На правах рукописи

Трофимов Сергей Николаевич

Математическое моделирование методом Годунова передачи наносекундных импульсов в нерегулярных связанных линиях

05.13.18 – Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Томск 2010

Работа выполнена в Кемеровском государственном университете на кафедре ЮНЕСКО по Новым Информационным Технологиям

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор Афанасьев Константин Евгеньевич

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор Бубенчиков Алексей Михайлович

доктор технических наук, профессор Кашкин Валентин Борисович

Ведущая организация: Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, г. Томск

Защита состоится 23 сентября 2010 г. в 12.30 на заседании диссертационного совета Д 212.267.08 при Томском государственном университете по адресу: 634050, г. Томск, пр. Ленина, 36, корп. 2, ауд. 102.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке ГОУ ВПО «Томский государственный университет» по адресу: 634050, г. Томск, пр. Ленина, 34а.

Автореферат разослан 10 августа 2010 г.

Учёный секретарь
диссертационного совета Д 212.267.08
доктор технических наук, профессор А. В. Скворцов

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность

Основной тенденцией развития высокоскоростной радиоэлектронной аппаратуры (РЭА) является повышение скорости обработки информации. С повышением быстродействия РЭА преобладающими становятся проблемы, связанные с переходом в наносекундный диапазон работы устройств и обусловленные возникновением помех в межсоединениях, из-за эффекта отражения в результате несогласованных нагрузок и неоднородностей, перекрестных наводок между линиями, искажений формы сигнала и наводок от внешних электромагнитных полей, которые являются наиболее значимыми в большинстве приложений.

Теоретическим основам и вычислительным моделям расчета помех отражения и перекрестных наводок посвящено большое количество работ. Среди зарубежных исследователей можно выделить работы 1980-90х годов под руководством: O.A. Palusinski (1989), R. Mittra (1989), K. Tripathi (1992), F.-Y. Chang (1980, 1992), A. R. Djordjevic (1987,1989), R. F. Harrington (1987, 1989), T. K. Sarkar (1986, 1987), F. M. Tesche (1997), C. R. Paul (1994) и современные работы F. Canavero (1998, 1999), S. Grivet-Talocia (1998, 2000), R. Archar (2000, 2006), M. Nakhla(2000, 2001). Среди отечественных ученых можно выделить работы А. Л. Фельдштейна (1971, 1980), С. К. Савина (1969,1973), Л. Н. Кечиева (1989, 2000), С. Ф. Чермошенцева (2000, 2006), Н. Д. Малютина (1990), И. Н. Салия (2006), Т. Р. Газизова (2003).

При этом основной массив публикаций по тематике диссертационного исследования можно разделить на два направления: задачи с параллельной конфигурацией проводников и задачи с частотно-зависимыми параметрами проводников. В большинстве работ координатная зависимость параметров линии, как правило, не учитывается или рассматривается простая конфигурация, тем не менее, в реальных схемах нерегулярные линии встречаются достаточно часто. Замена нерегулярной линии передач каскадным соединением однородных линий с различными, но постоянными в пределах каждого сегмента, волновыми сопротивлениями для дальнейшего численного анализа представлено в работах как зарубежных авторов (C.-W. Hsue (1989, 1992), S. C. Burkhart (1990), J.-F. Mao (1992, 1994), Z.-F. Li (1996), E. Schutt-Aine (1993)), так и отечественных (И. Н. Салий, Т. Р. Газизов).

Расчет нерегулярных связанных линий сопряжен с громоздкими выкладками, что затрудняет решение практических задач, особенно если параметры изменяются по произвольному закону, а поведение оконечных устройств, вольтамперные характеристики (ВАХ) которых имеют довольно сложный вид, не может быть описано стандартными аналитическими функциями. Для элементов, у которых ВАХ нелинейная, графическая зависимость

тока от напряжения обычно известна из справочника или эксперимента. Поэтому при расчете электрических цепей с заданными нелинейными характеристиками элементов возникает задача приближенного воспроизведения этих характеристик. Одним из способов аппроксимации ВАХ, заданных таблично, является использование сплайнов. В ряде случаев поведение интерполяционных сплайнов не согласуется с качественными характеристиками исходных данных (появляются нежелательные изгибы или всплески). Данный недостаток устраняется в обобщенных кубических сплайнах – сплайнах с натяжением и их модификациях (гиперболические, экспоненциальные, рациональные и др.). Для аппроксимации вольтамперных характеристик нелинейных элементов в данной работе используется экспоненциальный сплайн с натяжением, описанные в работах Дж. Маккартина (1984, 1990) и К. де Бора (1985).

Разработанные в настоящее время модели широко используются как для инженерного анализа, так и в специализированных пакетах различных фирм разработчиков. Однако результаты воздействия на структуры комбинированного типа, содержащих нерегулярные связанные линии передачи с произвольной зависимостью параметров от продольной координаты и нелинейными нагружающими элементами исследованы недостаточно полно, что не позволяет на этапе проектирования проводить эффективную оценку искажений сигналов в таких линиях, чтобы принять меры для их уменьшения.

Цель работы – разработка метода расчета перекрестных наводок и помех отражения при передаче наносекундных импульсов в нерегулярных связанных линиях с нелинейными нагрузками.

В рамках указанной цели были поставлены и решены следующие **основные задачи**:

1. Модифицировать метод Годунова для расчета перекрестных наводок и помех отражения с учетом неоднородности межсоединений и нелинейности нагружающих элементов, в силу особенностей задания граничных условий, отличающихся от граничных условий задач газовой динамики.

2. Построить на основе экспоненциального сплайна алгоритм аппроксимации параметров нерегулярных связанных линий и вольтамперных характеристик нелинейных нагружающих элементов, с итерационным подбором параметра натяжения участков кривых, заданных таблично.

3. Реализовать программный комплекс для расчета перекрестных наводок и помех отражения с учетом неоднородности межсоединений и нелинейности нагружающих элементов в наносекундном диапазоне.

