

Судыко Елена Александровна

**ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛЕЙ RQ-СИСТЕМ С КОНФЛИКТАМИ
ЗАЯВОК В УСЛОВИИ БОЛЬШОЙ ЗАДЕРЖКИ**

05.13.18 – Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Работа выполнена на кафедре теории вероятностей и математической статистики Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Национальный исследовательский Томский государственный университет»

Научный руководитель: доктор технических наук,
профессор Назаров Анатолий Андреевич

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор Змеев Олег Алексеевич

кандидат физико-математических наук,
доцент Вавилов Вячеслав Анатольевич

Ведущая организация: Балтийский федеральный университет имени
Иммануила Канта, г. Калининград

Защита состоится 15 декабря 2011 г. в 10.30 на заседании диссертационного совета Д 212.267.08 при Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Национальный исследовательский Томский государственный университет» по адресу: 634050, г. Томск, пр. Ленина, 36, корп. 2, ауд. 102.

Отзывы на автореферат (в двух экземплярах), заверенные гербовой печатью организации, просим направлять по адресу: 634050, г. Томск, пр. Ленина, 36, ученому секретарю ТГУ Буровой Н.Ю.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке Томского государственного университета.

Автореферат разослан 11 ноября 2011 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
доктор технических наук, профессор



А.В. Скворцов

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. Активное развитие научно-технического прогресса во второй половине XX в. привело к существенным изменениям в области вычислительной техники и средств связи. Однако применение классических моделей систем массового обслуживания к исследованию процессов в телекоммуникационных сетях, которые представляют собой совокупность технических и программных средств для передачи информации, давало достаточно грубые результаты. Поэтому появилась необходимость создания адекватных математических моделей систем массового обслуживания применимых к реальным телекоммуникационным системам.

RQ-системы. Одни из таких моделей, используемые для анализа и исследования процессов функционирования телекоммуникационных и компьютерных систем – модели с повторной очередью (retrial queueing systems, RQ-системы), определенные Г.И. Фалином (G.I. Falin). Принципиальное отличие RQ-систем от классических систем массового обслуживания состоит в том, что заявки, пришедшие в систему и обнаружившие прибор занятым, не покидают систему, а присоединяются к повторной очереди с тем, чтобы попытаться занять прибор в будущем.

Исследованию RQ-систем посвящено большое количество работ. Только в монографии Д.Р. Арталехо (J.R. Artalejo) приведено более семисот ссылок на издания различного уровня.

В данной диссертационной работе рассмотрены RQ-системы с ситуацией конфликта заявок, которая подразумевает, что заявка, нашедшая прибор занятым в момент прибытия ее в систему, и заявка, находящаяся на обслуживании, вступают в конфликт.

Г.Л. Ионин (G.L. Jonin) и Г.И. Фалин (G.I. Falin) и Ю.И. Сухарев (Yu.I. Sukharev) проанализировали RQ-систему с конфликтами, которая носит название системы с двойным соединением. Б.Д. Чои (B.D. Choi) и соавт. рассматривали RQ-систему с конфликтами заявок, управляемую протоколом случайного множественного доступа CSMA-CD. Также вопросами анализа RQ-систем с конфликтами заявок занимались В. Krishna Kumar, G. Vijayalakshmi, A. Krishnamoorthy, S. Sadiq Basha, И.И. Хомичков (I.I. Khomichkov), П. Русков и Б. Димитров, а также В.В. Анисимов (V.V. Anisimov) и Х.Л. Атаджанов (H.L. Atadzanov), А.А. Назаров.

Для изучения RQ-систем с конфликтами заявок применяют методы аппроксимации, имитационного моделирования, численного анализа. Однако разработанные ранее методы не позволяют получить точные характеристики, аналитические выражения для вероятностей состояний моделируемой системы и учесть все особенности таких моделей, а также выработать методику точного и простого нахождения характеристик таких систем. Именно поэтому, разработка метода нахождения аналитических выражений вероятностно-временных характеристик RQ-систем с конфликтами заявок является актуальной задачей.

Межпредметность рассматриваемых моделей. Математические модели систем массового обслуживания широко применяются при исследовании про-

цессов в системах управления промышленными предприятиями, в сфере обслуживания, в различных экономических системах, системах телекоммуникации и т.п.

RQ-системы возникли как аппарат для моделирования систем телефонии. Применение таких моделей для исследования компьютерных сетей тоже оказалось достаточно продуктивным.

RQ-системы с конфликтами заявок применяются при проектировании различных сетей и протоколов передачи данных (Ethernet, EtherTalk, G-Net, использующих протокол CSMA/CD).

Целью работы является модификация метода асимптотического анализа RQ-систем с конфликтами заявок в условии больших задержек в виде нового метода асимптотических семиинвариантов, набора численных методов для расчета допредельных вероятностно-временных характеристик RQ-систем, а также разработка комплекса проблемно-ориентированных программ, реализующих предложенные численные методы.

В рамках указанной цели были **поставлены и решены следующие задачи:**

1. Модификация метода асимптотического анализа для исследования RQ-систем с конфликтами заявок в виде метода асимптотических семиинвариантов для целого класса рассматриваемых моделей с использованием характеристических функций и матричного подхода в условии больших задержек, позволяющего находить аналитические выражения для вероятностно-временных характеристик таких систем.

2. Разработка численных методов расчета допредельных вероятностно-временных характеристик RQ-систем с конфликтами заявок.

3. Разработка комплекса проблемно-ориентированных программ, реализующих предложенные численные методы.

Научная новизна:

1. Разработана модификация метода асимптотического анализа для исследования RQ-систем с конфликтами заявок в виде нового метода асимптотических семиинвариантов в предельном условии большой задержки. Предложенный метод устанавливает вид предельной характеристической функции в форме экспоненты с алгебраическим показателем, коэффициенты которого определяют асимптотические семиинварианты; позволяет последовательно находить аппроксимации допредельного распределения вероятностей состояний системы всё более высокого порядка; отличается возможностью получения семиинвариантов порядка выше двух и обобщает метод гауссовской аппроксимации.

