-математических наук,
профессор Якубов Владимир Петрович

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор Банах Виктор Арсентьевич.

доктор физико-математических наук,
профессор Гошин Геннадий Георгиевич

доктор физико-математических наук,
профессор Нагорский Петр Михайлович

Ведущая организация: Институт физики им. Л.В. Киренского СО РАН

Защита состоится "_08_" __сентября___2005 г. в 14 ч. 30 мин. на заседании диссертационного совета Д.212.267.04 при Томском государственном университете по адресу:
634050, г. Томск, пр. Ленина, 36, ауд. 119.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке Томского государственного университета.

Автореферат разослан "_27_"_июля_2005 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
профессор Пойзнер Б.Н.

1. Общая характеристика работы

1.1. Актуальность работы

Одним из основных предметов исследования радиофизики являются физические процессы, связанные с генерацией электромагнитных колебаний и волн. Стандартным требованием, предъявляемым к автогенераторам, является высокая чистота спектра выходного сигнала, узость его спектральной линии. Однако можно сформулировать ряд чрезвычайно важных с точки зрения практических приложений задач, для решения которых требуются источники сигналов с совершенно противоположными свойствами, а именно: устройства воспроизводящие сигналы с широкой спектральной линией, с высокой спектральной плотностью, занимающей широкий частотный диапазон. Современная радиофизика и радиоэлектроника испытывает повышенную потребность в источниках широкополосных, шумоподобных колебаний. Эта потребность обусловлена возможностью построения на их основе современных систем радиопротиводействия и радиомаскировки, шумовой радиолокации и конфиденциальной связи, сверхбыстродействующей радиосвязи, криптографических структур, приборов нетрадиционного воздействия на биологические объекты, различного рода устройств специального назначения. Не менее важно, что интерес к нелинейным радиофизическим структурам, генерирующим хаотические типы колебаний, обусловлен потребностью получения новых знаний, новой информации, новых законов функционирования, поскольку эти новые знания могут быть востребованы на практике для решения ряда важных прикладных задач нетрадиционными методами.

Исследованием указанных типов колебаний занимается новая область физики, которая называется поразному: нелинейная физика, нелинейная динамика, теория детерминированного хаоса, синергетика, nonlinear science, complexity. Предмет этой новой области необычайно широк и разнообразен. Он включает в себя радиофизику, гидродинамику, механику, акустику, биологию и многое другое.

По мнению многих известных ученых, популяризаторов и методологов науки нелинейная физика является лидером наук на рубеже XX-XXI столетий. Лауреат Нобелевской премии по физике 2003 г. В.Л. Гинзбург в своем известном списке тридцати наиболее важных и интересных проблем физики и астрофизики XXI века на одном из первых мест располагает нелинейную физику, турбулентность, детерминированный хаос и фракталы.

Все вышеизложенное свидетельствует о том, что исследования, направленные на изучение динамических неустойчивостей, детерминированного хаоса являются, безусловно, актуальными. Радиофизические системы при исследовании таких процессов занимают особое положение, поскольку допускают экспериментальную проверку теоретических положений сравнительно простыми, хорошо апробированными экспериментальными методами.

Выделим основные классы задач теории и практических приложений динамического хаоса, являющимися наиболее актуальными в настоящее время.

- Общая теория бифуркационных явлений и процессов в хаотических системах.
- Генерация динамического хаоса аналоговыми и цифровыми структурами.
- Конфиденциальная передача информации в компьютерных сетях и системах радиосвязи.
- Динамический хаос и информационные технологии.

Настоящая работа направлена на проведение теоретических и прикладных исследований в трех первых группах перечисленных задач.

1.2. Цели и задачи диссертационной работы

Целью диссертационной работы являлось теоретическое и экспериментальное изучение основных принципов и законов функционирования радиофизических систем с непрерывным и дискретным временем, способных демонстрировать как регулярные, так и хаотические типы колебаний; исследование возможностей их практического применения.

В рамках сформулированной цели были поставлены и решены следующие задачи:

1. Исследование нелинейно-параметрических эффектов и динамического хаоса, проявляющихся в неавтономных электронных цепях с нелинейной емкостью и четырехмерным фазовым пространством. Численные расчеты следовало сравнить с натурным экспериментом.

2. Построение и численное исследование математических моделей ряда автоколебательных систем осцилляторного и релаксационного типов с конечным и бесконечным числом степеней свободы, со знакопостоянной и знакопеременной дивергенцией фазового потока. Изучение возможности потери устойчивости периодическим движением и перехода к хаосу в этих системах по одному и тому же автопараметрическому сценарию. Сравнение расчетов с физическим экспериментом.

3. Определение условий, при которых движения в нелинейных дискретных и распределенных структурах могут быть описаны единой системой спектрально-временных уравнений. Разработка прямого метода вычисления спектра характеристических показателей Ляпунова движения в динамических системах с запаздыванием на основе спектрально-временного разложения уравнений эволюции малых возмущений.

4. Исследование основных законов функционирования системы с дискретным временем – модифицированного логистического отображения и систем таких отображений. Изучение возможности управления энтропией Колмогорова-Синая таких систем. Исследование явления перемежаемой синхронизации и формирования геометрически упорядоченных структур фазового пространства при положительных значениях метрической энтропии. Рассмотрение возможности возникновения и существования в их фазовом пространстве странного нехаотического аттрактора, обладающего свойством грубости в смысле Андронова-Понтрягина.

5. Исследование возможных путей создания источников хаотических колебаний СВЧ диапазона с высокой спектральной плотностью, оценить наиболее перспективные их них, разработка источников 8-мм диапазона и исследование их работоспособности в жестком диапазоне изменения климатических факторов и ударных нагрузок.
6. Проведение сравнительного анализа ряда систем синхронной хаотической связи и экспериментальное исследование их характеристик. Исследование системы частотно-модулированной синхронной хаотической связи. Проведение сравнительного анализа одноканальных и двухканальных систем с активной и пассивной синхронизацией.
7. Построение непротиворечивой классификации физических систем, объектов и процессов по степени открытости и типу воспроизводимого движения. Рассмотрение влияния белого шума на системы с квазипериодическим возбуждением. Исследование возможности построения хаотических источников на основе систем суммирования колебаний с иррационально связанными частотами.

1.3. Методы исследования

Для изучения основных закономерностей нелинейной динамики исследовавшихся структур использовались методы математической физики, теории функций комплексного переменного, применялось как численное моделирование, основанное на решении систем разностных и дифференциальных уравнений, описывающих движения соответствующих моделей, так и физический эксперимент. В ряде случаев получены аналитические решения.

Экспериментальное исследование радиофизических макетов автогенераторов хаотических колебаний, а также реализованных на их основе систем синхронной хаотической связи основывалось на использовании стандартной измерительной аппаратуры, с помощью которой производился анализ временных и спектральных характеристик наблюдаемых в экспериментах сигналов.

1.4. Научные положения, выносимые на защиту

1. Совместное проявление силового и параметрического резонансов в неавтономных радиоэлектронных цепях с двумя степенями свободы создает благоприятные условия для возбуждения в них хаотических типов колебаний. Смена регулярных режимов хаотическими происходит в областях проявления гистерезисных явлений скачком, что соответствует фазовым переходам первого рода в термодинамике. Предвестником бифуркации является рождение в фазовом пространстве грубого (в смысле Андронова-Понтрягина) странного нехаотического аттрактора даже при одночастотном гармоническом внешнем воздействии.
2. В автоколебательных системах, обладающих установленным набором свойств, реализуется особый тип автопараметрического сценария, который характеризуется следующей последовательностью бифуркационных явлений: состояние покоя – предельный цикл – полутор – странный хаотический аттрактор. Этот сценарий является типичным для широкого класса генерирующих структур осцилляторного и релаксационного типов, с конечным и бесконечным числом степеней свободы, со знакопостоянной и знакопеременной дивергенцией фазовых потоков.
3. Автоколебательные процессы в динамических системах с запаздыванием математически строго описываются системой дифференциальных спектрально-временных уравнений первого порядка, каждое из которых соответствует одной спектральной составляющей движения и не содержит членов с запаздывающим аргументом. Физически реализуемые дискретные системы и системы с запаздыванием имеют идентичные спектрально-временные разложения.
4. Спектрально-временные разложения уравнений эволюции малого возмущения позволяют точно описать основные свойства движения динамических систем с запаздыванием, доказать устойчивость стационарного режима, вычислить метрическую энтропию и оценить верхнюю границу размерности аттрактора по гипотезе Каплана-Йорке.
5. Существует бифуркационное значение управляющего параметра, при превышении которого модифицированное логистическое отображение генерирует временные ряды строго хаотичные в смысле Девани. Управление метрической энтропией этих рядов достигается модуляцией управляющего параметра как гармоническим, так и предельно неупорядоченным процессом – белым шумом, причем с увеличением дисперсии белого шума энтропия уменьшается, а странный хаотический аттрактор трансформируется в странный нехаотический. Этот эффект является одним из проявлений стохастического резонанса, т.е. эффектом индуцированного хаосом порядка.
6. В системах связанных модифицированных логистических отображений существуют области таких значений коэффициентов связи, в которых проявляются новые явления “перемежаемой синхронизации” и формирования в фазовом пространстве геометрически упорядоченных структур при положительных значениях метрической энтропии. Первое явление обусловлено потерей системой свойства грубости, второе – возникновением областей-репеллеров.
7. Угловая модуляция квазигармонических генераторов СВЧ и оптического диапазонов низкочастотными хаотическими сигналами является эффективным путём создания источников широкополосных шумоподобных колебаний с высокой спектральной плотностью, способных функционировать в жестких условиях эксплуатации.
8. Принцип разделения канала передачи информационной составляющей и канала синхронизации позволяет создавать робастные системы конфиденциальной передачи информации на основе двухканальных систем хаотической связи с активной либо пассивной синхронизацией передающего и приемного сегментов.

1.5. Достоверность результатов диссертации

Достоверность результатов, выводов и научных положений диссертационной работы обеспечиваются:

- корректностью построения математических моделей систем с дискретным и непрерывным временем;
- жестким тестированием использовавшегося в работе программного комплекса на широком классе задач, решения которых известны;
- хорошим совпадением результатов численных и физических экспериментов во всех случаях, когда они проводились;
- непротиворечием полученных результатов сложившимся представлениям об основных законах функционирования хаотических систем;
- успешным использованием ряда результатов при построении действующих образцов радиоэлектронных устройств.

1.6. Научная новизна

Новизна полученных в процессе выполнения диссертационной работы результатов и выносимых на защиту положений подтверждается тем, что впервые:

1. Предложена математическая модель, адекватно описывающие процессы в колебательной системе с четырехмерным фазовым пространством и нелинейной емкостью, находящейся под воздействием внешней гармонической силы. В отличие от ранее предлагавшихся приближенных моделей, направленных, в основном, на изучение процессов параметрического умножения частоты, новая модель позволила в полной мере исследовать сложные динамические режимы, переходы в хаотические состояния, установить существование грубых аттракторов, обладающих фрактальной геометрической структурой при отсутствии положительных ляпуновских показателей.

2. Сформулированы требования к частотным характеристикам линейных цепей и форме нелинейности, являющихся необходимыми условиями реализации автопараметрического сценария хаотизации движения в генерирующих структурах. В численных и физических экспериментах доказано, что этот сценарий является типичным для широкого круга автоколебательных систем.

3. Установлена физическая природа автопараметрического сценария, что облегчило его понимание на интуитивном уровне и обеспечило высокую надежность предсказания возможности его реализации уже при качественном анализе свойств конкретных автоколебательных систем.

4. Сформулированы условия, при которых движения в линейных и нелинейных, дискретных и непрерывных динамических системах могут описываться единой системой спектрально-временных уравнений. Показано, что для получения всех коэффициентов такой системы достаточно решить линейную часть задачи.

5. Предложен прямой алгоритм вычисления полного спектра характеристических показателей Ляпунова движения в динамических системах с запаздыванием. При этом эволюция возмущений описывается уравнениями, не содержащими членов с отклоняющимися аргументами. Показана возможность редукции этой системы к конечномерной, без потери информации об основных характеристиках исследуемого движения.

6. Установлено бифуркационное значение управляющего параметра модифицированного логистического отображения, обеспечивающего воспроизводство строго хаотических, в смысле Девани, временных последовательностей.

7. Показана возможность управления значением метрической энтропии в негладких отображениях при модуляции управляющего параметра не только гармоническим воздействием, но и белым шумом. Показана возможность возбуждения странного нехаотического аттрактора в негладких динамических системах и в отсутствии квазипериодического воздействия.

8. Исследованы бифуркационные явления и процессы характерные для системы двух связанных модифицированных логистических отображений. В роли управляющих параметров выступали коэффициенты взаимной связи. Обнаружено и детально исследовано явление синхронизации хаотических движений.

9. Обнаружено явление “перемежаемой синхронизации” и установлены соответствующие ему граничные значения коэффициента взаимной связи. Обнаружено явление возникновения геометрически упорядоченных структур в фазовом пространстве исследуемой системы с положительным значением энтропии Колмогорова-Синая.

10. Исследовано влияния белого шума на динамику нелинейной динамической системы с квазипериодическим возбуждением. Подтверждено, что между знаком ляпуновского характеристического показателя и существенной зависимостью от начальных условий имеется взаимно однозначное соответствие.

11. Доказана невозможность генерации пуассоновских потоков и динамического хаоса фазовым коррелятором двух гармонических процессов с несоизмеримыми частотами.