4. Выполнить тестовые расчеты для сравнения полученных результатов с известными аналитическими решениями, экспериментальными данными и расчетами других авторов.

5. Провести расчеты перекрестных наводок и помех отражения при передаче наносекундных импульсов в нерегулярных связанных линиях с нелинейными нагрузками.

Научная новизна работы:

1. Впервые на основе метода Годунова предложен алгоритм, позволяющий проводить расчеты во временной области в нерегулярных связанных линиях передачи с произвольной зависимостью параметров от продольной координаты и с нелинейными нагружающими элементами, для проведения оценки возникающих помех и принятия мер для их уменьшения.

2. Впервые предложен итерационный алгоритм восстановления параметров нерегулярных связанных линий и нелинейных вольтамперных характеристик нагружающих элементов, использующий экспоненциальный сплайн с натяжением, что позволяет проводить исследование в нерегулярных связанных линиях передачи с произвольной зависимостью параметров от продольной координаты, и повысить точность восстановления вольт-амперных характеристик нелинейных нагружающих элементов.

3. Реализован программный комплекс, основанный на предложенных алгоритмах. Выполнены тестовые расчеты, совпадающие с известными аналитическими решениями, экспериментальными данными и расчетами других авторов. Проведены расчеты перекрестных наводок и помех отражения при передаче наносекундных импульсов в нерегулярных связанных линиях с нелинейными нагрузками.

На защиту выносятся:

1. Созданный на основе метода Годунова алгоритм, позволяющий проводить расчеты во временной области в нерегулярных связанных линиях передачи, с произвольной зависимостью параметров от продольной координаты, с нелинейными нагружающими элементами.

2. Созданный на основе экспоненциального сплайна с натяжением итерационный алгоритм восстановления параметров нерегулярных связанных линий.

3. Комплекс программ для численного решения во временной области задачи распространения наносекундного импульса в нерегулярных связанных линиях передачи с нелинейными нагружающими элементами.

Теоретическая значимость диссертационного исследования заключается в том, что предложенный подход для расчета перекрестных наводок и помех отражения при передаче наносекундных импульсов в нерегулярных связанных линиях с нелинейными нагрузками, основанный на методе Годунова и экспоненциальном сплайне с натяжением, дает новые возможности в

применении моделирования к решению задач электромагнитной совместимости узлов радиоэлектронных устройств.

Практическая значимость диссертационного исследования заключается в том, что предложенный на основе метода Годунова алгоритм позволяет проводить анализ помех отражения и перекрестных наводок в нерегулярных связанных линиях передачи с учетом нелинейных нагрузок и многократных отражений сигнала, получать значения тока и напряжения на каждом временном слое на всем протяжении линии, что выгодно отличает его от известных подходов. Разработанный алгоритм реализован в виде программного комплекса для проведения вычислительного эксперимента.

Апробация работы. Основные результаты диссертационного исследования представлялись на следующих конференциях: III Всероссийской научно – практической конференции «Информационные технологии и математическое моделирование» (Анжеро-Судженск, 2004); Региональной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых, посвященной десятилетию Новокузнецкого филиала-института Кемеровского государственного университета (Новокузнецк, 2005); VI Всероссийской конференции молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям (Кемерово, 2005); Всероссийской научно-практической конференции «Недра Кузбасса. Инновации» (Кемерово, 2006); VI Международной научно-практической конференции «Инновационные Недра Кузбасса. IT-технологии» (Кемерово, 2007); VIII Всероссийской конференции молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям (Новосибирск, 2007); VII Всероссийской научно-практической конференции “Инновационные Недра Кузбасса. IT-технологии” (Кемерово, 2008), Всероссийской научно-технической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Научная сессия ТУСУР (Томск, 2008), IX Всероссийской конференции молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям (Кемерово, 2008), Всероссийской научно-технической конференции молодых ученых и студентов «Современные проблемы радиоэлектроники» (Красноярск, 2009), XV Всероссийской научной конференции студентов-физиков и молодых ученых (ВНКСФ-15, Кемерово – Томск, 2009), а также объединенном семинаре ИВТ СО РАН «Информационно-вычислительные технологии (численные методы механики сплошной среды)» под руководством академика Ю. И. Шокина, профессора В. М. Ковени (Новосибирск, октябрь 2008) и научном семинаре «Информационные технологии и математическое моделирование» под руководством профессора К. Е. Афанасьева (Кемерово, 2004 – 2010).

Методика, предложенная в диссертационном исследовании, использовалась при выполнении проекта № 4828 «Разработка и апробирование математических и информационных моделей, используемых при построении инфо-коммуникационной образовательной среды вуза» (2005 год) по ведомст-

венной научной программе Федерального агентства по образованию «Развитие научного потенциала высшей школы» для вычисления параметров компьютерной сети (ВНТИЦ (Всероссийский научно-технический информационный центр), Регистрационная карта 01200.0 503295, раздел 3,4).

Публикации. По теме диссертации опубликовано 15 работ, в том числе 3 статьи в изданиях, рекомендуемых ВАК для предоставления основных результатов диссертации.

Личный вклад. Все результаты работы получены автором лично или при непосредственном его участии. Из печатных работ, опубликованных диссертантом в соавторстве, в диссертацию вошли только те результаты, которые автором получены лично на всех этапах диссертационного исследования.

Структура и объём работы. Диссертационная работа состоит из введения и трех глав, списка цитируемой литературы и приложения. Общий объём работы составляет 128 страниц машинописного текста, библиографический список состоит из 142 литературных источника.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Введение посвящено обзору методов вычисления помех отражения и перекрестных наводок в нерегулярных связанных линиях передачи с нелинейными нагружающими элементами.

В первой главе описываются физическая и математическая постановки задачи исследования, кратко описывается метод Годунова и рассматриваются способы повышения порядка точности метода Годунова с помощью построения TVD-схем.

В ***первом параграфе*** описываются физическая и математическая постановки задачи.