2. Впервые получены эргодические условия для RQ-систем с конфликтами заявок и математических моделей компьютерных сетей связи, управляемых протоколом случайного множественного доступа в виде RQ-систем с конфликтами заявок и оповещением о конфликте, позволяющие определять условия существования стационарного режима в рассматриваемых системах.

3. На основе предложенной модификации метода асимптотического анализа RQ-систем с конфликтами заявок, а также в допредельной ситуации, разра-

ботаны численные методы исследования RQ-систем с конфликтами заявок, позволяющие находить различные вероятностно-временные характеристики рассматриваемых систем в допредельной ситуации с более высокой точностью, чем методы-аналоги.

Положения, выносимые на защиту:

1. Метод асимптотических семиинвариантов для исследования RQ-систем с конфликтами заявок в предельном условии растущей задержки.

2. Вид предельной характеристической функции в форме экспоненты с алгебраическим показателем, коэффициенты которого определяют асимптотические семиинварианты.

3. Алгоритм последовательного нахождения асимптотических семиинвариантов для определения аппроксимаций допредельного распределения вероятностей состояний системы все более высокого порядка.

4. Вероятностно-временные характеристики RQ-систем с конфликтами заявок: распределение вероятностей состояний прибора, распределение вероятностей числа заявок в ИПВ, характеристическая функция состояний RQ-систем, семиинварианты.

5. Условия существования стационарного режима в RQ-системах.

6. Условия применимости асимптотических результатов в допредельной ситуации.

7. Численные методы для исследования вероятностно-временных характеристик RQ-систем с конфликтами заявок, а также комплекс проблемно-ориентированных программ, реализующий предложенные численные методы.

Методы исследования. Основная часть исследований работы носит теоретический характер и посвящена рассмотрению RQ-систем с конфликтами заявок. В ходе исследования рассмотренных моделей применялся аппарат теории матриц, теории вероятностей, теории случайных процессов, теории массового обслуживания, теории дифференциальных уравнений. В работе использовались методы асимптотического анализа.

Теоретическая значимость работы заключается в разработке методики к исследованию RQ-систем с конфликтами заявок, которая может быть расширена для целого класса моделей теории RQ-систем.

Практическая ценность. Результаты работы могут быть рекомендованы для использования компаниям, разрабатывающим перспективные телекоммуникационные сети, программное обеспечение, протоколы передачи данных, а также фирмам, занимающимся оптимизацией их работы. Практическая ценность разработанного комплекса проблемно-ориентированных программ заключается в возможности его использования в оценке качества функционирования сети путем изменения значений управляющих параметров.

Достоверность и обоснованность всех полученных в диссертации результатов подтверждается строгим математическим исследованием с использованием методов теории вероятностей и случайных процессов, теории массового обслуживания, дифференциального и интегрального исчисления.

Личное участие автора в получении результатов, изложенных в диссертации. Постановка изложенных в диссертации задач была сделана научным руководителем аспиранта, доктором технических наук, профессором, А.А. Назаровым, который указал основные направления исследования и принимал участие в обсуждении результатов. Доказательство и обоснование полученных в диссертации результатов, математические выкладки, численные расчеты выполнены лично автором. В совместных публикациях научному руководителю А.А. Назарову принадлежат постановки задач и указания основных направлений исследований, а основные результаты, выкладки и численные расчеты выполнены диссертантом.

Апробация работы. Основные положения работы и отдельные ее результаты докладывались и обсуждались на следующих научных конференциях:

1. XII – XV Всероссийская научно-практическая конференция «Научное творчество молодежи». Анжеро-Судженск, 2008 – 2011 гг.

2. Международная научная конференция «Теория вероятностей и, случайные процессы, математическая статистика и приложения». г. Минск, 2008 г.

3. VII – IX Международная научно-практическая конференция с международным участием «Информационные технологии и математическое моделирование». Анжеро-Судженск, 2008 – 2010 гг.

4. Международная научная конференция «Современные математические методы анализа и оптимизации информационно-телекоммуникационных сетей». Минск, 2009 г.

5. VIII Международная конференция по финансово-актуарной математике и смежным вопросам. Красноярск, 2009 г.

6. Международная конференция по финансово-актуарной математике и эвентоконвергенции технологий. г. Красноярск, 2010 г.

7. The third international Conference «Problems of Cybernetics and Informatics» (PCI'2010). Вак, 2010.

8. International conference «Modern Stochastics: Theory and Applications II», Kiev, 2010.

9. VIII Российская конференция с международным участием «Новые информационные технологии в исследовании сложных структур». Томск, 2010.

Работа выполнена при поддержке АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы (2009 – 2011 гг.)» Федерального агентства по образованию по проекту «Разработка методов исследования немарковских систем массового обслуживания и их применение к сложным экономическим системам и компьютерным сетям связи».

Публикации. По результатам выполненных исследований автором опубликовано 17 печатных работ, в том числе 6 статей, из которых 5 в изданиях, рекомендованных списком ВАК.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы из 133 наименований. Общий объем работы составляет 163 страницы, в том числе основной текст – 149 страниц.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность работы, сформулирована цель и задачи диссертационного исследования, изложена его научная новизна, раскрыты теоретическое значение и практическая ценность полученных результатов, кратко излагается содержание диссертационной работы.

В первой главе проводятся исследования марковских RQ-систем с конфликтами заявок методом асимптотических семиинвариантов в предельном условии растущего времени задержки заявки в источнике повторных вызовов.

Случайный процесс $\{l(t), i(t)\}$ изменения во времени состояний RQ-системы с конфликтами заявок и простейшим входящим потоком является двумерной цепью Маркова, где $i(t)$ – число заявок в источнике повторных вызовов (ИПВ) в момент времени t , а $l(t)$ определяет состояние прибора в момент времени t следующим образом:

$$l(t) = \begin{cases} 0, & \text{если прибор свободен;} \\ 1, & \text{если прибор занят.} \end{cases}$$

В параграфе 1.2. выполнено допредельное исследование RQ-системы с конфликтами заявок и простейшим входящим потоком и найден явный вид семиинвариантов первых шести порядков.

В параграфе 1.3 проводится исследование RQ-системы с конфликтами заявок и входящим МАР-потоком методом асимптотических семиинвариантов в условии растущего времени задержки заявки в ИПВ, т.е. $\sigma \rightarrow 0$.