1.7. Научная ценность работы

Обобщение результатов значительного числа численных и натурных экспериментов, позволило открыть автопараметрический сценарий хаотизации движений в нелинейных генерирующих структурах. Показано, что при определенном виде нелинейности смена последовательности бифуркационных явлений и процессов происходит совершенно одинаково в физических объектах, свойства которых существенно различны. Сформулированы необходимые условия реализации такого сценария.

Установленные в работе связи между уравнениями движений систем с сосредоточенными и распределенными параметрами, позволяют анализировать их решения с общих позиций, отвлекаясь от формальных различий во внутреннем строении отдельных систем и их частей. Предложенные спектрально-временные

соотношения позволяют в полной мере выявить все существенные особенности эволюции во времени исследуемых физических систем.

Доказанная возможность управления метрической энтропией систем с дискретным и непрерывным временем имеет высокую степень общности, поскольку подтверждена при модуляции управляющего параметра как регулярными сигналами, так и предельно неупорядоченными – белым шумом с равномерным и нормальным законами распределения.

Предложенный прямой метод вычисления спектра характеристических показателей Ляпунова позволяет исключить элементы субъективизма, присущие косвенным методам, базирующихся на процедурах реконструкции фазового пространства.

Установленные в работе закономерности служат методологической основой решения широкого круга задач, связанных с созданием источников хаотических колебаний в широких областях спектра электромагнитных колебаний, прогнозирования их поведения при вариациях параметров.

1.8. Практическая значимость

Детальное изучение законов функционирования ряда радиофизических автогенераторов с хаотическими типами колебаний может служить методологической базой при проектировании источников хаоса самой различной структуры с минимальными затратами времени.

Установленные закономерности функционирования систем с дискретным временем, позволяют использовать их в качестве тестовых, т.е. как источники образцовых временных последовательностей с точно известными значениями энтропии Колмогорова-Синая и дисперсии.

Исследованные отображения способны стать основой для проектирования микропроцессорных систем, цифровых автоматов и комбинационных схем, которые в сочетании с цифроаналоговыми преобразователями и частотными (фазовыми) модуляторами позволяют решить проблему создания источников широкополосных, шумоподобных колебаний практически в любом участке спектра электромагнитных колебаний. Перенесение динамического хаоса на реальные системы с неизбежным присутствием в них естественных флуктуаций позволит создавать источники истинно случайных, неповторяющихся процессов.

Ряд результатов позволяет строить алгоритмы генерации белого шума с нормальным и равномерным законами распределения и хаотических последовательностей с необходимым значением метрической энтропии. Кроме того, обнаруженное явление возникновения в фазовом пространстве областей репеллеров указывает на перспективность использования связанных отображений в системах конфиденциальной передачи информации и при создании алфавитов в системах ее преобразования и хранения.

Полученные результаты полезны для преподавания теоретических основ детерминированного хаоса и постановки лабораторных практикумов для студентов самых различных направлений обучения и специалистам при самостоятельном освоении нелинейной динамики и физики открытых, неравновесных систем.

1.9. Внедрение результатов

Автор диссертационной работы являлся руководителем хоздоговорных НИР “Хаос (2001-2002 г.г.)” и “Невод (2004-2005 г.г.)”, проведенных между ОАО “НИИПП” (г. Томск) и Томским государственным университетом. Полученные результаты использованы ОАО “НИИПП” при выполнении работ по Договорам № 4053, № 4053/178 и № 4070, выполняемым по Госзаказу между ОАО “НИИПП” и “Корпорацией “Фазотрон–НИИР” (г. Москва) в обеспечение ОКР “Курьер”, “Трасса-Т”, “Курок” и “Панцирь”. Соответствующие акты прилагаются.

Кроме того, ряд результатов используется в учебном процессе при чтении лекций и в лабораторном практикуме по курсу “Основы теории колебаний” для студентов радиофизического факультета Томского государственного университета.

1.10. Апробация работы

Результаты диссертационной работы докладывались и представлялись на: 14-й Межд. конф. “СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии (КрыМиКо'2004)” (Севастополь, сентябрь 2004); 7-th Int. Conf. “Actual Problems of Electronic Instrument Engineering (APEIE'2004)” (Novosibirsk, September 2004); Всеросс. научн.-практ. конф. “Электронные средства и системы управления” (Томск октябрь 2003); Межд. конф. **“**International Conference on the Noise Radar Technology (NRT'2003)” (Ukraine, Kharkov, October 2003); Межд. научн.-техн. конф. “Электроника и информатика XXI век” (Зеленоград, ноябрь 2000); Межд. симпозиум “Int. Symposium on Antennas and Propagation (ISAP'2000)” (Japan, Fukuoka, August 2000); IV-я Межд. научн.-техн. конф. “Актуальные проблемы электронного приборостроения (АПЭП'98)” (Новосибирск, сентябрь 1998); Межд. конф. “Современные проблемы физики и высокие технологии” (Томск, сентябрь - октябрь 2003); II-я Всеросс. научн.-техн. конф. по проблемам создания перспективной авионики (Томск, апрель 2003); IV-я Всерос. научн.-техн. конф. “Динамика нелинейных дискретных электротехнических и электронных систем” (Чебоксары, 2001); III-й Межд. симпозиум “ Application of the conversion research results for international cooperation (Sibconvers'99)” (Томск, май 1999); V-я Межд. научн.-техн. конф. “Актуальные проблемы электронного приборостроения (АПЭП'2000)” (Новосибирск, сентябрь 2000); Третий Сибирский Конгресс по прикладной и индустриальной математике (Новосибирск, 1998); VI-th Int. Conf. “Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMMT'96)” (Ukraine, Lviv, September 1996); V-я Межд. научн.-техн. конф. “Актуальные проблемы электронного приборостроения (АПЭП'96)” (Новосибирск, сентябрь 1996); Второй Сибирский Конгресс по прикладной и индустриальной математике (Новосибирск, 1996).

1.11. Публикации по теме диссертации

По теме диссертации опубликованы одна монография, одно учебное пособие, двадцать две статьи в центральной (УФН, ЖТФ, РЭ, Электронная промышленность, Изв. вузов. Физика, Изв. вузов. ПНД) и зарубежной (Int. J. of Bifurcation and Chaos) печати, еще более двадцати публикаций представляют собой труды, материалы и тезисы докладов международных, всероссийских и региональных конгрессов, симпозиумов, научно-технических конференций.

1.12. Вклад автора

При получении результатов настоящей работы вклад автора являлся определяющим. Он выражался в постановке решаемых задач, разработке методов их решения, руководстве проведением численных и натурных экспериментов, обсуждении и интерпретации полученных в ходе исследований результатов.

Ранние работы (1985-1988 г.г.) и раздел монографии (1993 г.) написаны в соавторстве с А.С. Майдановским (ТГУ), в более поздних работах (1997-2005 г.г.) участие принимали аспиранты автора диссертации В.В. Негруль (ТГУ) и А.А. Штраух (ТГУ). В выполнении экспериментальных исследований (2003 г.) по первой и пятой главам диссертации участвовал в.н.с. В.И. Перфильев (ОАО “НИИПП” г. Томск).

1.13. Структура и объем работы

Диссертация состоит из введения, 6-ти глав, заключения, списка литературы и приложения, содержащего акты о внедрении результатов. Общий объем диссертации составляет 318 страниц, в текст внедрены 159 рисунков. Список использованных литературных источников содержит 288 наименований.

2. Краткое содержание работы

2.1. В первой главе "**Нелинейно-параметрические эффекты и динамический хаос**" анализируются бифуркационные явления и процессы, характеризующие динамику неавтономной электрической цепи, содержащей нелинейную емкость. Принципиальная схема такой цепи представлена на рис. 1. и содержит внешний источник гармонического воздействия вида $A\cos pt$, линейные диссипативные элементы R_1, R_2, R_S, нелинейную емкость C_N, два линейных индуктивных элемента L_1, L_2 и источник напряжения смещения E. Назначение элементов следующее. Диссипативные элементы R_1, R_2, R_S отражают потери энергии в реактивных элементах L_1, L_2 и C_N соответственно. Индуктивность L_1 служит совместно с нелинейной емкостью для настройки цепи в резонанс с частотой внешнего воздействия p, индуктивность L_2 образует цепь смещения нелинейной емкости.

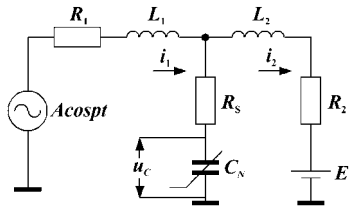


Рис. 1. Принципиальная схема неавтономной электрической цепи с нелинейной емкостью

После аппроксимации вольт-фарадной характеристики нелинейной емкости в виде $C_N = C_0\sqrt{g/(g-u_C)}$, $g = E + \varphi_0$, (φ_0 – контактная разность потенциалов, C_0 – емкость перехода в рабочей точке при смещении E) математическая модель в случае малосигнального резонанса входной цепи на частоте $\omega_0 = \sqrt{(L_1+L_2)/C_0L_1L_2}$ примет вид:

$$\begin{cases} \dfrac{di_1}{d\tau} = \dfrac{\alpha-1}{\alpha} Y_C\left[A\cos\Omega\tau - R_1 i_1 - R_S(i_1-i_2) - u_C\right], \\ \dfrac{di_2}{d\tau} = \dfrac{Y_C}{\alpha}\left[u_C + R_S(i_1-i_2) - R_2 i_2\right], \\ \dfrac{du_C}{d\tau} = \dfrac{1}{m(u_C)Y_C}(i_1-i_2). \end{cases} \qquad (1)$$

Здесь: $\tau = \omega_0 t$ – безразмерное время, $\Omega = p/\omega_0$ – нормированная частота внешней силы, $X_1 = \omega_0 L_1$, $X_2 = \omega_0 L_2$ – реактивные сопротивления индуктивных элементов, $Y_C = \omega_0 C_0$ – статическая проводимость варикапа, $m(u_C) = \sqrt{\dfrac{g}{g-u_C}}\,\dfrac{g-0.5u_C}{g-u_C}$ – коэффициент модуляции нелинейной емкости в рабочей точке, $\alpha = (\omega_0/\omega_\infty)^2$ – квадрат отношения резонансной частоты к частоте бесконечного затухания $\omega_\infty = 1/\sqrt{C_0L_2}$. Заметим, что поскольку Y_C и R_S являются паспортными данными для каждого конкретного типа варикапа, то все параметры построенной модели являются легко контролируемыми величинами в натурном эксперименте.

Далее анализируемая цепь исследовалась в численном и натурном экспериментах. Численное исследование проводилось при следующих значениях параметров: $Y_C = 2\cdot 10^{-3}\,См$, $\alpha = 10$, $E = 6\,В$, $\varphi_0 = 0.8\,В$, $R_1 = 1\,Ом$, $R_2 = 2\,Ом$, $R_S = 0.2\,Ом$. Анализ бифуркационной диаграммы (рис.2) позволил установить существование ряда нелинейных силовых, нелинейных параметрических резонансов и их комбинаций, сопровождающихся гистерезисными явлениями. Амплитуда вынужденных колебаний достигала максимальных значений при тех частотах накачки, на которых наблюдались комбинированные резонансы.

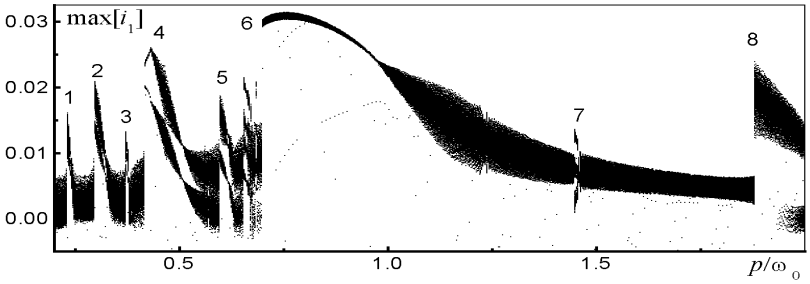


Рис. 2. Бифуркационная диаграмма: зависимость максимумов процесса i_1 от частоты внешнего воздействия при $B = A/g = 0.5$

Обратим внимание на размытость линий бифуркационной диаграммы, что может соответствовать сложной внутренней динамике при выбранной амплитуде напряжения накачки.

Представляется интересным исследовать свойства системы при вариациях этой амплитуды. Зафиксируем частоту внешней силы в окрестности наиболее выраженного резонанса 6, положив $\Omega = 0.8$, а в качестве управляющего параметра используем B. Поведение старшего ляпуновского характеристического показателя Λ_{max} (следует помнить о неизбежном существовании нулевого показателя Ляпунова) в зависимости от амплитуды внешней силы представлено на рис. 3, из которого следует, что существует критическое (бифуркационное) значение амплитуды напряжения накачки $\hat{B} = 0.2358...$, разделяющее качественно различные типы движений. При $B < \hat{B}$ старший ляпуновский показатель отрицателен и равен $\Lambda_{\max} \approx -4.4 \cdot 10^{-5}$, что указывает на отсутствие чувствительности к начальным условиям и перемешивания траекторий в фазовом пространстве. При превышении амплитуды накачки критического значения старший ляпуновский показатель меняет знак и принимает значение $\Lambda_{max} \approx 4.8 \cdot 10^{-2}$. Следовательно, возникает режим динамического хаоса. Смена режимов происходит скачком, что для термодинамических систем соответствует фазовому переходу первого рода.