Физическая постановка задачи

При движении волны в многопроводной линии возникают взаимные влияния между линиями, обусловленные воздействием электромагнитного поля, создаваемого влияющей линией на другие линии. Связанность многопроводных линий передачи обусловлена размещением их в пространстве таким образом, что электромагнитные поля, переносимые этими линиями, в той или иной мере взаимно пересекаются. Из-за этого в линиях передачи возникают перекрестные наводки, искажения формы сигнала и пр.

В диссертационной работе анализ многопроводных линий передачи проводится во временной области решением телеграфных уравнений.

Математическая постановка задачи

Рассмотрим линию передачи, состоящую в общей сложности из $N+1$ проводников. Предположим, что N проводников являются сигнальными, а проводник с номером $N+1$ представляет собой земляной (опорный) проводник. Также предположим, что земля имеет нулевой потенциал и линия по длине однородна. Обозначим через $u_k(x,t)$ – напряжение между k-м сигнальным проводником и землей на расстоянии x от генераторного конца в момент времени t, через i – ток, протекающий по k-му проводнику на расстоянии x от генераторного конца в момент времени t. Пусть ось x направлена вдоль линии, причем точка $x=0$ соответствует положению генератора, а $x=l$ – положению нагрузки. Тогда, согласно теории цепей, напряжения и токи линии передачи при распространении поперечной электромагнитной волны (ТЕМ-волны), образованной протекающим в проводнике током, связаны телеграфными уравнениями:

$$\begin{aligned} -\frac{\partial}{\partial x}\mathbf{u}(x,t) &= \mathbf{R}\cdot\mathbf{i}(x,t)+\mathbf{L}\cdot\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{i}(x,t) \\ -\frac{\partial}{\partial x}\mathbf{i}(x,t) &= \mathbf{G}\cdot\mathbf{u}(x,t)+\mathbf{C}\cdot\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{u}(x,t) \end{aligned}, \qquad (1)$$

где матрицы $N\times N$ параметров: $\mathbf{R}$ – сопротивлений, $\mathbf{L}$ – индуктивностей, $\mathbf{G}$ – проводимостей и $\mathbf{C}$ – емкостей.

Решение телеграфных уравнений определяется как свойствами проводника, так и начальными и граничными условиями на его концах. Граничные условия для системы (1) имеют вид:

$$\mathbf{u}(0,t)=\mathbf{E_0}(t)-\mathbf{R_g}\times\mathbf{i}(0,t), \qquad \mathbf{u}(l,t)=\mathbf{E_l}(t)+\mathbf{R_n}\times\mathbf{i}(l,t), \qquad (2)$$

где $\mathbf{E_0}(t)$ и $\mathbf{E_l}(t)$ – векторы напряжений холостого хода соответственно генераторной и нагружающей цепей, $\mathbf{R_g}$ – матрица сопротивлений генераторной цепи, $\mathbf{R_n}$ – матрица сопротивлений нагружающей цепи.

Полагаем, что в начальный момент в линии отсутствуют напряжение и токи. Начальные условия в этом случае записываются в виде:

$$\mathbf{u}(x,0)=0, \quad \mathbf{i}(x,0)=0, \quad x\in(0,l). \qquad (3)$$

В любой момент времени напряжение и ток в линии можно рассматривать как сумму напряжений и токов двух волн – падающей (u^+, i^+), перемещающейся от источника энергии к приемнику, и отраженной, перемещающейся от приемника к источнику (u^-, i^-). Суммарное напряжение (ток) в линии представляет собой сумму всех падающих и отраженных волн. Волна, дошедшая до конца линии, отражается с определенным коэффициентом отражения, зависящим от волнового сопротивления линии и конечной нагруз-

ки. Таким образом, значение напряжения и силы тока в начале линии складывается из падающей волны, движущейся от генератора, и отраженной от начала линии обратной волны. В конце линии, при отсутствии генератора, значение напряжения и силы тока определяется падающей волной и коэффициентом отражения от конечной нагрузки. Соответственно граничные условия (2) могут быть переписаны в следующем виде:

$$\begin{aligned} &u_i(0,t) = E_i \cdot \frac{Z_i}{R_{g_i} + Z_i} + K_i \cdot u_i^-,\ u_i(l,t) = Q_i \cdot u_i^+,\ K_i = \frac{R_{g_i} - Z_i}{R_{g_i} + Z_i},\ Q_i = \frac{R_{n_i} - Z_i}{R_{n_i} + Z_i} \\ &i_i(0,t) = \frac{E_i}{R_{g_i} + Z_i} - K_i \cdot u_i^-,\ i_i(l,t) = Q_i \cdot u_i^+,\ K_i = \frac{R_{g_i} - Z_i}{R_{g_i} + Z_i},\ Q_i = \frac{R_{n_i} - Z_i}{R_{n_i} + Z_i}, \end{aligned} \tag{4}$$

где u_i и i_i – напряжение и сила тока в i-м проводнике, K_i –коэффициент отражения обратной волны от источника энергии в i-м проводнике, E_i – напряжение на источнике энергии, R_{g_i} – сопротивление источника энергии, Q_i – коэффициент отражения прямой волны от оконечной нагрузки в i-м проводнике, R_{n_i} – сопротивление оконечной нагрузки, Z_i – волновое сопротивление i-го проводника.

Во ***втором параграфе*** описывается метод Годунова, его модификация, рассматриваются способы повышения точности решения гиперболических уравнений с областями разрыва решений. Исследуется сходимость и устойчивость разностной схемы.

Поскольку переходные процессы в проводных структурах описываются системой гиперболических уравнений, то для анализа временного отклика в несогласованной линии может быть использован метод Годунова, хорошо зарекомендовавший себя на большом классе задач газовой динамики, теории мелкой воды и др. В основе метода лежит идея использования точных решений уравнений с кусочно-постоянными начальными данными для построения разностной схемы. Для многопроводной линии систему (1) можно записать в виде:

$$\mathbf{A}\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{U} + \mathbf{B}\frac{\partial}{\partial x}\mathbf{U} = \mathbf{F}\mathbf{U}, \tag{5}$$

где $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ – матрицы соответствующих коэффициентов при напряжениях и токах, $\mathbf{U}$ – вектор-столбец напряжений и токов.