Для МАР-потока была введена дополнительная переменная $k(t)$ – значения цепи Маркова, управляющей входящим МАР-потоком и рассмотрен случайный процесс $\{l(t), k(t), i(t)\}$, который является цепью Маркова. Для этого марковского процесса определены характеристические функции

$$H(l, k, u) = \sum_i e^{ju i} P(l, k, i), \quad l = \{0, 1\},$$

и составлена следующая векторно-матричная система дифференциальных уравнений Колмогорова

$$j\sigma \frac{\partial \mathbf{H}(u)}{\partial u} \mathbf{A}(ju) = \mathbf{H}(u) \mathbf{B}(ju), \quad (1)$$

для векторной характеристической функции

$$\mathbf{H}(u) = \{H(0,1,u), H(1,1,u), H(0,2,u), H(1,2,u), \dots\}.$$

Здесь блочные матрицы $\mathbf{A}(ju)$ и $\mathbf{B}(ju)$ являются матрицами коэффициентов системы уравнений Колмогорова относительно характеристических функций $H(l, k, u)$

$$\mathbf{A}(ju) = \begin{pmatrix} -\mathbf{I} & e^{-ju} \mathbf{I} \\ e^{ju} \mathbf{I} & -\mathbf{I} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B}(ju) = \begin{pmatrix} \mathbf{Q} - \mathbf{L} - \mathbf{Y} & \mathbf{L} + \mathbf{Y} \\ \mu \mathbf{I} + e^{2ju} (\mathbf{L} + \mathbf{Y}) & \mathbf{Q} - \mathbf{L} - \mathbf{Y} - \mu \mathbf{I} \end{pmatrix},$$

где \mathbf{Q} – матрица инфинитезимальных характеристик, управляющей цепи Маркова $k(t)$, а \mathbf{Y} – матрица из элементов $d_{k_1 k_2} q_{k_1 k_2}$, величины $d_{k_1 k_2}$ – элементы матрицы \mathbf{D} вероятностей наступления событий МАР-потока в момент изменения

состояния управляющей цепи Маркова, Λ – диагональная матрица условных интенсивностей МАР-потока, \mathbf{I} – единичная матрица.

Применяя метод асимптотических семиинвариантов, доказаны следующие утверждения.

Теорема 1.1. *Предельное при $\varepsilon \rightarrow 0$ значение $\mathbf{F}_1(w)$ решения $\mathbf{F}_1(w, \varepsilon)$ уравнения*

$$j \frac{\partial \mathbf{F}_1(w, \varepsilon)}{\partial w} \mathbf{A}(j\varepsilon w) = \mathbf{F}_1(w, \varepsilon) \mathbf{B}(j\varepsilon w),$$

полученного выполнением в (1) замен

$$\sigma = \varepsilon, \quad u = \varepsilon w, \quad \mathbf{H}(u) = \mathbf{F}_1(w, \varepsilon),$$

имеет вид $\mathbf{F}_1(w) = \mathbf{R} e^{jw\kappa_1}$, где вектор $\mathbf{R} = \{\mathbf{R}(0), \mathbf{R}(1)\}$ является решением системы

$$\mathbf{R}(\mathbf{B}_0 + \kappa_1 \mathbf{A}_0) = 0, \quad (2)$$

удовлетворяющим условию нормировки $\mathbf{R}\mathbf{E} = 1$, а компоненты вектора \mathbf{R} определяются из равенств

$$\mathbf{R}(0) + \mathbf{R}(1) = \mathbf{r}, \quad \mathbf{r}\mathbf{E} = 1, \quad \mathbf{r}\mathbf{Q} = 0,$$

величина κ_1 является решением нелинейного скалярного уравнения

$$\mathbf{R}(\mathbf{B}_1 + \kappa_1 \mathbf{A}_1) \mathbf{E} = 0, \quad (3)$$

где вектор $\mathbf{R} = \mathbf{R}(\kappa_1)$ зависит от κ_1 и является решением системы (2) и условия нормировки.

Для получения асимптотических семиинвариантов более высокого порядка в уравнении

$$j\sigma \frac{\partial \mathbf{H}_m(u)}{\partial u} \mathbf{A}(ju) = \mathbf{H}_m(u) \left[\mathbf{B}(ju) + \sum_{i=0}^{m-2} \kappa_{i+1} \frac{(ju)^i}{i!} \mathbf{A}(ju) \right] \quad (4)$$

выполним замены

$$\mathbf{H}_m(u) = \mathbf{H}_{m+1}(u) \exp \left\{ \frac{(ju)^m}{m!} \frac{\kappa_m}{\sigma} \right\}, \quad \sigma = \varepsilon^{m+1}, \quad u = \varepsilon w, \quad \mathbf{H}_{m+1}(u) = \mathbf{F}_{m+1}(w, \varepsilon).$$

Тогда уравнение (4) примет вид

$$j\varepsilon^m \frac{\partial \mathbf{F}_{m+1}(w, \varepsilon)}{\partial w} \mathbf{A}(j\varepsilon w) = \mathbf{F}_{m+1}(w, \varepsilon) \left[\mathbf{B}(j\varepsilon w) + \sum_{i=0}^{m-1} \kappa_{i+1} \frac{(j\varepsilon w)^i}{i!} \mathbf{A}(j\varepsilon w) \right]. \quad (5)$$

Теорема 1.2. *Предельное при $\varepsilon \rightarrow 0$ значение $\mathbf{F}_{m+1}(w)$ решения $\mathbf{F}_{m+1}(w, \varepsilon)$ уравнения (5) имеет вид*

$$\mathbf{F}_{m+1}(w) = \mathbf{R} \exp \left\{ \frac{(jw)^{m+1}}{(m+1)!} \kappa_{m+1} \right\},$$