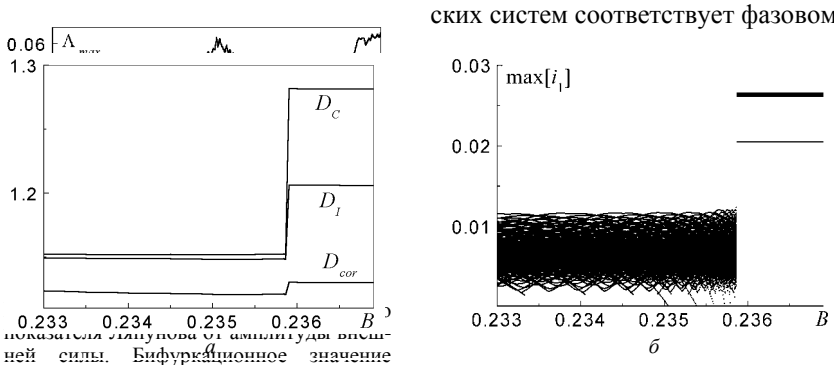
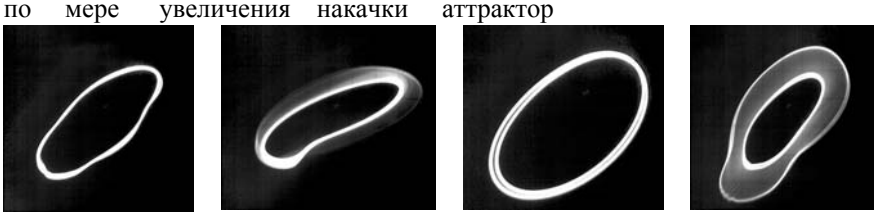


Рис. 4. Зависимость емкости аттрактора D_C, его информационной D_I и корреляционной D_{cor} размерностей от амплитуды внешней силы (a). Фрагмент бифуркационной диаграммы, построенной в окрестности точки бифуркации ($б$)

Исследуем фрактальные свойства аттрактора в окрестности точки бифуркации (рис.4).

Заметим, что все размерности являются дробными как до, так и после бифуркации. Следовательно, до точки бифуркации в системе существует странный нехаотический аттрактор, а после – странный хаотический. Существование странного хаотического аттрактора в настоящее время является настолько же привычным, как существование, например, предельного цикла. Для возникновения же в динамической системе странного нехаотического аттрактора до сих пор считалось обязательным условие воздействия на нее двух гармонических сигналов с иррациональным соотношением частот. Полученные результаты свидетельствуют о том, что режим странного нехаотического аттрактора не является каким-то редким, экзотическим явлением, а является достаточно типичным проявлением нелинейных свойств динамических систем.

Для проверки результатов численного анализа и соответствия построенной математической модели реальным физическим системам нами был поставлен натурный эксперимент, который с целью исключения различного рода побочных эффектов проводился на низких частотах. Частота малосигнального резонанса $f_0 = \omega_0 / 2\pi$ выбиралась исходя из условия достижения значения $Y_C = \omega_0 C_0 = 2 \cdot 10^{-3} См$, использовавшемся в численном эксперименте, и составила $f_0 \approx 65$ кГц. На частоте основного нелинейного параметрически-силового резонанса (50 кГц) были исследованы фазовые портреты в координатах $i_1 - u_C$, позволявшие судить о структуре аттракторов нелинейной системы. Эти портреты представлены на рис. 5. При небольших амплитудах накачки, порядка долей вольта, аттрактором являлся предельный цикл (рис. 5a). Затем по мере увеличения накачки аттрактор



а *б* *в* *г*

Рис. 5. Последовательность трансформаций аттрактора исследуемой системы в координатах $i_1 - u_C$, наблюдаемых в физическом эксперименте по мере увеличения амплитуды внешней силы

приобретал все более размытую форму (рис. 5*б*). Из результатов численного анализа можно заключить, что это странный нехаотический аттрактор. Первая бифуркация происходила при $A \approx 1{,}65\,B$. В этот момент аттрактор резко трансформировался к виду, представленному на рис. 5*в*. Теперь форма аттрактора напоминает двухоборотный предельный цикл, однако его размытость указывает на хаотический характер движения (сравните с рис. 4*б*). С дальнейшим ростом амплитуды накачки аттрактор приобретал вид близкий к плоской ленте (рис. 5г), что хорошо согласуется с рассчитанной в численном эксперименте фрактальной размерностью.

Дополнительно был проведен анализ при фиксированной амплитуде внешней силы $B = 0.5$ и вариациях ее частоты. Часть из полученных результатов нашла отражение на рис.6,7, что позволило надежно установить существование грубого (в смысле Андронова-Понтрягина) странного нехаотического аттрактора в широкой области изменения пространства параметров модели (1).

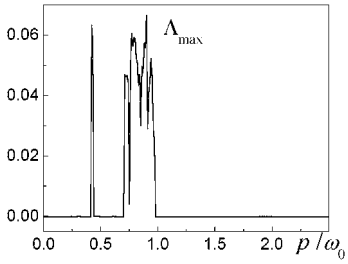


Рис.6. Зависимость максимального характеристического показателя Ляпунова Λ_{max} от относительной частоты p/ω_0 внешней силы

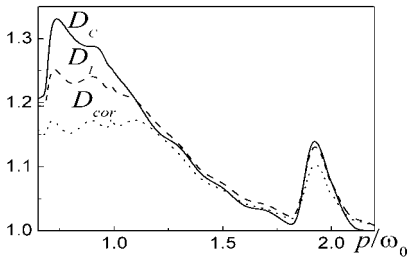


Рис. 7. Зависимость емкости D_C, информационной D_I и корреляционной D_{cor} размерностей аттрактора от относительной частоты p/ω_0 внешнего воздействия

Полученные в I-ой главе результаты позволили сформулировать **первое научное положение**, выносимое на защиту.

2.2. Во второй главе "**Автопараметрический сценарий хаотизации движения автоколебательных систем**" исследуется ранее не известный переход от регулярных типов колебаний к хаотическим. Изучение такого рода переходов в динамических системах самой разной природы стало в настоящее время одной из актуальнейших задач теории нелинейных колебаний, поскольку позволяет дать объяснение возникновению динамических неустойчивостей в относительно простых системах.

Рассмотрим предпосылки возникновения автопараметрического сценария (АПС). Будем рассматривать некоторую автономную, диссипативную, нелинейную динамическую систему. Пусть ее состояние покоя является неустойчивым, вследствие чего система находится в состоянии периодического движения $x(t)$ с частотой ω_1. Пусть нелинейность системы описывается функцией $F[x(t)]$. При эволюции $x(t)$ изменяется локальная крутизна нелинейности $\partial F[x(t)]/\partial x(t)$, изменяя при этом условия устойчивости тех или иных возможных состояний рассматриваемой системы. Пусть свойства данной системы таковы, что при превышении процессом $x(t)$ некоторого порогового значения η, создаются условия для самовозбуждения второго процесса $y(t)$ с частотой $\omega_2 > \omega_1$. Этот процесс будет существовать только в течение той части периода $\Delta t \in T_1 = 2\pi/\omega_1$, при которой $x(t)$ превышает η. В течение оставшейся доли периода $T_1 - \Delta t$ условия существования для $y(t)$ отсутствуют, и второй процесс затухает. В фазовом пространстве возникает полутор – объект, представляющий собой предельный цикл, в разрывы которого внедрены фрагменты тора (рис.8). В общем случае фрагменты тора могут иметь размерность и более двух, поскольку процесс $y(t)$ может быть и многочастотным. Поскольку внутренние флуктуации в системе неизбежны, то процесс $y(t)$ каждый раз развивается при случайных начальных условиях. Поэтому, можно предположить возможность разрушения полутора как объекта фазового пространства, либо разрушение его намотки. В результате такого взаимодействия двух процессов в рассматриваемой системе возможен переход от регулярной динамики к сложной непериодической – хаотической динамике.

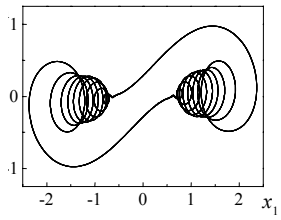


Рис.8. Полутор, как объект фазового пространства

Поскольку система сама изменяет свой параметр – локальную крутизну, то естественно назвать предполагаемый сценарий автопараметрическим. Следовательно, АПС должен проявить себя в следующей последовательности смены бифуркаций: состояние покоя → предельный цикл → полутор → странный хаотический аттрактор.

Проведенные в настоящей главе исследования были направлены на установление факта общности и типичности автопараметрического сценария для широкого класса автоколебательных систем. Установлено, что необходимыми условиями для реализации АПС в рассмотренных системах является:

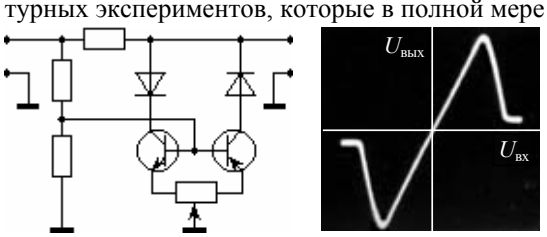
а) размерность n фазового пространства динамической системы должна удовлетворять условию $n \geq 4$;

б) наличие в системе нелинейности с восходящими и нисходящими участками, обладающими достаточной крутизной;

в) амплитудно-частотные и фазово-частотные характеристики должны обеспечивать условия для генерации нескольких колебательных компонент.

В диссертации АПС обнаружен при численном и экспериментальном исследовании автоколебательных систем, обладающими самыми различными свойствами. Так АПС наблюдался в системах с конечным и бесконечным числом степеней свободы, в системах осцилляторного и релаксационного типов, в системах со знакопостоянной и знакопеременной дивергенцией фазового потока. Это позволяет утверждать о достаточной общности такого сценария.

Ввиду ограниченности объема автореферата опустим полученные результаты, касающиеся построения математических моделей и их численного исследования и ограничимся изложением результатов только натурных экспериментов, которые в полной мере отражают основные черты обнаруженного сценария.



а *б*

Рис. 9. Принципиальная схема (*а*) и проходная характеристика (*б*) нелинейного элемента (физический эксперимент)

Макеты автоколебательных систем строились по единой функциональной схеме, которая представляла собой замкнутые в кольцо обратной связи линейный усилитель, нелинейное звено (рис.9), имеющее восходящие и ниспадающие ветви на проходной характеристике и линейную селективную цепь (ЛСЦ), которая и определяла различия между исследовавшимися системами. Так в случае системы релаксационного типа ЛСЦ представляла собой цепочку, содержащую RC фильтр верхних частот первого порядка и N штук RC фильтров нижних частот первого порядка. У системы осцилляторного типа ЛСЦ представляла собой RC фильтр нижних частот первого порядка, RC фильтр верхних частот первого порядка и RLC фильтр нижних частот второго порядка. У автогенератора с запаздывающей обратной связью ЛСЦ содержала RLC полосовой фильтр и линию задержки, которая обеспечивала бесконечную размерность фазового пространства. Первые две системы обладали знакопостоянной дивергенцией фазового потока, последняя – знакопеременной. Управляющим параметром во всех случаях являлся коэффициент усиления линейного усилителя. Экспериментальные результаты представлены на рис. 10-12.

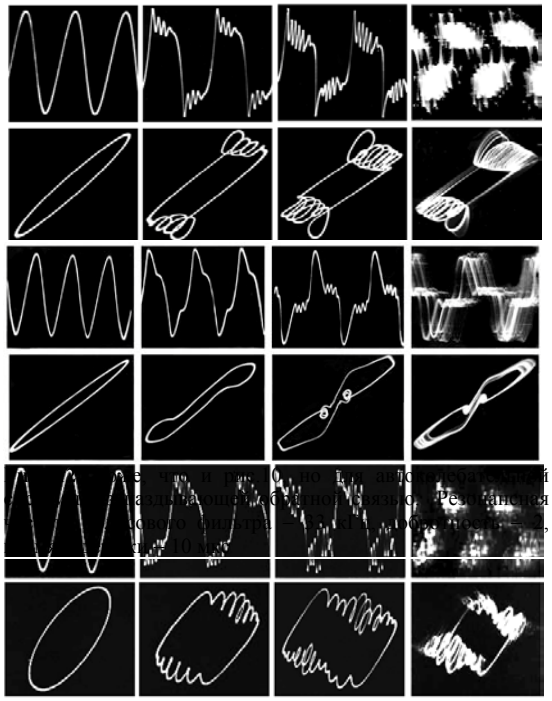


Рис. 11. Тоже, что и рис.10, но для системы осцилляторного типа. Частоты среза: ФНЧ первого порядка – 18 кГц, ФНЧ второго порядка – 42 кГц, ФВЧ первого порядка – 3 кГц

Представленные последовательности бифуркационных явлений не оставляет сомнений в том, что в экспериментах наблюдался именно автопараметрический сценарий.

Полученные во II-ой главе результаты позволили сформулировать **второе научное положение**, выносимое на защиту.

2.3. В третьей главе "**Спектрально-временные разложения уравнений движения дискретных и распределенных систем**" особое внимание уделяется анализу автоколебательных систем с запаздывающей обратной связью (АКС с ЗОС). Интерес к таким системам обусловлен двумя обстоятельствами. Во-первых, поиск решений дифференциальных и интегральных уравнений с запаздывающим аргументом, а особенно приемов адекватной интерпретации этих решений является весьма актуальной задачей многих разделов современной науки. Это обусловлено тем, что состояние динамической системы в момент ее наблюдения при корректном рассмотрении во многих случаях неразрывно связано с ее состояниями в предыдущие моменты времени. Поэтому учет даже малых запаздываний приводит к появлению качественно новых свойств. Во-вторых, в теории колебаний важную роль играют распределенные колебательные системы, описываемые уравнениями в частных производных. Возможности детального исследования таких систем чрезвычайно ограничены, однако многие системы из них могут быть описаны обыкновенными дифференциальными уравнениями, но уже с запаздывающими аргументами.