Поскольку $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ – симметрические матрицы, причем матрица $\mathbf{A}$ – положительно определенная, то систему (5) можно привести к каноническому виду с диагональной матрицей $\mathbf{M}$:

$$\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{V} + \mathbf{M}\frac{\partial}{\partial x}\mathbf{V} = \mathbf{F}\mathbf{V},$$

где вектор-функция $\mathbf{V}$ имеет вид $\mathbf{V} = \mathbf{\Lambda}^{-1}\mathbf{U}$.

Данная система распадается на m независимых уравнений для отдельных компонент $v^{(m)}$:

$$\frac{\partial v^{(m)}}{\partial t} + \mu_m \frac{\partial v^{(m)}}{\partial x} = \sum_{i=1}^{N} f_{mi} \cdot v_i .$$

Показано, что схема устойчива при выполнении условия Куранта и аппроксимирует систему (1) с первым порядком точности.

Решение задачи при анализе помех отражения и перекрестных наводок может иметь разрыв, так как происходит переход из одного состояния линии в другое.

Приводится теорема Годунова о том, что в рамках линейных разностных схем сохранение методом свойства монотонности в областях больших перепадов значений и представление высокого порядка точности в местах гладкого решения одновременно удовлетворены быть не могут. Проводится обзор основных групп методов, решающих данную проблему: методы с выделением разрыва, методы с выделением плавающих разрывов, методы сквозного счета. Описываются различные подходы к повышению порядка точности по времени и по пространству, которые включают применение решения обобщенной задачи Римана и методов реконструкции величин на гранях вычислительных ячеек по усредненным значениям в их центрах (TVD-схемы). Делается вывод о возможности построения TVD-схемы на основе метода Годунова для решения поставленной задачи.

Третий параграф посвящен построению TVD-схемы метода Годунова.

При построении численных методов типа Годунова повышенного порядка точности по пространству применяются кусочно-линейные или кусочно-полиномиальные распределения функций внутри дискретной ячейки с определенными ограничениями на величины коэффициентов соответствующих полиномов. TVD-схемы вместо условия сохранения монотонности уменьшают или сохраняют полную вариацию функции.

Построение TVD-схемы осуществляется путем сочетания использования кусочно-линейной аппроксимации величин внутри ячеек с двухшаговым алгоритмом пересчета по времени: предиктор-корректор.

Предиктор: первый шаг. Предполагается, что внутри дискретных ячеек для всех значений сеточных функций заданы кусочно-линейные распределения вида:

$$v\left(t^k, x\right) = v_j^k + \alpha_j^k \left(x - x_j\right),\ x \in \left[x_j - \frac{1}{2}\Delta x, x_j + \frac{1}{2}\Delta x \right],$$

где x_j — пространственная координата центра ячейки с номером j, а α_j^k – вектор наклонов распределения функции v внутри ячейки.

Уравнение для учета изменения v по времени в центре ячейки имеет вид:

$$\frac{\widehat{v}_j^{k+1} - v_j^k}{\Delta t} + \frac{F\left(v_j^k + \frac{1}{2}\Delta x \cdot \alpha_j^k\right) - F\left(v_j^k - \frac{1}{2}\Delta x \cdot \alpha_j^k\right)}{\Delta x} = 0.$$

Предиктор: второй шаг. Значение функции v на промежуточном слое по времени $t + \frac{1}{2}\Delta t$ вычисляется по формуле:

$$v_j^{k+1/2} = \frac{1}{2}\left(\widehat{v}_j^{k+1} + v_j^k\right).$$

Корректор. На данном шаге применяется схема

$$\frac{v_j^{k+1} - v_j^k}{\tau} + \mu \frac{V_{j+1/2} - V_{j-1/2}}{h} = 0,$$

где все значения $V_{j+\frac{1}{2}}$ определяются решением задачи Римана с кусочно-постоянными начальными данными:

$$\begin{cases} v_j^{k+1/2} + \frac{1}{2}\Delta x \alpha_j^k & при\ \mu < 0, \\ v_{j+1}^{k+1/2} - \frac{1}{2}\Delta x \alpha_{j+1}^k & при\ \mu > 0. \end{cases}$$

Существует несколько способов вычисления наклонов α_m в дискретной ячейке с номером m для сеточной функции $\mathbf{V}$. Величины наклонов α_m модифицируются ограничителями ψ_m, которые являются некоторыми функциями, задающими и одновременно ограничивающими наклоны α_m на основе анализа значений u_m или конечных разностей $u_{m+1} - u_m$. Рассмотрены различные варианты реконструкции функции (монотонная, TVD-реконструкция, предельная) и проведено сравнение нескольких ограничителей, как широко известных (minmod, superbee, van Leer), так и представленных в последнее время.

В четвертом параграфе описывается построение аппроксимации параметров нерегулярных связанных линий и вольтамперных характеристик нелинейных нагружающих элементов с помощью экспоненциального сплайна с натяжением.

Интерполяционные сплайны с натяжением не содержат ложных точек перегиба, при определенном выборе значений свободных параметров.

Вид экспоненциального сплайна с натяжением определятся решением совокупности краевых задач на интервалах $\left[x_i, x_{i+1}\right]\Big|_1^N$:

$$\frac{d^4\tau}{dx} - p_i^2\frac{d^2\tau}{dx} = 0,\ \ \tau\,(x_i) = f_i,\ \ \tau\,(x_{i+1}) = f_{i+1},\ \ \tau''(x_i) = \tau''_{\mathrm{i}},\ \ \tau''(x_{i+1}) = \tau''_{i+1},$$

где τ''_{i} и $\tau''_{\mathrm{i+1}}$ выбраны так, чтобы $\tau(x) \in C^2[a,b]$, p_i – параметр натяжения.