где вектор $\mathbf{R} = \{\mathbf{R}(0), \mathbf{R}(1)\}$ определен в теореме 1.1, а скалярная величина κ_{m+1} определяется формулой

$$\kappa_{m+1} = - \frac{\frac{1}{m+1} \left[\sum_{n=2}^m C_{m+1}^n \mathbf{f}_{m+1-n} \left(\mathbf{B}_n + \sum_{k=0}^{n-1} C_n^k \kappa_{k+1} \mathbf{A}_{n-k} \right) + \mathbf{R} \left(\mathbf{B}_{m+1} + \sum_{k=0}^{m-1} C_{m+1}^k \kappa_{k+1} \mathbf{A}_{m+1-k} \right) \right] \mathbf{E}}{\mathbf{R} \mathbf{A}_1 \mathbf{E} + \mathbf{g}(\mathbf{B}_1 + \kappa_1 \mathbf{A}_1) \mathbf{E} - \frac{\mathbf{g}_m(\mathbf{B}_1 + \kappa_1 \mathbf{A}_1) \mathbf{E}}{\mathbf{R} \mathbf{A}_1 \mathbf{E} + \mathbf{g}(\mathbf{B}_1 + \kappa_1 \mathbf{A}_1) \mathbf{E}}}, \quad (6)$$

уравнения, определяющие векторы \mathbf{g} и \mathbf{g}_m приведены в диссертации, а векторы \mathbf{f}_v для $v = \overline{1, m-1}$ определяются равенствами $\mathbf{f}_v = \mathbf{g}_v + \kappa_{v+1} \mathbf{g}$.

Функцию $h_v(u) = \exp \left\{ \sum_{i=1}^v \frac{(ju)^i}{i!} \frac{\kappa_i}{\sigma} \right\}$ будем называть асимптотикой v -го по-

рядка. Тогда величину κ_v / σ будем называть асимптотическим семиинвариантом v -го порядка.

Приводится частный случай RQ-системы с конфликтами заявок с входящим МАР-потокком для случая входящего ММР-поттока и простейшего входящего потока. Для этих RQ-систем справедливы сформулированные теоремы 1.1 и 1.2.

В параграфе 1.4 производится сравнение результатов (семиинвариантов и распределений вероятностей числа заявок в ИПВ) допредельного и асимптотического исследований RQ-системы с конфликтами заявок и простейшим входящим потоком для определения области применимости асимптотического метода. Построена таблица значений расстояния Колмогорова между допредельным и асимптотическим распределением вероятностей числа заявок в ИПВ, найденных при помощи обратного преобразования Фурье, для различных значений параметра σ .

Во второй главе выполнены исследования немарковских RQ-систем с конфликтами заявок при помощи метода асимптотических семиинвариантов в предельном условии растущего времени задержки заявки в источнике повторных вызовов, т.е. $\sigma \rightarrow 0$.

В параграфе 2.1 определяются условия существования стационарного режима в немарковской RQ-системе с простейшим входящим потоком.

Так как случайный процесс $i(t)$ для рассматриваемой RQ-системы является полумарковским, а эргодические свойства полумарковского процесса полностью определяются эргодическими свойствами его вложенной цепи Маркова, то для рассматриваемого процесса $i(t)$ определили его вложенную цепь и выполнили исследование ее эргодических свойств.

Применяя эргодическую теорему Мустафы, определили условия существования стационарного режима для построенной цепи Маркова:

1. При $0 < B'(0) < \infty$

$$\rho < S = \frac{b}{2} B'(0),$$

где величина загрузки $\rho = \lambda b$, величина S – пропускная способность системы, $B'(0) = B'(x)|_{x=0}$ – значение производной в нуле от функции распределения $B(x)$,

b – среднее значение времени обслуживания в рассматриваемой RQ-системе, то есть

$$b = \int_0^{\infty} x dB(x).$$

2. При $B'(0) = \infty$ цепь Маркова является эргодической при любых значениях загрузки $\rho = \lambda b$.

В параграфе 2.2 выполнено асимптотическое исследование немарковской RQ-системы с входящим MАР-потокком в предельном условии растущего времени задержки заявки в ИПВ методом асимптотических семиинвариантов до третьего порядка.

Для MАР-потока была введена дополнительная переменная $k(t)$ – значения цепи Маркова, управляющей входящим MАР-потокком, и рассмотрен случайный процесс $\{l(t), k(t), i(t)\}$.

Так как случайный процесс $\{l(t), k(t), i(t)\}$ изменения во времени состояний $\{l, k, i\}$ рассматриваемой RQ-системы является немарковским, поэтому для значения $l(t)=1$ (состояние занятости прибора) определили дополнительную переменную $z(t)$, равную длине интервала от момента t до момента окончания обслуживания заявки, стоящей на приборе в момент времени t .

Асимптотическое исследование данной RQ-системы выполнено при помощи метода асимптотических семиинвариантов при выполнении предельного условия растущего времени задержки заявки в источнике повторных вызовов, т.е $\sigma \rightarrow 0$. Реализация асимптотического метода аналогична изложенному в главе 1.

Приводится частный случай немарковской RQ-системы с конфликтами заявок с входящим MАР-потокком для случая простейшего входящего потока.

В третьей главе выполнены исследования математических моделей компьютерных сетей связи, управляемых протоколом случайного множественного доступа с оповещением о конфликте при помощи метода асимптотического анализа в условии растущей задержки.

В параграфе 3.2 RQ-система с конфликтами заявок, оповещением о конфликте и конечным числом абонентских станций (N) исследуется при помощи метода асимптотического анализа в предельном условии растущего числа абонентских станций.

Случайный процесс $\{l(t), i(t)\}$ изменения во времени состояний RQ-системы с конфликтами заявок и простейшим входящим потокком является двумерной цепью Маркова, где $l(t)$ определяет состояние прибора в момент времени t следующим образом:

$$l(t) = \begin{cases} 0, & \text{если прибор свободен;} \\ 1, & \text{если прибор занят;} \\ 2, & \text{если прибор находится в состоянии оповещения о конфликте.} \end{cases}$$

Асимптотическое исследование данной RQ-системы выполнено при помощи метода асимптотических семиинвариантов при выполнении предельного

условия растущего числа абонентских станций, т. е. при $N \rightarrow \infty$. Реализация асимптотического метода аналогична подробно изложенному в главе 1.

В параграфе 3.3 доказывається неэргодичность RQ-систем с конфликтами заявок и оповещением о конфликте.