Суть спектрально-временного (СВ) метода исследования изложим на примере АКС кольцевого типа (рис. 13). Уравнения движения в такой структуре можно записать в виде дифференциального (2) или интегрального (3) уравнения с отклоняющимся аргументом:

$$u(t) = G(p)\{\gamma(t-T) + F[u(t-T)]\}, \tag{2}$$

$$u(t) = \int_0^{t-T} h(t-T-\xi)\left\{\gamma(\xi) + F[u(\xi)]\right\}d\xi. \tag{3}$$

Здесь: $G(p), p = d/dt$ – линейный дифференциальный оператор ЛСЦ, $h(t)$ –ее импульсно-переходная характеристика, T – время запаздывания сигнала в кольце обратной связи, $F(u) = \alpha u + f(u)$ – функция нелинейности.

Полученные уравнения записаны в общем виде и при соответствующем выборе импульсно-переходной характеристики ЛСЗ или дифференциального оператора и типа нелинейности порождает множество уравнений конкретных автоколебательных систем.

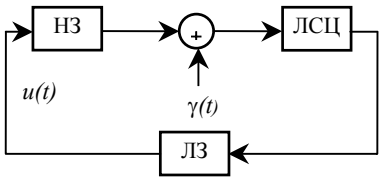


Рис. 13. Функциональная схема автоколебательной системы кольцевого типа с запаздыванием. НЗ– нелинейное звено, ЛСЦ – линейная селективная цепь, ЛЗ – линия задержки, $u_i(t)$ –напряжения в соответствующих точках схемы, *γ(t)*–внешнее воздействие

Получение СВ разложений для моделей (2), (3) идентичен, поэтому ограничимся анализом любого из них, например, уравнения (3). После применения к нему преобразования Лапласа и элементарных преобразований получим:

$$U(z) = G(z)[Y(z) + \Gamma(z)],$$
$$G(z) = \frac{H(z)\exp(-zT)}{1 - \alpha H(z)\exp(-zT)}. \tag{4}$$

Здесь: $z = \sigma + i\omega$ – оператор Лаплпса, а через $H(z)$, $U(z)$, $Y(z)$, $\Gamma(z)$ обозначены преобразования по Лапласу от функций времени $h(t)$, $u(t)$, $y(t) = f(u)$, $\gamma(t)$ соответственно.

Дальнейшие преобразования сводятся к разложению функции комплексного переменного $G(z)$ в сходящиеся ряды, которые имеют существенно различный вид для дискретных систем ($T = 0$) и систем с запаздыванием ($T > 0$):

$$G(z) = \sum_{k=1}^{M} \frac{\operatorname{res} G(z_k)}{z - z_k}, \quad T = 0, \tag{5}$$

$$G(z) = G(0) + \sum_{k=1}^{\infty} \operatorname{res} G(z_k)\left(\frac{1}{z - z_k} + \frac{1}{z_k}\right), \; T > 0. \tag{6}$$

В последних соотношениях через $z_k = \sigma_k + i\omega_k$ обозначены корни характеристического уравнения $\Lambda = 1 - \alpha H(z)\exp(-zT) = 0$.

Использование разложения (5) для анализа дискретных систем был предложен М.И. Канторовичем (1966 г.) и Л.В. Постниковым (1971 г.). Разложение (6) к анализу АКС с ЗОС впервые было применено нами в 1986 г.

Подстановка (6) в (4) и применение обратного преобразования Лапласа позволяет от исходного уравнения (3) перейти в бесконечномерное (счетное) пространство новых переменных u_k:

$$\begin{cases} u(t) = \sum_{k=1}^{\infty} u_k(t) + u_k^*(t), \\ \dot{u}_k(t) - z_k u_k = r_k[\dot{f}(u) + \dot{\gamma}], \\ u_k(0) = r_k\gamma(0_+) + r_k f(0),\; r_k = \operatorname{res} G(z_k)/z_k. \end{cases} \tag{7}$$

Переменные с запаздывающими аргументами в систему (7) явным образом уже не входят, но запаздывание, кроме того, что оно даёт бесконечную систему уравнений, определяет ещё и значения коэффициентов z_k, r_k. Отметим, что, во-первых, система (7) легко приводится к вещественной форме, во-вторых, нет необходимости рассматривать бесконечное число уравнений системы. Последнее обусловлено тем, что из-за фильтрующих свойств ЛСЦ среди множества $\{z_k\}_{k=1}^{\infty}$ имеется лишь конечное число корней с неотрицательными вещественными частями и, следовательно, в формировании стационарного процесса может принять лишь ограниченное число спектральных составляющих из системы (7).

В целях иллюстрации достоинств предложенного метода в диссертации решены две важные радиофизические задачи. Первой была задача о влиянии запаздывания на интенсивность естественных амплитудных и фазовых флуктуаций в АКС с ЗОС. Второй – часто дискутируемая задача о возможности возникновения полигармонических процессов в АКС с ЗОС при мягкой форме нелинейности. Впервые было показано, что уже в двухчастотной зоне самовозбуждения возможно возбуждение сложных амплитудно- фазомодулированных режимов. Этот нетривиальный вывод проверялся в натурном эксперименте, результаты которого представлены на рис.14, и полностью подтвердили результаты численного моделирования с использованием спектрально-временных разложений.

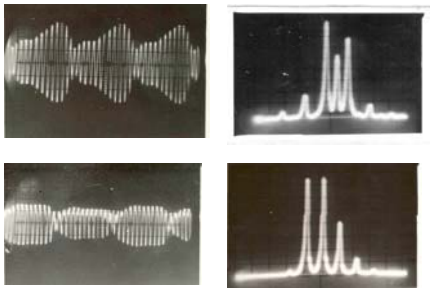


Рис. 14. Осциллограммы (левый столбец) и спектрограммы (правый столбец) установившегося движения в случае мягкого самовозбуждения двухмодового режима

Следующим результатом настоящей главы было установление идентичности разложений (5) и (6) при условии физической реализуемости АКС с ЗОС. Строго доказано, что если $H(z) \to 0$ при $z \to \infty$ разложение (6) переходит в разложение (5). Естественен вопрос: насколько жестко это условие? Для ответа на него обсудим физический смысл функции $H(z)$. Поскольку современное понятие динамической системы охватывает широкий круг структур самой разнообразной природы, в каждой области знаний $H(z)$ имеет свое собственное название. Так, например, в радиоэлектронике и электродинамике это комплексный коэффициент передачи, в теории автоматического управления – частотная функция цепи, в некоторых разделах оптики – спектральная характеристика и т.д. Фактически $H(z)$ описывает способность системы откликаться на внешнее воздействие с тем или иным спектральным составом. Ни одна физически реализуемая система не способна демонстрировать сколько-нибудь заметную реакцию на внешнюю силу с бесконечно большой частотой, поэтому найденное условие является совершенно естественным.

Известно, что знание спектра ляпуновских показателей (СЛП) позволяет не только однозначно идентифицировать характер движения в исследуемой системе, но и, в случае его хаотичности, оценить по гипотезе Каплана-Йорке ляпуновскую размерность странного аттрактора, вычислить метрическую энтропию и получить ряд других полезных характеристик. Ряд известных специалистов отмечает, что вычисление СЛП на основе временных серий, является пока неэффективным, требующим дополнительных исследований приемом, поскольку содержит элементы субъективизма. В диссертации предложен прямой метод расчета СЛП динамических систем с запаздыванием.

Суть метода совершенно прозрачна. Пусть $x^*(t)$ и $x_1^*(t)$ есть опорное и возмущенное движения в системе с запаздыванием соответственно. Тогда эволюция возмущения $y(t) = x_1^*(t) - x^*(t)$ подчиняется уравнению вида $y(t) = G(p)\dfrac{\partial F[x^*(t-T)]}{\partial x(t-T)} y(t-T)$. Это уравнение с запаздывающим аргументом и к нему в полной мере применимы изложенные СВ разложения. В результате получаем систему уравнений, описывающих эволюцию во времени спектральных составляющих возмущения $\{y_k(t)\}$, интегрируем ее каким-либо методом и, используя соотношение $\lambda_k = \lim\limits_{t\to\infty} \dfrac{1}{t} \ln\left|\dfrac{y_k(t)}{y_k(0)}\right|$, рассчитываем СЛП.

Результаты, полученные в III главе позволили сформулировать **третье** и **четвертое** научные положения, выносимые на защиту.

2.4. В четвертой главе **“Динамический хаос в системах с дискретным временем ”** исследуются свойства модифицированного логистического отображения (МЛО) вида

$$x_{k+1} = \Phi(x_k) = 1 - \alpha\,|x_k|, \tag{8}$$

где $k = 0,1,2...$ –дискретное время и свойства систем связанных МЛО.

Установлено, что это отображение при любых значениях управляющего параметра α имеет неподвижную точку $x_{10} = 1/(1+\alpha)$, а при $\alpha > 1$ появляется еще и вторая неподвижная точка $x_{20} = 1/(1-\alpha)$. Устойчивость этих точек определяется значением модуля $|\partial\Phi(x)/\partial x| = \alpha$. В случае $\alpha < 1$ первая из точек устойчива, а при $\alpha > 1$ обе точки теряют устойчивость и возникает режим динамического хаоса с аналитически вычисляемой ляпуновской экспонентой $\Lambda = \log_2 \alpha$. Обратим внимание, что в окрестности первой критической точки $\alpha_1 = 1$ ляпуновский показатель изменяется по степенному закону $\Lambda \approx \alpha - 1$, что для термодинамических систем соответствует фазовому переходу второго рода. При превышении параметром порядка критической точки зависимость $\Lambda(\alpha)$ представляет собой монотонную, положительно определенную функцию. Это однозначно указывает на то, что на аттракторе нет устойчивых неподвижных точек и, следовательно, отсутствуют окна устойчивости и периодичности. Поскольку все фазовые траектории на аттракторе неустойчивы, а вариации параметра порядка не приводят к возникновению регулярных движений, то аттрактор, порождаемый отображением (8) можно отнести к классу квазигиперболических.

Бассейн притяжения аттрактора, пример временного ряда, порождаемого МЛО и, соответствующий этому ряду, спектр Фурье представлены на рис. 15,16.

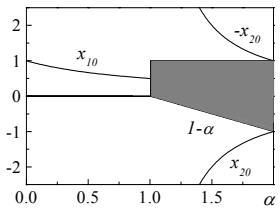
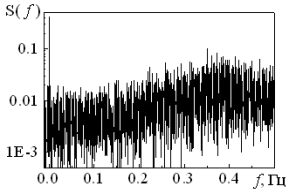


Рис. 15. Бассейн притяжения и границы аттрактора: x_{10} , x_{20} – неподвижные точки



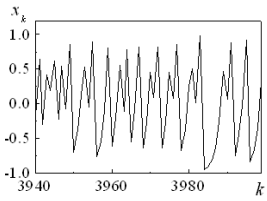


Рис. 16. Фурье-спектр $S(f)$ и временной ряд $\{x_k\}$, порожденные отображением (8) при $\alpha = 1.75$

Согласно существующей классификации, хаос может быть простым и строгим (в смысле Девани). Для существования строго хаотического режима необходимо существование таких областей значений параметра порядка α , при которых МЛО транзитивно, а множество его периодических точек плотно. В диссертации доказывается теорема, устанавливающая, что МЛО хаотично на интервале $x \in (1-\alpha, 1)$ при $1 < \alpha < 2$, причем при $\alpha > \alpha_2 \approx 1.427$ строго хаотично.

Известно, что в ряде случаев какому-либо отображению можно поставить в соответствие реальную физическую систему с непрерывным временем. Здесь под соответствием понимается полное или частичное совпадение основных, характерных черт их динамики. Но исследование отображений всегда проще исследования потоков, поэтому к поиску такого рода соответствий проявляется значительный интерес. В диссертации исследуемому отображению удалось сопоставить АКС с ЗОС. Проведенный эксперимент, результаты которого представлены на рис. 17, показал бифуркационные явления, происходящие в МЛО и АКС с ЗОС качественно совпадают. Эксперимент проводился на установке, принципиальная схема которой представлен на рис. 18.

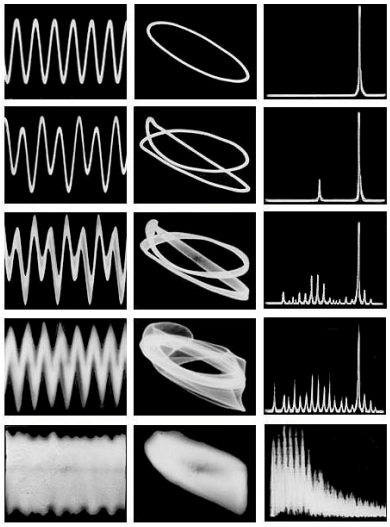


Рис. 17. Последовательность бифуркационных явлений, приводящих от регулярных движений к хаотическим (физический эксперимент) в автоколебательной системе с запаздыванием и нелинейностью вида $\Phi(x) = 1 - \alpha|x|$

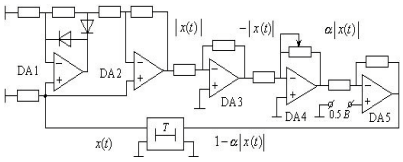


Рис. 18. Принципиальная схема лабораторного макета динамической системы с запаздыванием, в котором реализована нелинейность вида $\Phi(x) = 1 - \alpha|x|$

При $\alpha > 2$ временной ряд $\{x_k\}$ расходится и для получения метрической энтропии большей чем 1 бит на итерацию, отображение (8) необходимо видоизменить:

$$x_{k+1} = 1 - \alpha\,|x_k|, \ \mathrm{mod}(1). \tag{9}$$

Для этого случая установлено, что вероятностная мера

$$\rho(x) = \begin{cases} \rho_1(x) = 1 - \exp(-c_0\alpha), -1 \le x \le 0, \\ \rho_2(x) = \exp(-c_0\alpha), \ \ 0 < x \le 1, c_0 = 0.3465763, \end{cases} \tag{10}$$

дисперсия $\sigma^2 = 1/3$, среднее значение $< x > = \exp(-c_0\alpha) - 1/2$.