Решением является функция:

$$\tau(x) = \left(f_i - \frac{\tau''_i}{p_i^2}\right)\frac{(x_{i+1} - x)}{h_i} + \left(f_{i+1} - \frac{\tau''_{i+1}}{p_{i+1}^2}\right)\frac{(x - x_i)}{h_i} + \\ + \frac{1}{p_i^2\,\mathrm{sh}(p_i h_i)}\left[\tau''_i\,\mathrm{sh}\,p_i(x_{i+1} - x) + \tau''_{i+1}\,\mathrm{sh}\,p_i(x - x_i)\right].$$

В предельных случаях ($p_i \to 0,\ p_i \to \infty$) сплайн с натяжением вырождается в кубический сплайн или ломаную кривую.

Расчет проводится следующим образом:

1. Строится интерполяционная кривая, соответствующая $p_i = 0$ для всех i, т. е. определяется кубический сплайн, играющий роль нулевого приближения.

2. Проверяется выполнение неравенств $\tau''_i\, b_i > 0$ и если обнаруживаются ложные точки перегиба, то с помощью итераций обеспечивается выполнение неравенств $\tau''_i\, b_i > 0$ $\left(b_i = \frac{\left(f_{i+1} - f_i\right)}{h_i} - \frac{\left(f_i - f_{i-1}\right)}{h_{i-1}}\right)\Bigg|_1^{N+1}$.

Сравнение экспоненциального сплайна с натяжением и кубического сплайна представлено на рис. 1. Расстояние между кривыми для экспоненциального сплайна с натяжением составляет: рис. 1, *а* – 0,0015, *б* – 0,0016, а для кубического сплайна: рис. 1, *а* – 0,294, *б* – 0,206 (шаг $h = 0.2$).

Объединяя модуль анализа многопроводных линий передачи с линейными нагрузками и модуль сплайн-аппроксимации, получаем программный комплекс, позволяющий анализировать нерегулярные связанные линии передачи с нелинейными нагрузками.

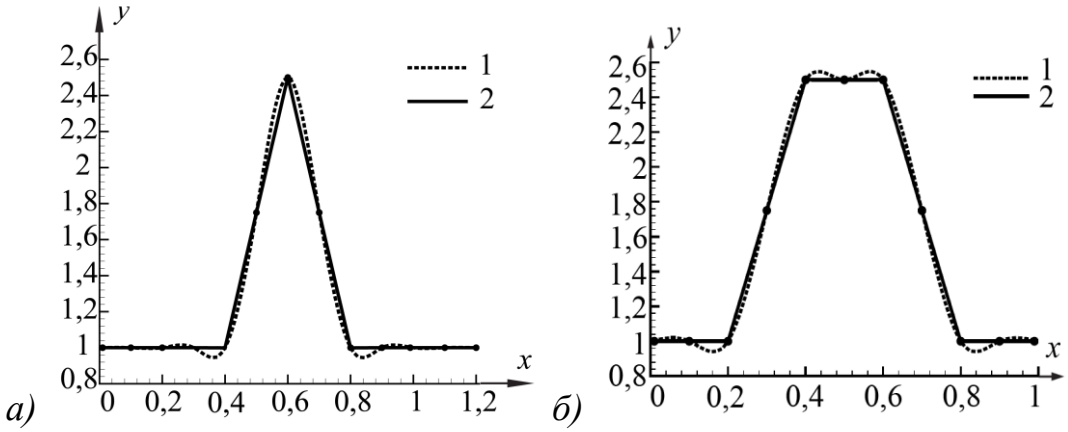

Рис. 1. Аппроксимация формы сигнала а) треугольный импульс, б) трапециевидный импульс (1– кубический сплайн, 2 – сплайн с натяжением)

Вторая глава содержит описание вычислительного алгоритма расчета помех отражения и перекрестных наводок при передаче наносекундных импульсов в нерегулярных связанных линиях с нелинейными нагрузками сравнение с рядом тестовых задач.

В ***первом параграфе*** описывается построение граничных условий для многосегментной однородной линии и описание посредством её нерегулярной линии.

Нерегулярная линия передачи, у которой вдоль некоторой выбранной пространственной координаты x изменяются характерные размеры области поперечного (по отношению к оси Ox сечения или (и) диэлектрическая и магнитная проницаемости среды, заполняющей линию, представляется каскадным соединением однородных линий передачи с различными, но постоянными в пределах каждого сегмента, волновыми сопротивлениями. В результате получают многосегментную линию передачи, с собственными характеристиками каждого однородного сегмента. При анализе многосегментной линии разделение волн на прямые и обратные оказывается недостаточным. Волна, падающая на узел соединения двух линий, имеющих разные параметры, разделяется на две, одна из которых переходит из первой линии во вторую, а другая отражается от места соединения двух линий. Граничные условия и коэффициенты отражения и преломления определяются для каждого сегмента исходя из характеристик элементов в узлах и значений амплитуд волн, приходящих из соседних сегментов:

$$\begin{aligned} u_i(0,t) &= \sum_i K_i^r \cdot u_{i-1}^+ + K_i^s \cdot u_i^-, \qquad & i_i(0,t) &= \sum_i K_i^r \cdot u_{i-1}^+ - K_i^s \cdot u_i^- \\ u_i(l,t) &= \sum_i K_i^r \cdot u_i^+ + K_i^s \cdot u_{i+1}^-, \qquad & i_i(l,t) &= \sum_i K_i^r \cdot u_i^+ - K_i^s \cdot u_{i+1}^- \end{aligned},$$

где u_i и i_i – напряжение и сила тока в i-м сегменте, u_i^+ и i_i^+ – падающая волна в i-м сегменте, u_i^- и i_i^- – отраженная волна в i-м сегменте, K_i^r – коэффициент

преломления для приходящей из $(i-1)$-го сегмента волны, K_i^s – коэффициент отражения падающей волны от конца i-го сегмента, K_i^r – коэффициент отражения отраженной волны от начала i-го сегмента, K_i^s – коэффициент преломления для приходящей из $(i+1)$-го сегмента волны. Критерием разбиения является выполнение условия $\lambda_{\min} \le l_в$ (погонная длина электрически длинной линии не меньше минимальной длины волны в спектре сигнала).