Так как случайный процесс $i(t)$ для рассматриваемой RQ-системы является полумарковским, а эргодические свойства полумарковского процесса полностью определяются эргодическими свойствами его вложенной цепи Маркова, то для рассматриваемого процесса $i(t)$ определили его вложенную цепь и выполнили исследование ее эргодических свойств.

Применяя условие Каплана и теорему Сеннота, определили, что такая система является неэргодической при любых значениях загрузки $\rho = \lambda b > 0$.

В параграфе 3.5 выполнено асимптотическое исследование немарковской RQ-системы с конфликтами заявок и оповещением о конфликте с простейшим входящим потоком в предельном условии растущего времени задержки заявки в ИПВ, т.е. при $\sigma \rightarrow 0$.

Реализация асимптотического метода аналогична изложенному в главе 1.

Приводится частный случай немарковской RQ-системы с конфликтами заявок и оповещением о конфликте с входящим МАР-потоком для случая экспоненциальных времени обслуживания заявки на приборе и этапа оповещения о конфликте.

В четвертой главе применяются алгоритмы численного анализа RQ-систем с конфликтами заявок и математических моделей компьютерных сетей связи с оповещением о конфликте.

В параграфах 4.2 и 4.3 приводятся численные методы нахождения допредельных вероятностно-временных характеристик рассматриваемых RQ-систем с конфликтами заявок и RQ-систем с конфликтами заявок и оповещением о конфликте.

В параграфе 4.4 производится сравнение асимптотических и допредельных результатов для определения условий применимости асимптотического метода.

Для оценки точности результатов асимптотического метода используется расстояние Колмогорова $\Delta_v = \max_{0 \leq k \leq N} \left| \sum_{i=0}^k P_v(i) - \sum_{i=0}^k P(i) \right|$, где $P_v(i)$ – асимптотическое распределение вероятностей состояний системы, $P(i)$ – допредельное распределение вероятностей, полученное при помощи численного алгоритма.

Приведем некоторые из рассмотренных RQ-систем.

Рассмотрим марковскую RQ-систему с конфликтами заявок и входящим МАР-потоком.

Пусть

$$\sigma = \{0,01; 0,05; 0,1\}, \mu = 1,$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 0,1 & 0 & 0 \\ 0 & 0,2 & 0 \\ 0 & 0 & 0,1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} -0,3 & 0,1 & 0,2 \\ 0,2 & -0,4 & 0,2 \\ 0,2 & 0,3 & -0,5 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0,9 & 0,1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0,5 & 0,5 & 0 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Приведем результаты асимптотического и численного исследований RQ-систем с конфликтами заявок в таблице 4.1.

Таблица 4.1

σ	0,1	0,05	0,01	$\sigma \rightarrow 0$
$\kappa_1(\sigma)$	0,56	0,53	0,51	0,51
$\kappa_2(\sigma)$	1,76	1,67	1,59	1,58
$\kappa_3(\sigma)$	8,09	7,66	7,32	6,65

Приведенные в таблице результаты не противоречат предположению, что с приближением $\sigma \rightarrow 0$ допредельные последовательности сходятся к асимптотическим результатам.

При помощи метода обратного преобразования Фурье, построим асимптотические аппроксимации $P_\nu(i)$ допредельного распределения порядков $\nu = 2, 3$.

Ниже на графиках (рис. 4.1 и 4.2) показаны распределения вероятностей состояний системы, полученные асимптотически $P_3(i)$ и в допредельной ситуации $P(i)$ при заданных значениях параметров (7).

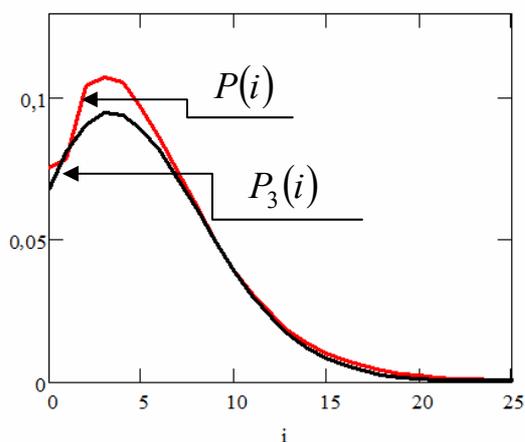


Рис. 4.1. Допредельное и асимптотическое распределения вероятностей числа заявок в ИПВ при $\sigma = 0,1$

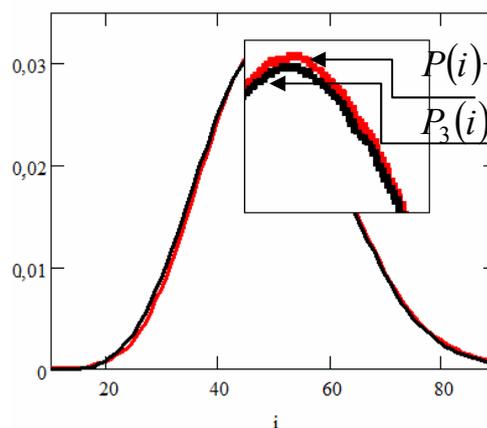


Рис. 4.2. Допредельное и асимптотическое распределения вероятностей числа заявок в ИПВ при $\sigma = 0,01$

В таблице 4.2 приведены значения Δ_ν расстояния Колмогорова между асимптотическими аппроксимациями порядка ν распределения $P_\nu(i)$ состояний системы, найденными в предельном условии $\sigma \rightarrow 0$ и допредельным распределением $P(i)$ при различных значениях величины σ .

Таблица 4.2

σ	0,1	0,05	0,01
Порядок аппроксимации ν			
2	0,107	0,048	0,017
3	0,75	0,041	0,016

Рассмотрим марковскую RQ-систему с конфликтами заявок, оповещением о конфликте и простейшим входящим потоком.

Определим значения параметров следующим образом

$$\sigma = \{0,01; 0,05; 0,1\}, \mu_1 = 5, \mu_2 = 6, \lambda = 0,8. \quad (8)$$

Построим график (рис.4.3) изменения значений функции $\kappa_1(\tau)$ в зависимости от начального условия.