Полученные соотношения позволили предложить алгоритмы построения генераторов шума с равномерным и гауссовским распределением и требуемыми характеристиками.

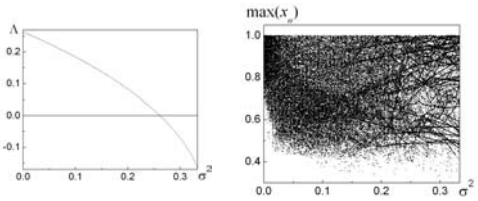
Далее рассмотрена динамика МЛО при модуляции параметра надкритичности α_0 гармоническим сигналом и белым шумом. Модели таких системы имеют вид (11) и (12) соответственно:

$$x_{n+1} = 1 - \alpha_0 \left[1 + m \sin\left(\frac{2\pi}{T} n + \varphi_0 \right) \right] |x_n|, \ \mathrm{mod}(1), \tag{11}$$

$$x_{n+1} = 1 - \alpha_0 (1 + \xi_n) |x_n|, \ \mathrm{mod}(1). \tag{12}$$

Здесь: $\alpha_0 \ge 1$ – параметр надкритичности, $0 \le m \le 1$ – коэффициент модуляции этого параметра – управляющий параметр, T и φ_0 – период внешней силы и ее начальная фаза соответственно, $n = 0,1,2,...,N$ – дискретное время. В (12): ξ_n – белый шум с равномерным и симметричным законом распределения относительно точки $x = 0$, нулевым средним значением. В качестве управляющего параметра теперь выберем дисперсию белого шума σ^2 .

Для системы (11) удалось получить аналитическое выражение для ляпуновского показателя $\Lambda = \log_2 \alpha_0 (1 + \sqrt{1 - m^2})/2$ и критического значения $\hat{m}$, разделяющее хаотические и нехаотические режимы $\hat{m} = 2(\sqrt{\alpha_0 - 1})/\alpha_0$.Зависимость $\Lambda(m)$ представляет собой монотонно убывающую функцию. Следовательно, управляющий параметр “мягко” изменяет энтропию системы, степень упорядоченности движения в ней.



а *б*

Рис. 18. Зависимость характеристического показателя Ляпунова Λ системы (12) от дисперсии белого шума σ^2 (*а*) и фрагмент бифуркационной диаграммы (*б*); $\alpha_0 = 1.2$

Влияние белого шума на ляпуновский показатель в модели (12) исследовалось численно, результат представлен на рис. 18*а*. С ростом мощности шума энтропия системы уменьшается, как и в случае модуляции гармоническим процессом.

Необычный вид имеет фрагмент бифуркационной диаграммы (рис. 18*б*). Его анализ не позволяет визуально определить критическое значение дисперсии. Это свидетельствует о том, что геометрическая структура аттрактора в окрестности $\hat{\sigma}^2$ не изменяется, лишь имеется или отсутствует существенная зависимость от начальных условий. Численный расчет показал, что при $\alpha_0 = 1.2, \sigma^2 = 0.3$ (значения параметров, обеспечивающих отсутствие хаоса) $D_C \approx 1.839$, $D_I \approx 1.837$ и $D_{cor} \approx 1.744$. Следовательно, надежно регистрируется странный нехаотический аттрактор.

Следующим разделом главы явилось исследование динамики системы связанных МЛО вида

$$\begin{cases} x_{n+1} = 1 - \alpha|x_n| + ky_n, \ \mathrm{mod}(1/(1-\alpha)), \\ y_{n+1} = 1 - \alpha|y_n| + kx_n, \ \mathrm{mod}(1/(1-\alpha)), \end{cases} \tag{13}$$

где k являлся коэффициентом взаимной связи.

Динамика этой системы оказалась чрезвычайно богатой, отметим лишь наиболее интересные моменты. Во-первых, как при положительных, так и при отрицательных значениях k обнаружено явление хаотической синхронизации переменных состояния по форме, при которой $|x_n - y_n| \to 0, \quad n \to \infty$. Пример такого рода явления представлен на рис. 19. Для установления факта именно хаотической синхронизации достаточно обратиться к рис. 20, на котором представлена временная реализация одной из переменных и ее Фурье-спектр.

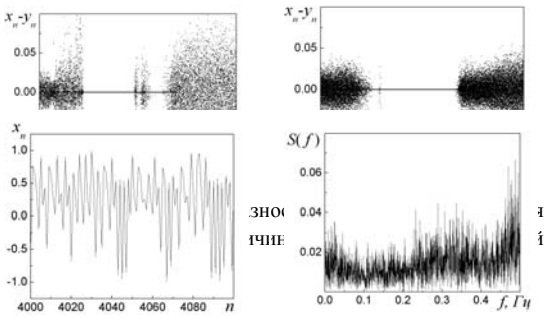
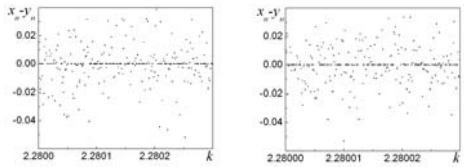


Рис. 20. Временная реализация переменной x_n и ее Фурье-спектр при $k = -1.5$

Перейдем к обсуждению еще одного необычного явления, обнаруженного в рамках настоящей работы. Детальный численный анализ позволил установить, области значений k, при которых случайным образом происходит чередование синхронных и асинхронных хаотических режимом, причем чередование происходит при малейших вариациях коэффициента взаимной связи.

Бифуркационные диаграммы, иллюстрирующие бифуркационные процессы, такого рода представлены на рис. 21. Как следует из рис. 21*а* при изменении k в весьма малых пределах происходят множественные трансформации режимов синхронизации ($x_n - y_n = 0$) в асинхронные режимы ($x_n - y_n \neq 0$) и обратно. Причем на этом рисунке представлена лишь очень малая часть трансформаций, что обусловлено конечной разрешающей способностью рисунка. Для пояснения данного утверждения на рис. 21*б* отражены бифуркационные процессы в случае, когда пределы изменения коэффициента взаимной связи уменьшены еще в десять раз. Ситуация не изменяется. Ситуация не изменяется и при дальнейшем уменьшении пределов изменения k. Это явление мы назвали "перемежаемой синхронизацией". Такой характер поведения исследуемой системы указывает на то, что при этих значениях коэффициента взаимной связи динамическая система теряет грубость в смысле Андронова-Понтрягина.



а *б*

Рис. 21. Бифуркационные диаграммы для разности динамических переменных $x_n - y_n$ при вариации коэффициента взаимной связи k

Еще одной интереснейшей особенностью поведения системы (13) является образование геометрически упорядоченных структур в ее фазовом пространстве. Управление этими структурами можно осуществлять, изменяя коэффициент взаимной связи k. В процессе исследования нами были обнаружены самые разнообразные структуры, некоторые из них представлены на рис. 22. Суть явления заключается в том, что в фазовом пространстве появляются области запрещенных значений (области-репеллеры), которые не посещаются фазовыми траекториями. Происходит некая самоорганизация фазового пространства, растет его степень упорядоченности. Разрешенные и запрещенные зоны всегда имеют строгую геометрическую форму.

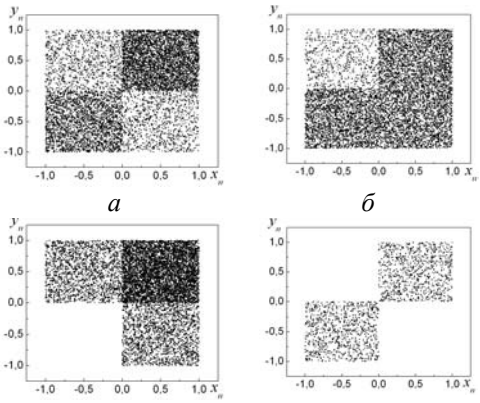


Рис. 22. Примеры упорядоченных структур, образующихся в фазовом пространстве системы (13) при различных значениях коэффициента взаимной связи k: $k=-500$ (*а*), $k=+500$ (*б*), $k=-2000$ (*в*), $k=+2000$ (*г*)

Обратим внимание, что в рассматриваемых случаях коэффициент взаимной связи принимает значения существенно большие единицы. Так, например, на рис. 21*г* $k=2000$. Рассчитаем значение энтропии Колмогорова-Синая K для данного случая. Согласно теореме Песина K можно определить как сумму положительных показателей Ляпунова. Расчеты, проведенные по построенной в настоящей работе программе, позволили установить, что при $k>>1$ с высокой точностью выполняется соотношение $\Lambda_1 \cong \log_2|\alpha+k|$,

$\Lambda_2 \cong \log_2|\alpha-k|$, что в рассматриваемом случае дает следующее значение метрической энтропии: $K=\Lambda_1+\Lambda_2 \approx 22$ *бит/итер*.

Полученное значение энтропии свидетельствует о колоссальной степени хаотичности системы! И в то же время в фазовом пространстве образуются упорядоченные структуры, возникает определенный порядок. Обнаруженное явление – формирование структур в фазовом пространстве представляет существенный интерес с точки зрения кодирования информации при ее передаче и хранении, формировании соответствующих алфавитов.

Полученные в IV главе позволили сформулировать **пятое и шестое научные положения,** выносимые на защиту.

В пятой главе "**Динамический хаос в прикладных задачах радиофизики**" рассматриваются некоторые возможности практиче6ского использования хаотической динамики для построения источников широкополосных СВЧ колебаний с высокой спектральной плотностью и в устройствах конфиденциальной передачи информации.

Широкополосные шумоподобные сигналы в СВЧ диапазоне проще всего получить, используя новейшие достижения нелинейной динамики в области изучения систем, демонстрирующих собственные движения в виде детерминированных хаотических колебаний. При этом существуют два возможных подхода к решению задачи создания СВЧ источников с требуемыми спектральными характеристиками. Первый из них заключается в реализации таких режимов работы генерирующих структур, при которых хаотические автоколебания возбуждаются непосредственно в самих структурах на рабочей частоте. Однако, как показали эксперименты авторов данной работы с транзисторными СВЧ автогенераторами и микроволновыми автогенераторами на диодах Ганна, реализация указанного подхода наталкивается на существенные трудности, связанные с обеспечением устойчивости спектральных характеристик. Незначительные изменения напряжений питания, температуры окружающей среды, замена активных элементов приводит к значительным вариациям ширины спектральной линии, ее формы, изменению спектральной плотности мощности, а часто и к срыву хаотических режимов с крайне нежелательными переходами к воспроизводству регулярных автоколебаний. Кроме того, необходим тщательный отбор активных элементов, поскольку далеко не все они способны работать в хаотических режимах.

На наш взгляд в настоящее время наиболее приемлемым является подход, связанный с угловой модуляцией СВЧ квазигармонических автогенераторов низкочастотным хаотическим сигналом. Как показали наши натурные эксперименты, при таком подходе можно создавать очень стабильные системы с высокими техническими характеристиками.

В качестве низкочастотного хаотического модулятора была использована АКС кольцевого типа содержащая линейный усилитель, нелинейный преобразователь с передаточной характеристикой вида $F(x)=U_0-kx^2$ и два ФНЧ первого и второго порядка, разделенных буферными каскадами. Математическая модель такого устройства имела следующий вид:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t)=x_3(t), \\ \dot{x}_2(t)=\frac{1}{\tau}[U_0-kx_1^2(t)-x_2(t)], \\ \dot{x}_3(t)=x_2(t)-x_1(t)-\varepsilon x_3(t), \end{cases} \qquad (14)$$

где τ – постоянная времени ФНЧ первого порядка, ε – полоса пропускания ФНЧ второго порядка. Численный анализ модели (14) показал, что она способна генерировать хаотические типы колебаний в широком диапазоне варьирования параметров $\tau, k, \varepsilon, U_0$. На рис.23 представлен фрагмент зависимости старшего показателя Ляпунова от управляющего параметра. Хаотизация движений происходит по сценарию последовательного удвоения периода (рис.24), чего и следовало ожидать при выбранной форме нелинейности. Рассчитанная по пяти бифуркациям константа Фейгенбаума равнялась $\delta \approx 4.8$, что достаточно хорошо совпадает с теоретическим значением, равном $\delta = 4.6692$K

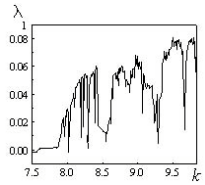


Рис. 23. Зависимость старшего характеристического показателя от параметра k при $\tau=5, \varepsilon=0{,}4, U_0=1$

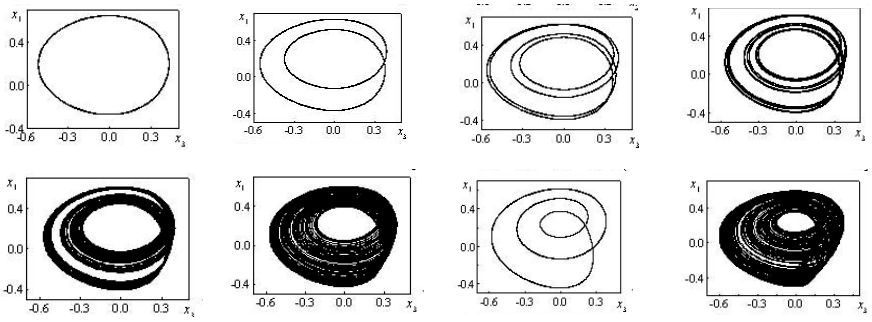


Рис. 24. Последовательность бифуркационных явлений, происходящих при увеличении параметра k (слева направо и сверху вниз) при $\tau = 5, \varepsilon = 0{,}4, U_0 = 1$.