Во втором параграфе описывается основной алгоритм расчета помех отражения и перекрестных наводок при передаче наносекундных импульсов в нерегулярных связанных линиях передачи с нелинейными нагружающими элементами.

В третьем параграфе приводится описание решения ряда тестовых задач расчета помех отражения и перекрестных наводок для различных конфигураций и параметров линий. Проводится сравнение с результатами аналитических расчетов, опубликованными результатами других авторов, экспериментальными данными, результатами расчетов САПР.

Пример 1. Рассмотрим нерегулярную линию передачи[1].

Дано: Объект в виде нерегулярной линии передачи (AR-процессор) и эквивалентная 8-ми секционная линия передачи. Параметры линии: общая длина $l = 210{,}65$ мм, все секции одной длины. Нагрузка в начале и в конце линии $R_0 = R_1 = 50$ Ом. Волновые сопротивления секций: $Z_1 = 57{,}98$ Ом/м, $Z_2 = 102{,}7$ Ом/м, $Z_3 = 156{,}32$ Ом/м, $Z_4 = 66{,}27$ Ом/м, $Z_5 = 18{,}02$ Ом/м, $Z_6 = 77{,}46$ Ом/м, $Z_7 = 46{,}62$ Ом/м, $Z_8 = 52{,}11$ Ом/м. В линию подается импульс (рис. 2, *а*).

Требуется: Найти значения напряжения в конце эквивалентной многосегментной структуры, получить форму сигнала на приемнике и сравнить полученные результаты с авторскими.

Во время прохождения сигнала по линии, при переходе из одной секции в другую, он претерпевает изменения из-за несогласованности секций между собой (различные волновые сопротивления). Форма сигнала на приемнике (рис. 2, *в*), полученная в результате численного моделирования прохождения сигнала в 8-ми секционной линии передачи, с графической точностью совпадает с опубликованными результатами (рис. 2, *б*).

---

[1] Pan T.-W., Hsue C.-W. Modified Transmission and Reflection Coefficients of Nonuniform Transmission Lines and Their Applications // IEEE Transactions on microwave theory and techniques. 1998. Vol. 46. № 12. P. 2092-2097.

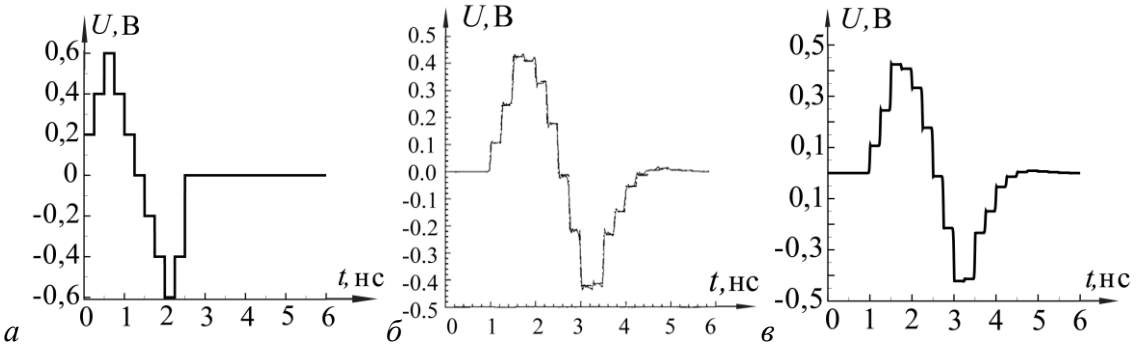

Рис. 2. Прохождение сигнала по линии: *а* – форма сигнала на входе линии передачи; *б* – значение напряжения на конце линии передачи; *в* – значение напряжения на конце линии передачи (результат, полученный автором)

Пример 2. Сравнение с экспериментальными данными

Дано: Объект в виде двух последовательно соединенных линий передачи (рис. 3) и экспериментальные данные, полученные в лаборатории с помощью программного обеспечения «ИмпульсМ» для векторного измерителя характеристик цепей Р4-И-01.

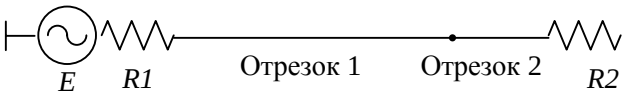

Таблица 2

	Отрезок 1	Отрезок 2
L	494,6 нГн/м	750 нГн/м
C	62,8 пФ/м	133 пФ/м
R	R_1=50 Ом, $R_2 = \infty$ Ом	

Рис. 3. Структура из двух последовательно соединенных отрезков

Первый отрезок – кабель РК-50-2-21 длиной 22 м, второй – кабель RG-6U длиной 5 м. В линию подается тестовый сигнал «Видеоимпульс» (амплитуда – 1 В, длительность – 0,1 мкс) и «Хэвисайда функция» (амплитуда – 1 В). Линия разомкнута на конце (параметры линии представлены в табл. 2).

Требуется: Провести сравнение с полученными экспериментальными данными и оценить погрешность расчета.

На рис. 4 представлены результаты экспериментальных измерений напряжения в начале исследуемой структуры (пунктирная линия): рис. 4, *а* – на вход линии подается сигнал «Хэвисайда функция», рис. 4 *б* – на вход линии подается сигнал «Видеоимпульс». Сплошной линией на рис. 4 представлена форма напряжения в начале линии при подаче в линию сигнала «Хэвисайда функция» (рис. 4, а) и «Видеоимпульс» (рис. 4, б). Из рисунков видны хорошие совпадения форм сигнала и пиковых значений напряжений. Имеется качественное совпадение с экспериментальными данными, а небольшие отличия вызваны тем, что характеристики кабеля имеют допустимые отклонения (ГОСТ 11326.35-79, волновое сопротивление 50±4 Ом). Погрешность моделирования относительно эксперимента находится в диапазоне 3 % – 8 %.