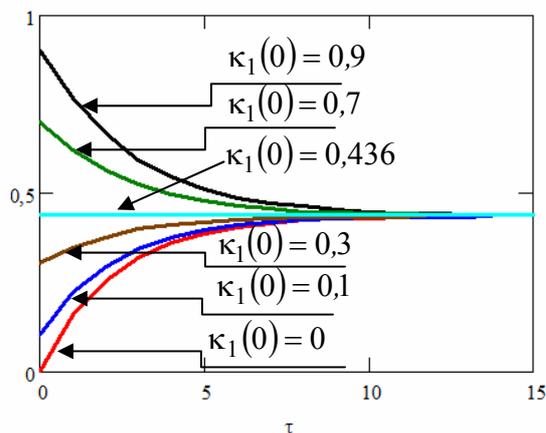


Рис. 4.3. Изменение значений функции $\kappa_1(\tau)$ в зависимости от времени

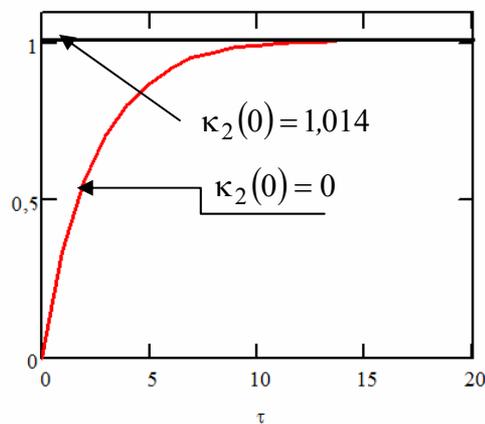


Рис. 4.4. Изменение значений функции $\kappa_2(\tau)$ в зависимости от времени

Из графика 4.3 видно, что с течением времени значения функции $\kappa_1(\tau)$ концентрируются в окрестности точки $\kappa_1(\tau) = 0,436$.

Аналогичным образом проанализируем поведение семиинварианта второго порядка $\kappa_2(\tau)$ с течением времени. Построим график (рис. 4.4) изменения значений функции $\kappa_2(\tau)$ в зависимости от начального условия $\kappa_2(0) = 0$.

Из графика 4.4 видно, что с течением времени значения функции $\kappa_2(\tau)$ концентрируются в окрестности точки $\kappa_2(\tau) = 1,014$.

Таблица 4.3

σ	0,1	0,05	0,01	$\sigma \rightarrow 0$
$\kappa_1(\sigma)$	0,46	0,45	0,44	0,44
$\kappa_2(\sigma)$	1,10	1,06	1,02	1,01
$\kappa_3(\sigma)$	3,66	3,44	3,27	3,23

В последнем столбце таблицы 4.3 приведены результаты асимптотического исследования в виде точки покоя, в которой система стабильно функционирует.

Ниже на графиках (рис. 4.5 и 4.6) показаны распределения вероятностей состояний системы, полученные асимптотически $P_3(i)$ и в допредельной ситуации $P(i)$ при заданных значениях параметров (8).

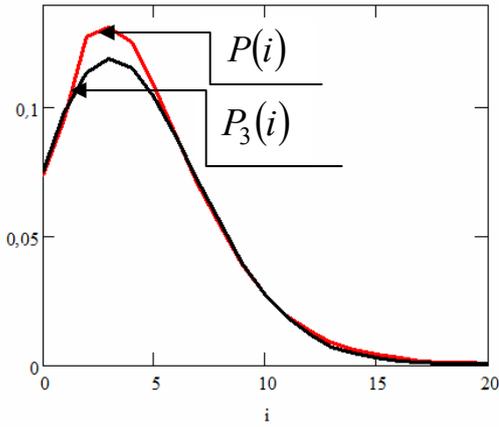


Рис. 4.5. Допредельное и асимптотическое распределения вероятностей числа заявок в ИПВ при $\sigma = 0,1$

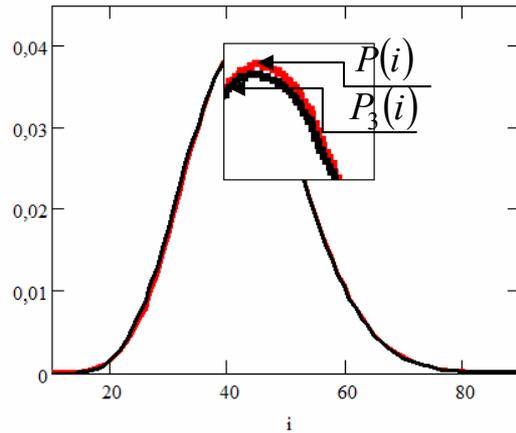


Рис. 4.6. Допредельное и асимптотическое распределения вероятностей числа заявок в ИПВ при $\sigma = 0,01$

В таблице 4.4 приведены значения Δ_ν расстояния Колмогорова между асимптотическими аппроксимациями порядка ν распределения $P_\nu(i)$ состояний системы, найденными в предельном условии $\sigma \rightarrow 0$ и допредельным распределением $P(i)$ при различных значениях величины σ .

Таблица 4.4.

σ			
	0,1	0,05	0,01
Порядок аппроксимации ν			
2	0,099	0,046	0,013
3	0,046	0,037	0,011

В параграфе 4.5 приведено описание разработанного комплекса проблемно-ориентированных программ, реализующих предложенные численные алгоритмы для RQ-систем с конфликтами заявок и оповещением о конфликте.

В комплекс входят следующие приложения:

1. Рекуррентный М-М.
2. Рекуррентный М-Gi.
3. Мегаматричный MAP-М.
4. RQ-F.
5. Рекуррентный М-М-N.
6. Рекуррентный М-М-RQN.
7. Рекуррентный М-Gi-RQN.

Каждое из предложенных приложений реализует численные алгоритмы, подробно изложенные в параграфах 4.2 и 4.3 главы 4.

Работа с приложениями состоит из нескольких этапов.

1 этап. Для проведения расчетов необходим ввод исходной информации. Этап ввода начальных данных представляет список параметров, значения которых необходимо задать, индивидуальный для каждого приложения (рис. 4.7).