Схемотехнически модулятор был реализован на трех интегральных микросхемах, в целях минимизации устройства, был удален буферный каскад, разделяющий фильтры нижних частот первого и второго порядков. Элементами линейной селективной части схемы автогенератора, был обеспечен диапазон рабочих частот в пределах 0-1,6 МГц. В качестве нелинейного элемента, обладающего квадратичной характеристикой, в схеме использовался прецизионный перемножитель аналоговых сигналов, выполненный в виде интегральной микросхемы КМ525ПС2А. После прохождения через нелинейный элемент, возведенный в квадрат сигнал $x(t)$, поступал на неинвертирующий вход линейного усилителя. Затем усиленный сигнал подавался на инвертирующий вход второго линейного усилителя, на неинвертирующий вход которого было приложено положительное постоянное напряжение $+U_0$. Эксперимент показал, что модулятор функционирует согласно построенной математической модели (рис.25).

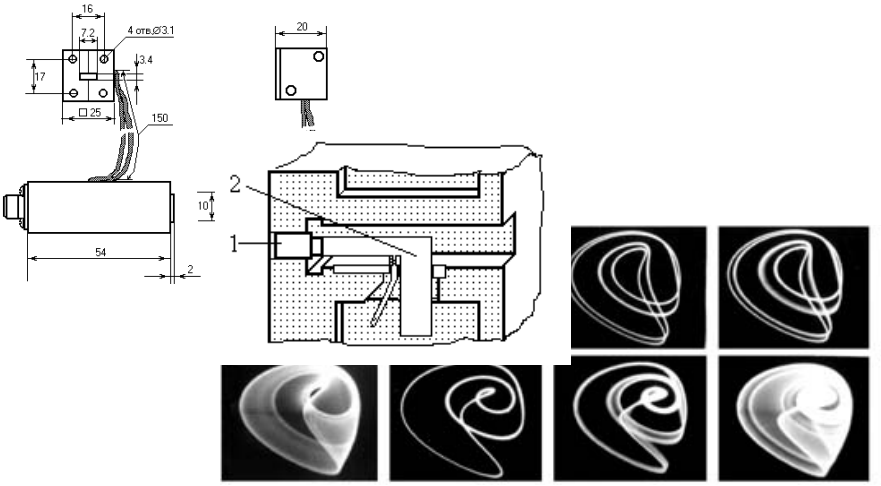


Рис. 25. Последовательность бифуркационных явлений, происходящих с ростом коэффициента передачи линейного усилителя (слева направо)

Перестраивае-мый напряже-нием автогенератор 8-мм диапазона вол-новодной кон-струкции (рис. 26) был изготовлен с исполь- зованием диода Ганна. Для развязки от внешних цепей был

3

Рис. 26. Конструкция СВЧ модуля генератора шума:1 – диод Ганна; 2 – МИС перестраиваемого резонатора, 30 дБ аттенюатор

Рис. 27. Практическая реализация СВЧ генератора шума. Верхняя часть конструкции–8-мм свип-генератор, нижняя часть–модулятор

предусмотрен 30 дБ согласующий аттенюатор. На основе СВЧ модуля и вышеописанного низкочастотного хаотического модулятора был разработан СВЧ генератор шума (рис. 27). Данный ГШ имел следующие параметры: спектральная плотность мощности шума (СПМШ) – 55 дБ (относительно мощности тепловых шумов), полоса рабочих частот – 4 ГГц. При снижении требований к массогабаритным характеристикам можно заменить развязывающий аттенюатор на вентиль, при этом СПМШ дополнительно возрастала на 28 дБ. Неравномерность СПМШ в полосе рабочих частот – не более 1.5 дБ. В диапазоне рабочих температур от -60^0С до $+80^0$С СПМШ изменялась не более чем на 2 дБ. Параметры ГШ не изменялись при работе на нагрузку с КСВН до 4. Допустимые ударные нагрузки составили 2000 g. Проведенные оценки показали, что на основании выбранного подхода можно разрабатывать ГШ, имеющие СПМШ до 110 дБ.

Следующим шагом диссертационной работы было создание лабораторных макетов синхронной хаотической связи с аддитивным и нелинейным подмешиванием информационной компоненты и проведение серии натурных экспериментов с целью их сравнительного анализа. В качестве сравниваемого параметра была выбрана величина, характеризующая эффективность использования мощности в канале связи (энергетический потенциал ЭП), а именно: $Q = P_c / P_ш$, где P_c – мощность информационной компоненты, $P_ш$ – мощность маскирующей шумовой компоненты. Для повышения ЭП необходимо стремиться к увеличению P_c, однако, этому препятствуют два обстоятельства. Во-первых, при достижении Q некоторого значения Q_1 информа-

ционная составляющая начинает прослушиваться в канале связи, во-вторых, при достижении Q некоторого значения Q_2 срывается синхронный режим работы приемного модуля (рис.28).

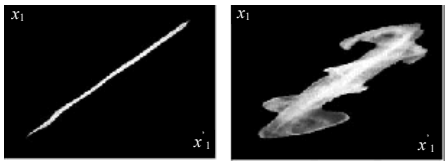


Рис. 28. Синхронный (слева) и несинхронный (справа) хаотические отклики приемной системы в плоскости x_1 (передаваемый сигнал)-x'_1 (принятый сигнал)

Сравнение двух способов внедрения полезного сигнала в маскирующий показало следующие результаты. Для систем хаотической синхронной связи как с нелинейным так и с аддитивным подмешиванием значения Q_1, Q_2 примерно совпали: $Q_2 \approx 0.05$, $Q_1 \approx 0.26$. Отсюда следовало, что главным препятствием на пути повышения ЭП является нарушение синхронного режима работы передающего и приемного модулей. Последнее наталкивало на мысль выделения для синхронизации отдельного канала, т.е. к созданию двухканальной системы.

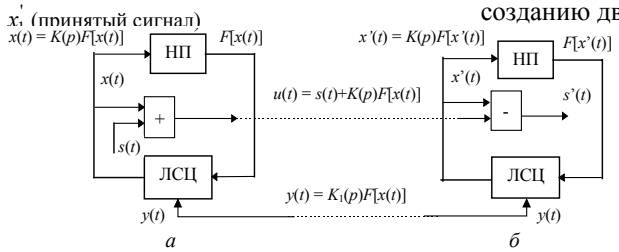


Рис. 29. Система хаотической связи с независимой синхронизацией; передающая часть (*а*), приемная часть (*б*). $u(t)$ – смесь информационного сигнала и маскирующего шума, $y(t)$ – хаотический сигнал синхронизации

На рис.29 представлен один из возможных вариантов – двухканальная система с активной синхронизацией при которой как передаю-щий, так и приемный сегменты работают в режиме хаотической генерации. Экспериментальное исследование такой системы показало, что ЭП в ней может быть увеличен до $Q = P_c / P_ш = 0.26$, т.е. более чем в пять раз . Дополнительным преимуществом являлось то, что допустимая неидентичность передающего и приемного модулей существенно возрастала, достигая в эксперименте по некоторым параметрам 30%. Затухание в канале синхронизации могло достигать 20 дБ без нарушения режима взаимной синхронизации.

На базе двуканальных систем возможна реализация другого варианта системы передачи конфиденциальной информации. Такая система была предложена нами впервые в 2000 г. и названа системой связи с пассивной синхронизацией. В этом случае исключается необходимость в присутствии на приемной стороне генератора хаотических колебаний, идентичного тому, что расположен на передающей стороне. Данный способ позволяет значительно упростить в целом конструкцию системы связи, не снижая при этом ее маскирующие свойства (рис.30).

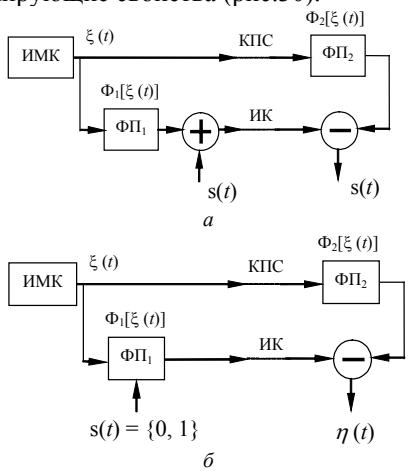


Рис. 30. Передача аналоговой (*а*) и бинарной (*б*) информации с помощью двуканальной системы связи с пассивной синхронизацией; ИМК – источник маскирующих колебаний $\xi(t)$, ФП – функциональный преобразователь, КПС – канал пассивной синхронизации, ИК – информационный канал, $s(t)$ – информационный сигнал

В качестве ИМК может быть использован как генератор белого шума, так и генератор детерминированных хаотических колебаний. В обоих случаях информационный сигнал не должен быть различим в спектре маскирующего колебания. Однако при использовании в качестве ИМК источника динамического хаоса возникает преимущество, связанное с возможностью исключения функционального преобразователя на передающей стороне, что дополнительно упрощает функциональную схему системы связи.

Дополнительно в диссертационной работе экспериментально исследована возможность передачи хаотических сигналов с использованием частотной модуляции. Показано, что, во-первых, нелинейные преобразования хаотических сигналов при осуществлении ЧМ не приводят к дополнительным искажениям последних на выходе приемного устройства, во-вторых, использование широкополосной ЧМ для передачи хаотических сигналов, которые принципиально могут скрывать в своем спектре информационную компоненту, позволяет значительно повысить устойчивость систем синхронной хаотической связи по отношению к возмущениям в канале связи.

Полученные в V главе позволили сформулировать **седьмое и восьмое научные положения,** выносимые на защиту.

В шестой главе "**Неоднозначные и дискуссионные вопросы. Обсуждение, поиск путей**" рассматриваются некоторые проблемы, по которым отсутствует взаимопонимание даже у самых известных специалистов, работающих в области нелинейной динамики. Некоторые из этих проблем касаются самих ее основ и поэтому крайне актуальны, другие носят более частный характер, но, тем не менее, также важны, поскольку могут формировать мировоззрение начинающих исследователей. Перечислим некоторые из них.

Прежде всего, отметим, что до сих пор не сложилась общепринятая классификация систем и процессов, генерирующих хаотические типы колебаний. Рассмотрим ряд показательных примеров. Так Г.М. Заславский и Р.З. Сагдеев термины "хаос" и "стохастичность" объявляют синонимами. Ф. Мун утверждает, что "стохастический процесс – это тип движения, встречающийся в консервативных системах". М.И. Рабинович и Д.И. Трубецков утверждают совершенно противоположное: "стохастические автоколебания – это случайные движения неконсервативных динамических систем". У А. Лихтенберга, М. Либермана читаем "Термин "хаотический" обычно используется для описания случайных движений в диссипативных системах, тогда как термин "стохастический" чаще относится к гамильтоновым системам,…не следует думать,

что эти два термина соответствуют различной "степени случайности"; по существу мы рассматриваем их как синонимы". Ю.И. Неймарк и П.С. Ланда делят системы на стохастические и хаотические по совершенно иному признаку, по признаку непредсказуемости движения в зависимости от интенсивности внешних возмущений. В ряде монографий термин "стохастический" не употребляется вообще. Число примеров можно продолжать, но и приведенных достаточно для того, чтобы констатировать отсутствие единства взглядов.

Коснемся еще одного вопроса, который следует отнести к разряду основополагающих. Существуют два взаимно исключающих мнения о принципиальной необходимости малых возмущений для возникновения хаоса в динамических системах. Так Ю.И. Неймарк и П.С. Ланда полагают, что "…в стохастическом генераторе нет никакой стохастичности, если не предположить наличие каких-то случайных возмущений…" и "стохастичность динамической системы – это стохастичность, порождаемая сколь угодно малыми флуктуациями". С другой стороны Ф. Мун утверждает, что "Термин "хаотический" применяется в тех детерминированных задачах, где отсутствуют случайные или непредсказуемые силы или параметры". А.Ю. Лоскутов и А.С. Михайлов считают, что "Хаотическая динамика … не является результатом действия каких-либо внешних случайных сил. Эффекты динамического хаоса представляют собой внутренне присущее свойство подобных систем". В такой ситуации возникает принципиальный вопрос о возможности воспроизводства хаотических движений изолированными динамическими системами.

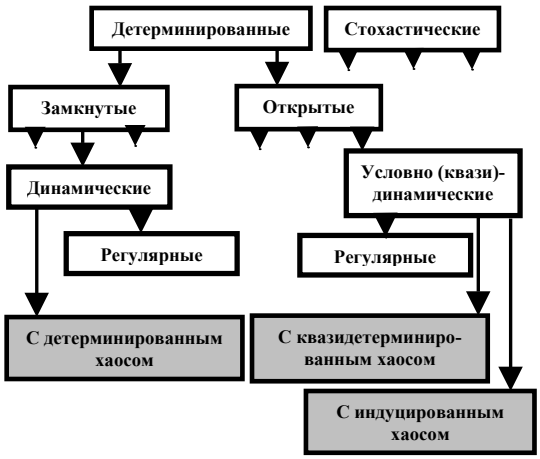


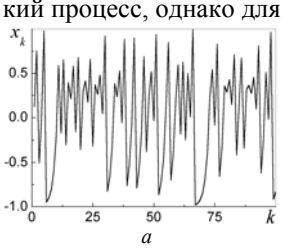
Рис. 31. Классификация систем, объектов и процессов. Затемнены подсистемы с хаотическим поведением

Прежде всего, на наш взгляд, следует четко разделить детерминированные и стохастические системы. Это обусловлено тем, что использование термина "стохастический" применительно к процессам, в значительной мере обусловленным детерминированным оператором эволюции, вообще неуместно, поскольку стохастичность – это свойство "истинно" случайных систем. Движение в стохастической системе не может быть дважды повторено ни в физическом, ни в численном экспериментах и описывается только вероятностными характеристиками, такими, как законы распределения, моментные функции, спектральные плотности и т.п. Поэтому в предлагаемом варианте классификации (рис. 31) стохастические системы расположены в стороне и далее не рассматриваются.