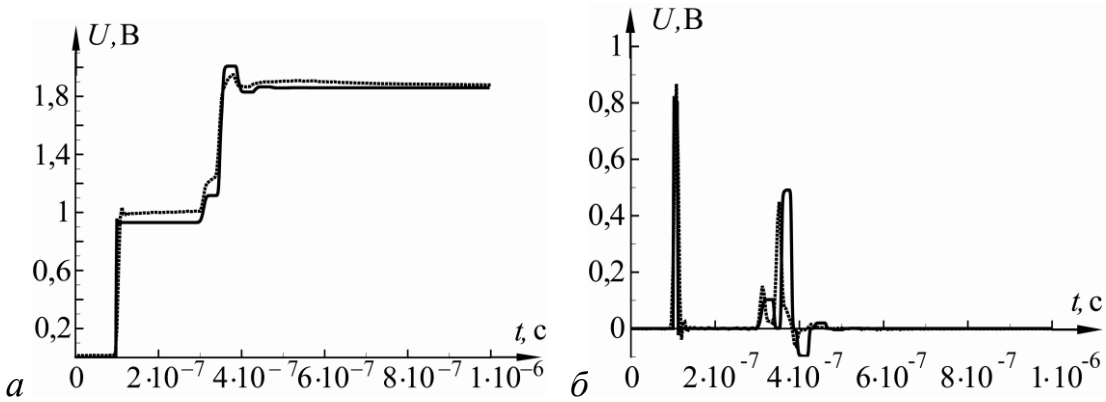

Рис. 4. Форма напряжения в начале линии (сплошная линия – результат численного моделирования, пунктирная – экспериментальные данные)

В **третьей главе** приводятся результаты численного расчета помех отражения и перекрестных наводок в нерегулярные связанные линии передачи с нелинейными нагружающие элементами.

Рассматриваются задачи распространения наносекундных импульсов в структурах комбинированного типа, содержащих нерегулярные связанные линии передачи с произвольной зависимостью параметров от продольной координаты и нелинейными нагружающими элементами.

Пример.1. Нерегулярная линия передачи с затуханием с нелинейной нагрузкой

Дано: Объект в виде нерегулярной (экспоненциальной) линии передачи. Параметры линии: $l = 1$ м, $L^0 = 1$Гн/м, $C^0 = 1$ Ф/м. Индуктивность и емкость изменяются по следующему закону: $L(x) = L^0 e^{\sigma x}$, $C(x) = C^0 e^{-\sigma x}$, $\sigma = \ln 4$. В линию подается колоколообразный импульс (рис. 5):

$e = \exp\left\{-\frac{(t - T_s)^2}{2\Delta_s^2}\right\}$, $T_s = 2c$, $\Delta = 0.2c$. В начале линии подключается нагрузка, вольтамперная характеристика которой представлена на рис. 6. Коэффициент затухания сигнала $\alpha = 7$ Дб.

На рис. 7 представлена форма напряжения в линии (рис. 7, *а* – в начале, рис. 7, *б* – в конце), при подаче в неё колоколообразного импульса. При условии затухания сигнала, амплитуда сигнала при прохождении по линии значительно падает.

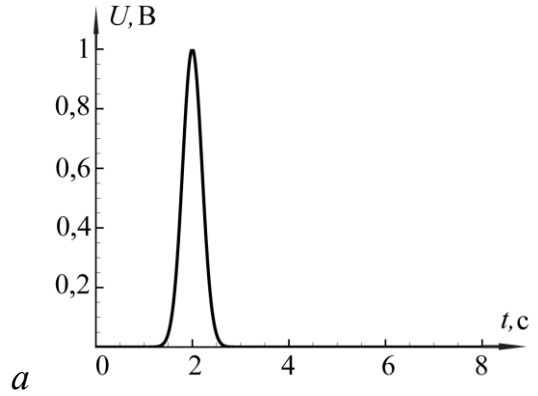

Рис. 5. Колоколообразный импульс

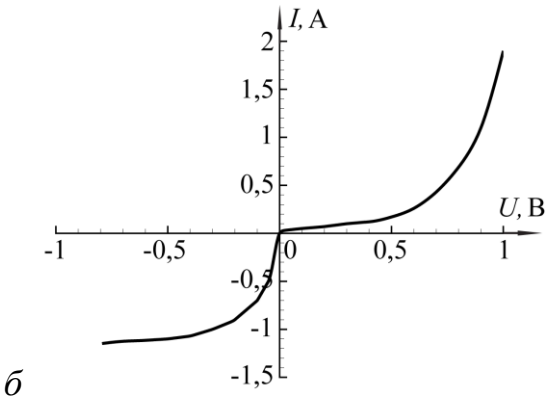

Рис. 6. Вольтамперная характеристика нагрузки

Требуется: Найти значения напряжения на выводах линии и оценить влияние способа аппроксимации нелинейности на перекрестные наводки и помехи отражения.

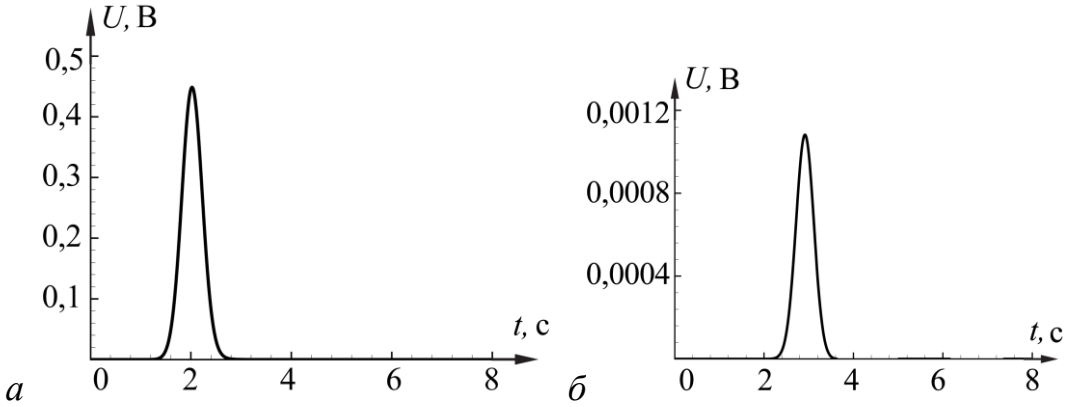

Рис. 7. Форма напряжения: *а* – в начале линии; *б* – в конце линии

Достоверность полученных результатов и корректность программной реализации следует из корректной математической постановки задачи, обоснованным методом решения, а также подтверждается сравнением с опубликованными результатами других авторов, экспериментальными данными и моделированием в САПР ряда тестовых примеров.

ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

В рецензируемых журналах, рекомендуемых ВАК:

1. Трофимов, С. Н. Об аппроксимации характеристик нелинейных элементов с помощью экспоненциального сплайна с натяжением / К. Е. Афанасьев, Е. А. Вершинин, **С. Н. Трофимов** // Вестник Томского государственного университета. – 2006. – № 19. – С. 68 – 74.

2. Трофимов, С. Н. Анализ временного отклика в несогласованных многосегментных линиях связи / К. Е. Афанасьев, Е. А. Вершинин, **С. Н. Трофимов** // Вычислительные технологии. – 2008. – Т. 13. – № 5. – С. 4 – 8.

3. Трофимов, С. Н. Анализ помех отражения в неоднородных многопроводных линиях передачи сигналов / К. Е. Афанасьев, **С. Н. Трофимов** // Вычислительные технологии. – 2010. – Т. 15. – № 3. – С. 13 – 30.

В научных журналах:

4. Трофимов, С. Н. Анализ помех отражения в неоднородных многопроводных линиях передачи сигналов / К. Е. Афанасьев, Е. А. Вершинин, **С. Н. Трофимов** // Вестник ТГУ Управление, вычислительная техника и информатика». – 2009. – № 1 (6). – С. 14 – 25.

5. Трофимов, С. Н. Анализ помех отражения в неоднородных многопроводных линиях передачи / **С. Н. Трофимов** // Вестник КемГУ. – 2009. – Т. 2. – С. 42 – 48.

В трудах конференций:

6. Трофимов, С. Н. Использование метода Годунова для определения отклика в несогласованных линиях / Е. А. Вершинин, **С. Н. Трофимов** // Научная сессия ТУСУР–2006. Всероссийская научно-техническая конференция студентов, аспирантов и молодых ученых. – Томск: В-Спектр. – 2006. – С. 22 – 28.

7. Трофимов, С. Н. Использование метода Годунова для определения отклика в несогласованных линиях / Е. А. Вершинин, **С. Н. Трофимов** // Инновационные недра Кузбасса. IT-технологии: труды VI Всероссийской научно-практической конференции. – Кемерово: ИНТ. – 2007. – С. 275 – 280.

8. Трофимов, С. Н. Аппроксимация вольтамперных характеристик нагружающих цепей многосегментных линий экспоненциальным сплайном / Е. А. Вершинин, **С. Н. Трофимов** // Информационные недра Кузбасса. IT технологии: сборник научных трудов. – Кемерово: ИНТ. – 2008. – С. 294 – 299.

9. Трофимов, С. Н. Решение уравнений длинной линии методом С. К. Годунова / **С. Н. Трофимов** // III Всероссийская научно-практическая конференция «Информационные технологии и математическое моделирование (ИТММ-2004)». – Анжеро-Судженск, 2004. – С. 104 – 105.

10. Трофимов, С. Н. Анализ переходных процессов в линиях связи методом С. К. Годунова / **С. Н. Трофимов** // V Региональная научно-практическая конференция студентов, аспирантов и молодых ученых. – Новокузнецк, 2005. – С. 12 – 13.

11. Трофимов, С. Н. Анализ переходных процессов в линиях связи / **С. Н. Трофимов** // VI Всероссийская конференция молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям. – Кемерово, 2005. – С. 70 – 71.

12. Трофимов, С. Н. Анализ методов исследования линий передач / Е. А. Вершинин, **С. Н. Трофимов** // IV Всероссийская научно-практическая конференция «Информационные технологии и математическое моделирование (ИТММ-2005)». – Анжеро-Судженск, 2005. – С. 104 – 106.

13. Трофимов, С. Н. Сравнение методов Годунова и Рунге-Кутты-Фельдберга при анализе холостого хода в двухпроводной линии / Е. А. Вершинин, **С. Н. Трофимов** // V Всероссийская научно-практическая конференция «Недра Кузбасса. Инновации–2006». – Кемерово, 2006. – С. 106 – 109.

14. Трофимов, С. Н. Сравнение двух интерполяционных сплайнов при аппроксимации формы входных сигналов и вольтамперных характеристик / Е. А. Вершинин, **С. Н. Трофимов** // Всероссийской научно-технической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Научная сессия ТУСУР – 2008». – Томск, 2008. – С. 37 – 39.

15. Трофимов, С. Н. Анализ помех отражения в неоднородных многопроводных линиях передачи / К. Е. Афанасьев, Е. А. Вершинин, **С. Н. Трофимов** // Сборник научных трудов Всероссийской научно-технической конференции молодых ученых и студентов «Современные проблемы радиоэлектроники». – Красноярск, 2009. – С. 134 – 137.

Редактор Л. М. Борискина

Подписано к печати 6.07.2010 г. Формат 60×84 1/16.
Печать офсетная. Бумага офсетная № 1. Печ. л. 1,25. Уч.-изд. л. 1,25.
Тираж 100 экз. Заказ № 94.

ГОУ ВПО «Кемеровский государственный университет».
650043, Кемерово, ул. Красная, 6.
Отпечатано на участке оперативной полиграфии КемГУ.