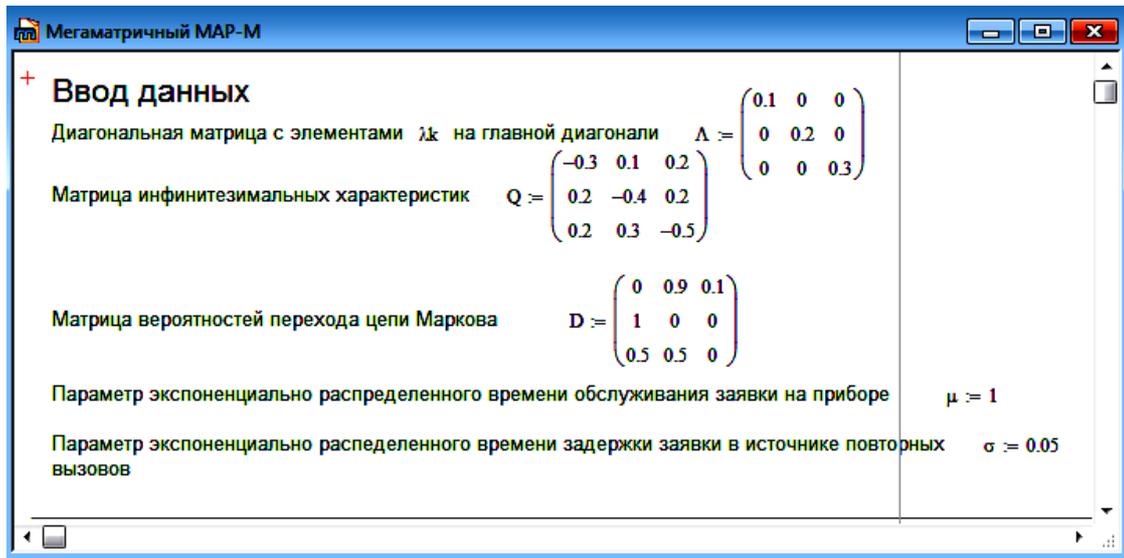


Рис. 4.7. Этап ввода начальных данных в приложении Мегаматричный MAP-M

2 этап. После ввода начальных данных автоматически начинается реализация численных алгоритмов, запрограммированных в теле приложения. Численные методы, реализованные в представленном комплексе программ, подробно изложены в параграфах 4.2 и 4.3.

3 этап. После того как были выполнены предыдущие два этапа, пользователь получает визуализированные результаты «Результаты реализации программы». В качестве результатов работы программы доступна следующая полученная информация: распределение вероятностей числа заявок в ИПВ ($P(i)$) – график и таблица значений, а также допредельные семиинварианты первых трех порядков (рис. 4.8).

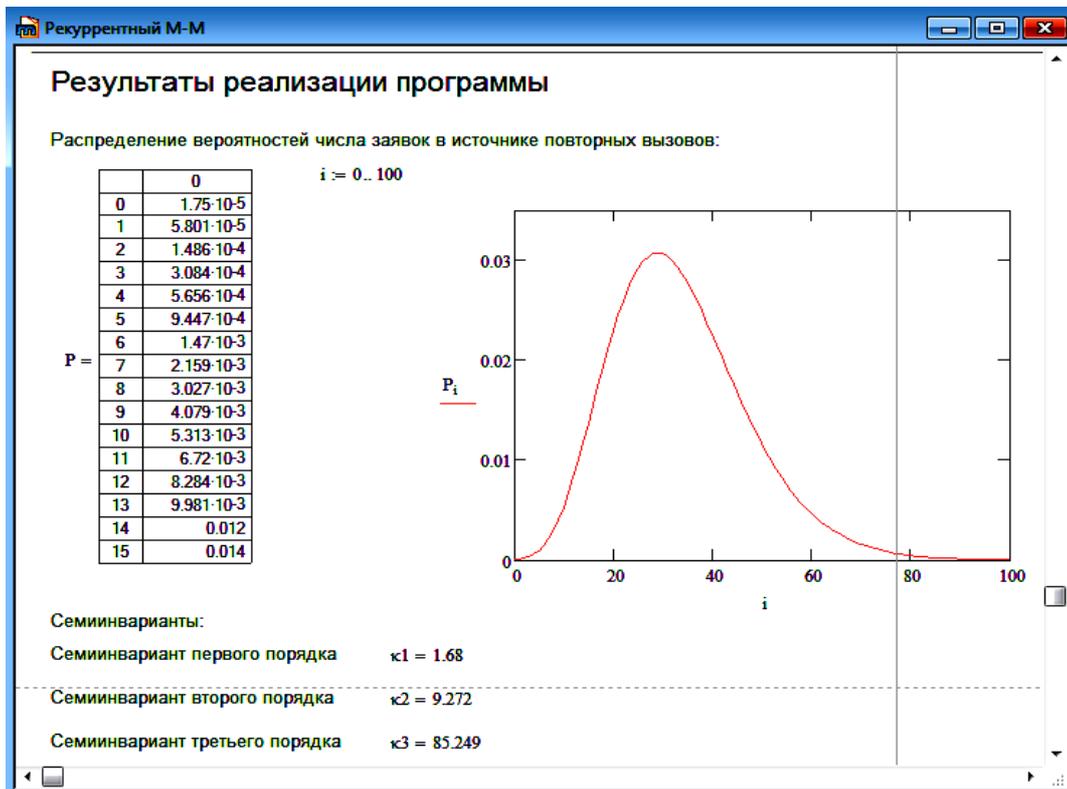


Рис. 4.8. Результаты реализации программы Рекуррентный М-М

Таким образом, разработанный комплекс программ может быть использован для получения характеристик широкого круга RQ-систем с конфликтами заявок, универсален для широкого круга параметров системы, и не требует от пользователя дополнительных знаний в пользовании разработанным комплексом при получении желаемых допредельных характеристик системы.

В заключении диссертации приведены основные результаты, которые изложены в пунктах научной новизны, теоретической значимости и практической ценности.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Статьи в журналах, рекомендованных ВАК

1. Судыко Е.А. Метод асимптотических семиинвариантов для исследования математической модели сети случайного доступа / А.А. Назаров, Е.А. Судыко // Проблемы передачи информации. – 2010. – Т. 46, № 1. – С. 94–111.