В случае, когда внешние флуктуации отсутствуют и поведение детер-минированной системы задается только некоторым оператором эволюции, системы считаются замкнутыми динамическими. Следует иметь в виду, что это сильная идеализация, поскольку среди реально существующих объектов нет ни одного, который можно было бы считать полностью изолированным от внешних воздействий, т.е. замкнутой системой. Однако, как идеализированные объекты, они обладают (как будет показано ниже) тем замечательным свойством, что способны воспроизводить хаотические движения при полном отсутствии внешних возмущений.

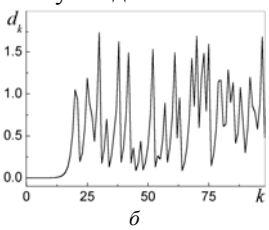
Реальные системы всегда подвержены случайным воздействиям, обмениваются с внешним миром энергией, материей, энтропией и информацией, то есть являются системами открытыми. Среди таких систем мы выделим условно-динамические, (квазидинамические) которые в свою очередь делятся на системы с регулярным и системы с хаотическим поведением. В первом случае динамика в основном определяется оператором эволюции, движение имеет регулярный характер, а постоянно действующие возмущения малы и не приводят к заметным изменениям свойств системы. Поведение системы с квазидетерминированным хаосом сильно напоминает поведение динамических систем с детерминированным хаосом, но внешние возмущения уже могут играть некоторую роль. И, наконец, системы с индуцированным хаосом сильно зависят от случайных внешних возмущений. Движение при этом является результатом конкуренции собственной динамики и динамики, связанной с открытостью системы. В стохастическом, на первый взгляд движении, при детальном анализе можно выделить детерминированную составляющую, убывающую по мере роста интенсивности внешних флуктуаций. Опыт показывает, что при исследовании таких систем в численном эксперименте с ролью малых возмущений иногда успешно справляются уже погрешности вычислений. В работе приведен ряд примеров, указывающий на непротиворечивость предложенной классификации.

Далее в диссертации показывается, что существуют закрытые системы, не подверженные ни внешним, ни внутренним флуктуациям, но генерирующие детерминированный хаос. Приводится пример такой системы–ранее рассмотренное МЛО (8). На рис.32 показан временной ряд, генерируемый МЛО в мысленном эксперименте, проведенном без привлечения вычислительной техники. Очевидно, что наблюдается ограниченный, непериодический процесс, однако для полной убежденности в его хаотическом характере необходимо рассчитать метрическую энтропию, которая в данном случае совпадает с ляпуновским показателем. Последний был рассчитан по начальному фрагменту рис.33 (до появления возвратов Пуанкаре) и оказался положительным. Следовательно, изолированная детерминированная система способна порождать динамический хаос при отсутствии каких-либо внешних или внутренних флуктуаций.



а

Рис. 32. Временной ряд, порождаемый МЛО в мысленном эксперименте



б

Рис. 33. Эволюция расстояний между двумя изначально близкими траекториями

Кроме рассмотренных принципиальных вопросов приведем в качестве примера еще два, носящих, на первый взгляд (но только на первый взгляд!), частный характер. Так в работе [Хованов И.А., Хованова Н.А., Анищенко В.С. и др. Чувствительность к начальным условиям и ляпуновский показатель квазипериодической системы // ЖТФ.– 2000.– Т. 70.–Вып. 5.– С. 112-114] исследовалось влияние внешнего белого гауссового шума на чувствительность к начальным условиям и ляпуновский показатель квазипериодически возбуждаемой системы вида:

$$\begin{cases} x_{n+1} = \alpha(1+\varepsilon\cos\phi_n)x_n(1-x_n) + \sqrt{D}\xi_n, \; \phi_{n+1} = \phi_n + 2\pi\omega, \mathrm{mod}(2\pi) \end{cases}. \qquad (15)$$

Здесь: x, ϕ –переменные состояния, D –интенсивность белого шума. В цитированной работе был получен весьма необычный результат, противоречащий самим основам нелинейной физики, заключающийся в том, что по знаку старшего ляпуновского показателя нельзя разделить колебания на регулярные либо хаотические. В настоящей диссертации получены прямо противоположные результаты. Нами была введена величина $Q(n) = \prod_{m=1}^{n} \left|\det(J_m)\right|$ (J_m –матрица Якоби системы (15)), имеющая смысл коэффициента растяжения исходного элемента фазовой площади V_0 после n итераций, что делает его очень удобным для анализа именно чувствительности к начальным условиям. Если $Q(n)$ возрастает, то V_0 непрерывно растягивается и в силу ограниченности размера фазового пространства неизбежно наступит перемешивание фазовых траекторий. Движение в этом случае будет хаотичным, и, наоборот, при стремлении $Q(n)$ к нулю, существенная зависимость от начальных условиям и перемешивание будут отсутствовать. Так, авторы анализируемой работы утверждали, что в динамических системах с шумом странные нехаотические аттракторы превращаются в аттракторы, у которых наблюдается чувствительность к начальным условиям (т.е. в хаотические) и в то же время ляпуновский показатель отрицателен. Этот вывод базируется на результатах расчетов, выполненных при $\alpha = 3.274$ и $D = 10^{-8}$. Напротив, наши расчеты, представленные на рис.34 свидетельствуют об однозначной связи между знаком ляпуновского показателя и чувствительной зависимостью от начальных условий.

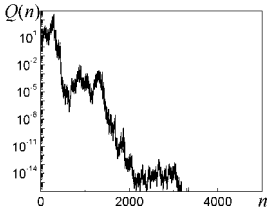


Рис. 34. Эволюция коэффициента растяжения исходного элемента площади V_0 после n итераций $Q(n)$ при значении $\alpha = 3.274$, обеспечивающем отрицательный ляпуновский показатель при наличии белого шума интенсивности $D = 10^{-8}$

В небесспорной работе [Евдокимов Н.В., Комолов В.П., Комолов П.В. Интерференция динамического хаоса гамильтоновых систем: эксперимент и возможности радиофизических приложений // УФН.– 2001.– Т. 171.– Вып.7.– С. 775-795] были представлены следующие результаты: если два колебания прямоугольной формы с иррациональным соотношением периодов сложить по модулю два, то на выходе знакового коррелятора получим хаотический процесс. Здесь результаты снова противоречат основам хаотической динамики, поскольку никакая детерминированная операция над регулярными сигналами не способна породить непредсказуемость и случайность. В настоящей диссертации показано, что результаты цитированной работы сомнительны. Для установления этого факта мы построили и исследовали математическую модель вида

$$\begin{cases} x(t) = \mathrm{sign}(\cos\omega_1 t), \\ y(t) = \mathrm{sign}(\cos(\omega_2 t + \varphi_0)), \\ z(t) = x(t) \oplus y(t), \end{cases} \qquad (16)$$

в которой sign(.) – функция, возвращающая знак своего аргумента, $\oplus$ – операция исключающее ИЛИ, иначе знаковый коррелятор. При совпадении знаков $x(t)$ и $y(t)$ функция $z(t)$ равна нулю, при разных знаках – единице. Частоты ω_1 и ω_2 могут иметь произвольное соотношение, φ_0 – начальная разность фаз, изменением которой можно задавать различные начальные условия.

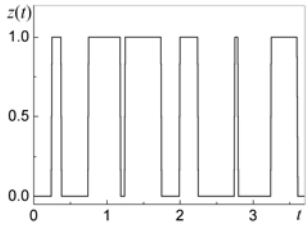
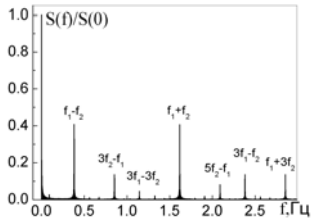


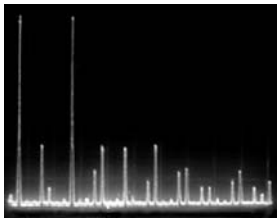
Рис. 35. Результат сложения по модулю 2 двух колебаний прямоугольной формы с частотами

На рис. 35 представлен пример импульсного потока, порождаемый моделью (16). На первый взгляд этот поток очень похож на пуассоновский, но проведенный его временной и спектральный анализ однозначно показал, что $z(t)$ является почти периодической функцией. Ограничимся анализом рис.36, на котором представлены Фурье-спектры потока $z(t)$ рассчитанные по модели (16) и полученные в физическом эксперименте.

Результаты расчетов и экспериментов можно сформулировать очень кратко. Ни при каких соотношениях между частотами f_1, f_2 не наблюдалось нерегулярных импульсных потоков. Спектр имел линейчатую форму, представлял собой набор неэквидистантных гармоническихх составляющих с частотами, определенными соотношением $\left|mf_1 \pm nf_2\right|$, $f_{1,2} = \omega_{1,2}/2\pi$.



а



б

Рис. 36 Результаты расчета (*а*) и измерения в натурном эксперименте (*б*) энергетического спектра импульсного потока на выходе знакового коррелятора при отношении частот равном "золотому сечению". При сопоставлении результатов следует учитывать отсутствие постоянной составляющей на экране анализатора спектра

Подводя итог, следует заметить, что, несмотря на практически необозримое число публикаций, посвященных нелинейной физике за последние десятилетия, до настоящего времени существует ряд принципиальных проблем, по которым между исследователями взаимопонимание еще недостигнуто. И следует признать такое положение дел вполне нормальным для отрасли науки еще не ставшей

классической, находящейся в стадии интенсивного развития и становления. В этой ситуации борьба идей и мнений не только необходима, но и уместна. Однако, несомненно, следует предпринимать настойчивые шаги, направленные на сглаживание существующих противоречий. В настоящей главе ряд таких шагов был сделан, а об их непротиворечивости судить специалистам соответствующего профиля.

3. Основные результаты и выводы

Основные результаты и выводы работы сводятся к следующим.

3.1. *Теоретически и экспериментально исследована неавтономная радиофизическая система с четырехмерным фазовым пространством, содержащая нелинейную емкость*. При этом:

а) предложена математическая модель динамической системы с четырехмерным фазовым пространством, позволяющая исследовать сложные динамические режимы, возникающие в тех случаях, когда имеют место проявления нелинейных силовых и параметрических резонансов;

б) установлено, что нелинейный силовой и параметрический резонансы обеспечивают благоприятные условия для возбуждения хаотических типов колебаний. Смена регулярных режимов хаотическими происходит в областях проявления гистерезисных явлений скачком, что для термодинамических систем соответствует фазовым переходам первого рода;

в) исследовано влияние амплитуды и частоты внешней силы на значение старшего ляпуновского показателя, фрактальную, информационную и корреляционную размерности возбуждаемых аттракторов;

г) показано, что уже при одночастотном гармоническом внешнем воздействии в фазовом пространстве неавтономных динамических систем, содержащих нелинейную емкость, существует странный нехаотический аттрактор, обладающий свойством грубости в смысле Андронова-Понтрягина. Следовательно, режим странного нехаотического аттрактора не является каким-то редким, экзотическим явлением, а является достаточно типичным проявлением нелинейных свойств динамических систем.

3.2. *В численном и натурном экспериментах исследован автопараметрический сценарий хаотизации движения в автоколебательных системах*. При этом:

а) сформулированы необходимые условия реализации автопараметрического механизма потери устойчивости периодическим движением и переходу к хаотическому для широкого класса нелинейных динамических систем. Такими условиями является:

i) размерность n фазового пространства динамической системы должна удовлетворять условию $n \geq 4$; ii) наличие в системе нелинейности с восходящими и нисходящими участками, обладающими достаточной крутизной; iii) амплитудные и фазовые характеристики системы должны обеспечивать условия для генерации нескольких колебательных компонент;

б) показано, что последовательность бифуркационных явлений при переходе к хаосу при автопараметрическом сценарии описывается следующим образом: состояние покоя $\rightarrow$ предельный цикл $\rightarrow$ полутор $\rightarrow$ странный хаотический аттрактор. Такая последовательность существенно отличается от известных и имеет самостоятельное значение;

в) результаты численного моделирования и натурных экспериментов показали, что автопараметрический механизм хаотизации движения реализуется в автоколебательных системах как осцилляторного, так и релаксационного типов, с конечным и бесконечным число степеней свободы, дивергенция фазовых потоков этих систем может быть как знакопостоянной, так и знакопеременной. Столь широкая область проявления данного сценария позволяет утверждать об его типичном характере;

г) выяснена физическая природа автопараметрического механизма хаотизации движения. Хаотизация движения происходит вследствие нелинейного взаимодействия двух или более колебательных процессов с некратными частотами. Один из этих процессов, являясь более высокочастотным, возникает в течении доли каждого периода другого низкочастотного процесса, причем начинает свое развитие каждый раз при случайных начальных условиях, обусловленных неизбежными собственными флуктуациями динамической системы. Разрушение полутора как целостного объекта фазового пространства происходит в результате ослабления резонансного (синхронного) взаимодействия между двумя колебательными процессами, вследствие непрерывного изменения их периодов с изменением управляющего параметра.

3.3. *Исследованы свойства спектрально-временных разложений уравнений движения дискретных и распределенных радиофизических систем.* При этом:

а) построен ряд математических моделей генерирующих структур с запаздыванием. Эти модели применимы как к кольцевым автоколебательным системам, так и системам с использованием двухполюсников с отрицательным сопротивлением;

б) показано, что математические модели в виде как интегральных, так и дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом приводятся к бесконечной (счетной) системе обыкновенных дифференциальных уравнений, не содержащих членов с запаздыванием. Спектрально-временные разложения могут быть представлены как в комплексной, так и в вещественной форме;

в) показана возможность редукции бесконечной системы уравнений к конечному числу значимых уравнений и определены условия, при которых появляется возможность применения асимптотических методов исследования Боголюбова-Крылова;

г) показано, что для определения всех коэффициентов уравнений достаточно решить только линейную часть задачи;

д) строго доказано, что если дискретные системы, системы с запаздыванием и ряд распределенных систем не способны реагировать на внешние воздействия с бесконечно высокой частотой (условие физической реализуемости), то их спектрально-временные разложения полностью идентичны;

е) продемонстрированы преимущества предложенного метода исследования на примерах решения ряда актуальных задач теории нелинейных колебаний. Установлена зависимость интенсивности естественных флуктуаций амплитуды и фазы автоколебательных систем от запаздывания и его расстройки. Показана возможность возбуждения полигармонических автоколебательных процессов уже в двухчастотной зоне самовозбуждения. Последнее подтверждено результатами натурного эксперимента на макете радиофизического автогенератора;

ж) предложен прямой алгоритм вычисления полного спектра ляпуновских экспонент в системах с бесконечной размерностью фазового пространства – динамических системах с запаздыванием.

3.4. *Рассмотрены бифуркационные явления и процессы в ряде систем с дискретным временем*. При этом:

а) изучена динамика модифицированного логистического отображения. Определены границы аттрактора и его бассейн притяжения. Получены аналитические зависимости энтропии Шеннона и Колмогорова-Синая от параметра порядка. Найдены значения параметра порядка, разделяющие регулярные, хаотические и строго хаотические типы движений;

б) исследована зависимость вероятностной меры и метрической энтропии от управляющего параметра;

в) показана возможность использования модифицированного логистического отображения в качестве тестового, использовать его как источник образцовых последовательностей (генераторов шума) с точно известными значениями энтропии Колмогорова-Синая и дисперсии. На основе такого отображения могут быть спроектированы микропроцессорные системы, цифровые автоматы и комбинационные схемы, которые в сочетании с цифроаналоговыми преобразователями и частотными модуляторами позволят решить проблему создания источников широкополосных, шумоподобных колебаний практически в любом участке спектра электромагнитных колебаний;

г) сопоставлены свойства отображения со свойствами динамической системы с бесконечномерным фазовым пространством. В результате численного моделирования и физического эксперимента установлено, что последовательность бифуркационных явлений в изучавшемся отображении весьма близка к бифуркационным процессам в динамической системе с запаздыванием в случае, когда их нелинейности идентичны;

д) исследованы неавтономные динамические системы с дискретным и непрерывным временем. Показана возможность управления метрической энтропией этих систем не только гармоническим воздействием, но и белым шумом;

е) показана возможность возбуждения странного нехаотического аттрактора в негладких динамических системах и в отсутствии квазипериодического воздействия;

ж) исследованы бифуркационные явления и процессы характерные для системы двух связанных модифицированных логистических отображений. В роли управляющих параметров выступали коэффициенты взаимной связи. Проанализированы особенности синхронных и асинхронных режимов хаотических типов колебаний в случаях положительных и отрицательных коэффициентов взаимной связи;

з) обнаружены и описаны явление перемежаемой синхронизации двух хаотических процессов и явление формирования геометрически упорядоченных структур в фазовом пространстве исследуемой системы при строго положительных значениях энтропии Колмогорова-Синая.

3.5. *Рассмотрен ряд прикладных задач радиофизики с использованием динамического хаоса*. При этом:

а) показано, что источники широкополосных хаотических СВЧ сигналов являются перспективными устройствами, позволяющими добиться существенного улучшения технических характеристик и возможностей систем радиопротиводействия и защиты информации, радиолокационных систем, структур конфиденциальной передачи информации, сверхбыстродействующих систем радиосвязи и ряда других устройств;

б) экспериментально установлено, что одним из наиболее эффективных способов получения широкополосных шумоподобных СВЧ сигналов является угловая модуляция СВЧ квазигармонических автогенераторов низкочастотным хаотическим сигналом. Показано, что на основе предложенного либо родственного схемотехнического решения целесообразно создание специализированной микросхемы, что позволило бы резко снизить массогабаритные параметры хаотического модулятора вплоть до его совмещения с полостью или подложкой СВЧ генерирующей структуры. Кроме того, в этом случае появляется возможность создания СВЧ источников с требуемыми спектральными характеристиками, выполненных в виде монолитной интегральной структуры;

в) среди известных способов построения систем синхронной хаотической связи для экспериментального исследования были выбраны нелинейное подмешивание и хаотическая маскировка. Передающая и приемная части исследуемых систем хаотической связи были реализованы на базе генератора хаотических колебаний, являющегося кольцевой автоколебательной системой с 1.5 степенями свободы и квадратичной нелинейностью, радиофизический макет которой был создан и предварительно исследован;

г) натурный эксперимент показал, что при соблюдении условий конфиденциальности передачи речевых сигналов для обоих видов систем связи качество сигнала, восстанавливаемого в приемниках этих систем, примерно одинаково. Однако, объединение аддитивного смешивания информационной компоненты и синхронного хаотического отклика для ее детектирования позволяет значительно повысить качество восстанавливаемой информационной компоненты;

д) экспериментально исследована система синхронной хаотической связи с ЧМ модуляцией. Установлено, что, во-первых, нелинейные преобразования хаотических сигналов при осуществлении ЧМ не приводят к дополнительным искажениям последних на выходе приемного устройства, во-вторых, использование широкополосной ЧМ для передачи хаотических сигналов позволяет значительно повысить устойчивость систем синхронной хаотической связи по отношению к возмущениям в канале связи;

е) предложены принципы создания систем двухканальной синхронной хаотической связью с активной и пассивной синхронизацией передающей и приемной подсистем. В первом случае можно разделить канал синхронизации от канала передачи информационной компоненты, что позволяет значительно увеличить пределы неидентичности передающей и приемной подсистем. Во втором случае вообще исключается необходимость наличия на приемной стороне синхронизированного генератора хаотических колебаний. Последнее позволяет значительно упростить конструкцию системы в целом без снижения степени ее конфиденциальности.

3.6. *Обсужден ряд неоднозначных и дискуссионных вопросов современной теории динамического хаоса*. При этом:

а) предложен один из возможных вариантов классификации физических систем, объектов и процессов по степени открытости и типу воспроизводимого движения, снимающий ряд имеющихся в литературе неопределенностей и двусмысленностей. Непротиворечивость подобной классификации подтверждена на ряде детально рассмотренных примеров;

б) показана возможность воспроизводства хаотического движения закрытыми системами, принципиально свободными от любых внутренних и внешних флуктуаций;

в) показана возможность введения эффективного максимального характеристического показателя Ляпунова, который в вычислительном плане был бы свободен от недостатков, присущих классическому максимальному показателю Ляпунова. Рассмотрены возможность и особенности применения понятия ляпуновского показателя к открытым условно динамическим системам. В качестве оценочной величины степени хаотичности движения систем с индуцированным хаосом предлагается использование эффективного ляпуновского показателя;

г) проведено исследование влияния белого шума на динамику нелинейной открытой условно-динамической хаотической системы с квазипериодическим возбуждением. Подтверждено, что между знаком ляпуновского характеристического показателя и существенной зависимостью от начальных условий существует взаимно однозначное соответствие. При отрицательных значениях ляпуновской экспоненты динамическая система не чувствительна к начальным условиям, при положительных – наблюдается экспоненциальное разбегание изначально близких траекторий. Показано, что внешний шум малой интенсивности возвращает динамической системе свойство грубости в смысле Андронова-Понтрягина для тех значений управляющего параметра, для которых грубость теряется. С ростом интенсивности белого шума увеличивается степень упорядоченности движения в системе;

д) с использованием численного и физического экспериментов показано, что знаковая корреляция двух колебаний с иррационально связанными частотами не может привести к порождению ни пуассоновского потока, ни потока, обладающего свойствами динамического хаоса.

4. Список основных публикаций по теме диссертации

1 Владимиров С.Н., Майдановский А.С., Новиков С.С. Нелинейные колебания многочастотных автоколебательных систем. Томск: изд-во Томского ун-та, 1993.–203 с.

2 Активные системы с запаздывающей обратной связью: Учебное пособие / Сост.: С.Н. Владимиров, А.С. Майдановский, С.А. Майдановский. Томск. : Изд-во Том. ун-та. 2000.– 32с.

3 Владимиров С.Н. Порождает ли знаковая корреляция квазипериодических колебаний с иррационально связанными частотами детерминированный хаос? // УФН.– 2004.– Т.174.– № 2. – С 217-220.

4 Владимиров С.Н., Штраух А.А. Управление энтропией динамических систем с дискретным и непрерывным временем // ЖТФ.– 2004. –Т. 74 . –Вып. 7.– С.1-5.

5 Владимиров С.Н., Перфильев В.И. Нелинейно-параметрические эффекты и динамический хаос в неавтономной колебательной системе с нелинейной емкостью // ЖТФ. –2004. Т. 74. Вып. 7. С.6-12.

6 Vladimirov S.N., Negrul V.V. On Autoparametric Route leading to Chaos in Dynamical Systems // International Journal of Bifurcation and Chaos. – 2002.– Vol. 12.– № 4.– P.819-826.

7 Владимиров С.Н., Негруль В.В. Порядок и хаос в модифицированном логистическом отображении // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика.– 2001.– № 4-5.– С. 64-77.

8 Владимиров С.Н., Штраух А.А. Бифуркационные явления в системе связанных модифицированных логистических отображений // Вестник Томского государственного университета. Сер. Физика.– 2003. – № 278.– С.65-69.

9 Владимиров С.Н., Золотов С.В., Негруль В.В., Перфильев В.И. Детерминированный хаос в СВЧ электронике // Электронная промышленность.– 2002.– № 2/3.– С.154-157.

10 Владимиров С.Н., Негруль В.В. Сравнительный анализ некоторых систем хаотической синхронной связи // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика.– 2000.– Т. 8. – №. 6. – С.53-64.

11 Владимиров С.Н. Автопараметрический сценарий перехода к хаотическому движению в динамических системах // Известия вузов. Физика.– 2004. –№5 . –С. 70-79.

12 Владимиров С.Н. Генерация хаотических временных рядов для исследования реакции физических систем на шумовые возмущения // Известия вузов. Физика. – 2004. –№ 2 . –С. 88-97.

13 Владимиров С.Н., Мартынюк Д.В., Перфильев В.И. Странный нехаотический аттрактор в неавтономной колебательной системе с нелинейной емкостью // Известия вузов. Физика. – 2005. – № 3. – С.90-94 .

14 Владимиров С.Н. Характеристические показатели Ляпунова и чувствительность к начальным условиям квазипериодически возбуждаемой системы с белым шумом // Известия вузов. Физика. –2005. – № 4 . – С 42-48.

15 Владимиров С.Н. Классификация физических объектов, процессов и систем по типу воспроизводимого движения и степени открытости // Известия вузов. Физика. – 2005. – № 2 . –С. 94-95.

16 Владимиров С.Н. Вероятностный метод вычисления наибольшего показателя Ляпунова движения хаотических систем // Известия вузов. Физика. – 2005. – № 6 .–С. 91-92.

17 Владимиров С.Н. Автопараметрический переход от периодического движения к хаосу в динамической системе с двумя степенями свободы // Изв. вузов. Физика. –1999. – № 2. – С. 96-103.

18 Владимиров С.Н. Регулярная и хаотическая динамика автогенератора Ван-дер-Поля с запаздывающей обратной связью // Изв. вузов. Физика. –1998. –№4. –С. 91-97.

19 Владимиров С.Н. Вычисление спектра ляпуновских показателей движения в динамических системах с запаздыванием на основе спектрально-временного разложения уравнения эволюции возмущения // Изв. вузов. Физика. –1997. –№10. – С. 114-118.

20 Владимиров С.Н. О связи между спектрально-временным описанием движений в двух классах автоколебательных систем // Изв. вузов. Физика. –1997. –№ 3. –С. 21-26.

21 Владимиров С.Н., Майдановский А.С. Анализ динамики автоколебательных режимов автогенераторов с запаздыванием спектрально-временным методом // Радиотехника и электроника. –1988. – Т. 33. –Вып. 2. – С.422-425.

22 Владимиров С.Н., Майдановский А.С. О границах применимости асимптотических методов к системе уравнений движения динамических систем с запаздыванием // Известия вузов. –Физика. –1987. – № 11. – С.112-113.

23 Владимиров С.Н., Майдановский А.С. Сравнительный анализ естественных флуктуаций двух классов автоколебательных систем // Радиотехника и электроника. –1986. – Т. 31. –Вып. 12. – С.2406-2411.

24 Владимиров С.Н., Майдановский А.С. Спектрально-временной метод исследования динамических систем с запаздыванием // Изв. вузов. –Физика. –1985. –№ 2. –С. 51-55.