2. Судыко Е.А. Исследование марковской RQ-системы с конфликтами заявок и простейшим входящим потоком / А.А. Назаров, Е.А. Судыко // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. – 2010. – № 3 (12). – С. 97–106.

3. Судыко Е.А. Асимптотический анализ системы $MMP|M|1$ с источником повторных вызовов / Е.А. Судыко // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. – 2010. – № 4 (12). – С. 79–90.

4. Судыко Е.А. Условия существования стационарного режима в немарковских RQ-системах с конфликтами заявок / А.А. Назаров, Е.А. Судыко // Известия Томского политехнического университета. Управление, вычислительная техника и информатика. – 2011. – Т. 318, № 5. – С. 166–168.

5. Судыко Е.А. Неэргодичность математической модели компьютерной сети случайного доступа / А.А. Назаров, Е.А. Судыко // Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета имени академика М.Ф. Решетнева. – 2011. – № 3 (36). – С. 62–65.

Публикации в других научных изданиях:

6. Судыко Е.А. Асимптотический анализ марковской системы массового обслуживания с двумя входящими потоками / Е.А. Судыко, С.А. Цой // Научное творчество молодежи : материалы XII Всероссийской научно-практической конференции (Филиал КемГУ в г. Анжеро-Судженске, 18 – 19 апреля 2008 г.) : в 2 ч. – Томск : Изд-во Том. ун-та, 2008. – Ч. 1. – С. 43–45.

7. Судыко Е.А. Одноканальная сеть связи с оповещением о конфликте и резервированием с бесконечным числом станций / Е.А. Судыко // Информационные технологии и математическое моделирование (ИТММ-2008) : материалы VII Всероссийской научно-практической конференции с международным уча-

стием (Филиал КемГУ в г. Анжеро-Судженске, 14 – 15 ноября 2008 г.) : в 2 ч. – Томск : Изд-во Том. ун-та, 2008. – Ч. 2. – С. 60–63.

8. Судыко Е.А. Исследование математической модели сети случайного доступа методом асимптотических семиинвариантов третьего порядка / А.А. Назаров, Е.А. Судыко // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. – 2009. – № 2 (7). – С. 52–64.

9. Судыко Е.А. Численное исследование математической модели сети случайного доступа / А.А. Назаров, Е.А. Судыко // Научное творчество молодежи : материалы XIII Всероссийской научно-практической конференции (Филиал КемГУ в г. Анжеро-Судженске, 14 – 15 мая 2009 г.) : в 2 ч. – Томск : Изд-во Том. ун-та, 2009. – Ч. 1. – С. 88–90.

10. Судыко Е.А. Характеристические функции в асимптотическом анализе математической модели сети случайного доступа / А.А. Назаров, Е.А. Судыко, С.А. Цой // Массовое обслуживание: потоки, системы, сети : материалы международной научной конференции «Современные математические методы анализа и оптимизации информационно-телекоммуникационных сетей» (Минск, 26 – 29 января 2009 г.). – Минск : РИВШ, 2009. – С. 210–215.

11. Судыко Е.А. Исследование двулинейных систем массового обслуживания с источником повторных вызовов / Е.А. Судыко // Труды VIII Международной конференции по финансово-актуарной математике и смежным вопросам (Красноярск, 24 – 26 апреля 2009 г.). / Сибирский федеральный ун-т. – Красноярск, 2009. – Ч. 2. – С. 26–28.

12. Судыко Е.А. Метод асимптотических семиинвариантов для исследования системы $M|M|1|ИПВ$ с конфликтом заявок / Е.А. Судыко // Информационные технологии и математическое моделирование (ИТММ-2009) : материалы VIII Всероссийской научно-практической конференции с международным участием (Филиал КемГУ в г. Анжеро-Судженске, 12 – 13 ноября 2009 г.) : в 2 ч. – Томск : Изд-во Том. ун-та, 2009. – Ч. 1. – С. 70–74.

13. Судыко Е.А. Исследование однолинейных систем массового обслуживания с конфликтами заявок / Е.А. Судыко // Труды Международной конференции по финансово-актуарной математике и эвентоконвергенции технологий (Красноярск, 23 – 25 апреля 2010 г.) / Сибирский федеральный ун-т. – Красноярск, 2010. – Ч. 2. – С. 20–25.

14. Судыко Е.А. Допредельные характеристики RQ-системы с конфликтами заявок / Е.А. Судыко // Научное творчество молодежи : материалы XIV Всероссийской научно-практической конференции (Филиал КемГУ в г. Анжеро-Судженске, 15 – 16 апреля 2010 г.) : в 2 ч. – Томск : Изд-во Том. ун-та, 2010. – Ч. 1. – С. 97–100.

15. Sudyko E. Investigation of system $MAP|M|1|RQ$ by the method of asymptotical semiinvariants by the third order / E. Sudyko // Problems of cybernetics and informatics : the third international conference (PCI'2010) (Baku, Azerbaijan. 6 – 8 September, 2010). – Baku : Elm, 2010. – Vol. 2. – P. 228–231.

16. Судыко Е.А. Исследование RQ-системы с оповещением о конфликте методом асимптотического анализа до второго порядка / Е.А. Судыко // Информационные технологии и математическое моделирование (ИТММ-2010) : материалы IX Всероссийской научно-практической конференции с международным участием (Филиал КемГУ в г. Анжеро-Судженске, 19 – 20 ноября 2010 г.) : в 2 ч. – Томск : Изд-во Том. ун-та, 2010. – Ч. 1. – С. 83–87.

17. Судыко Е.А. Стационарный режим в немарковских RQ-системах с конфликтами заявок / А.А. Назаров, Е.А. Судыко // Научное творчество молодежи : материалы XV Всероссийской научно-практической конференции (Филиал КемГУ в г. Анжеро-Судженске, 28 – 29 апреля 2011 г.) : 2 ч. – Томск : Изд-во Том. ун-та, 2011. – Ч. 1. – С. 31–34.

Тираж 100 экз.
Отпечатано в ООО «Позитив-НБ»
634050 г. Томск, пр. Ленина 34а

