УДК 62-50

Г.Н. Решетникова

СЛЕДЯЩАЯ СИСТЕМА АДАПТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ С ПРОГНОЗИРУЮЩЕЙ МОДЕЛЬЮ ПОНИЖЕННОГО ПОРЯДКА

Рассматривается подход к формированию следящей системы адаптивного управления с прогнозирующей моделью пониженного порядка. Приводятся алгоритмы агрегирования и синтеза управляющих воздействий на основе минимизации критерия обобщенной работы. Численное моделирование осуществляется для управления темпом производства в экономической системе, описывающей процесс производства, сбыта и хранения продукции.

Внедрение информационных технологий и методов теории автоматического управления может позволить повысить эффективность любой системы, описывающей технические, экономические, технологические и т.д. объекты и процессы. При этом достаточно часто возникает необходимость в проектировании следящей системы управления для многомерных стохастических систем, функционирующих в условиях неполной информации о состоянии объекта и его параметров. Заметим, что задача слежения является одной из основных в теории управления. Такие задачи возникают при переводе одного технологического режима в другой, при управлении производством или поставками. При управлении подвижными объектами задача слежения используется при маневрировании.

В настоящей работе рассматривается задача формирования следящей системы адаптивного управления с прогнозирующей моделью при использовании функционала обобщенной работы. Предлагаемые алгоритмы построения прогнозирующей модели пониженного порядка позволяют, с одной стороны, сократить время синтеза, что является важным при управлении подвижными объектами, а с другой – осуществлять слежение только за интересующим фактором, что является существенным для экономических систем, так как позволяет отслеживать, например, только желаемую прибыль.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть математическая модель объекта управления задана в виде

$$\dot{x}(t) = \overline{A}(t)x(t) + \overline{B}(t)u(t) + \overline{F}(t)q(t),$$

$$x(t_0) = x_0\,,$$

$$\dot{u}(t) = \upsilon(t),\ u(t_0) = u_0\,, \qquad (1)$$

где $x(t) \in R^n$ – вектор состояния; $u(t), \upsilon(t) \in R^m$ – вектор положения органов управления и вектор управления, характеризующий скорость изменения $u(t)$; $\overline{A}(t), \overline{B}(t), \overline{F}(t)$ – матрицы модели объекта; $q(t)$ – вектор внешних возмущений, которые описываются белым гауссовским шумом с характеристиками

$$M\{q(t)\} = \overline{q}(t),$$

$$M\{(q(t) - \overline{q}(t))(q(\tau) - \overline{q}(\tau))^T\} = Q(t)\delta(t-\tau)\,.$$

Пусть информация о состоянии объекта поступает в дискретные моменты времени k, соответствующие $t_k = t_0 + k\Delta t,\ k = 0,1,...,$ а управления являются кусочно-постоянными функциями на каждом интервале выдачи управляющих воздействий:

$$\upsilon(t) = \upsilon(k),\ t_k \le t < t_{k+1},\ t_{k+1} - t_k = \Delta t\,.$$

Будем предполагать, что математическая модель информационной системы имеет вид

$$y(k) = Hx(k) + r(k)\,, \qquad (2)$$

где $y(k) \in R^l$ – вектор, содержащий информацию о состоянии объекта; H – матрица, характеризующая полноту информации об объекте; $r(k)$ – погрешности информационной системы, которые будем считать гауссовскими последовательностями шумов с характеристиками:

$$M\{r(k)\} = 0,\ M\{r(k)r^T(j)\} = R\delta_{k,j}\,,$$

$x(k)$ – вектор состояния дискретной модели, эквивалентной (1).

При формировании управляющих воздействий будем предполагать, что модель объекта содержит неизвестные параметры и задается в виде

$$x(k+1) = A(k, \theta(k))x(k) +$$

$$+B(k)u(k) + F(k)q(k),\ x(0) = x_0\,,$$

$$u(k+1) = u(k) + \Delta t\upsilon(k),\ u(0) = u_0\,, \qquad (3)$$

где $\theta(k) \in R^N$ – вектор неизвестных параметров модели объекта, при этом предполагается, что элементы матриц $A(\cdot), B(\cdot)$ – линейно зависят от компонент вектора $\theta(\cdot)$, т.е.

$$A(k) = I_n + \Delta t\overline{A}(t_k),$$
$$B(k) = \Delta t\overline{B}(t_k),$$
$$F(k) = \sqrt{\Delta t}\overline{F}(t_k).$$

Здесь I_n – единичная матрица n-го порядка; $q(k)$ – гауссовская последовательность шумов с характеристиками

$$M\{q(k)\} = \overline{q}(k),$$

$$M\{(q(k) - \overline{q}(k))(q(j) - \overline{q}(j))^T\} = Q(k)\delta_{kj}\,.$$

Кроме того, будем предполагать, что априорные распределения векторов x_0 и θ_0 являются гауссовскими:

$$M\{x_0\} = \overline{x}_0,$$

$$M\{(x_0 - \overline{x}_0)(x_0 - \overline{x}_0)^T\} = P_{x_0}\,,$$

$$M\{\theta_0\} = \overline{\theta}_0,$$

$$M\{(\theta_0 - \overline{\theta}_0)(\theta_0 - \overline{\theta}_0)^T\} = P_{\theta_0}$$

и

$$M\{r(k)q^T(j)\} = 0.$$

Формирование следящей системы будем осуществлять на основе минимизации критерия обобщенной работы [1]:

$$J = 0{,}5M\left\{\int\limits_{t_k}^{t_k + l_p\Delta t} [(x(t) - x_z(t_k))^T C(x(t) - x_z(t_k)) + \right.$$

$$\left. +\upsilon^T(t)D_1\upsilon(t) + \upsilon_{\text{op}}^T D_1\upsilon_{\text{op}}(t) + u^T(t)D_2u(t)]dt\right\}, \qquad (4)$$

где C, D_2 – неотрицательно определенные, а D_1 – положительно определенная весовые матрицы; $l_p\Delta t$ –

длина скользящего интервала оптимизации; $x_z(\cdot)$ – вектор заданных состояний, за которым осуществляется слежение; $\upsilon_{op}(\cdot)$ – оптимальное управление, доставляющее минимум функционалу (4). При этом поведение объекта на интервале оптимизации $[t_k, t_k + l_p \Delta t]$ будем описывать прогнозирующей моделью:

$$x_M(j+1) = A(k, \hat{\theta}(k)) x_M(j) +$$
$$+ B(k, \hat{\theta}(k)) u(k) + F(k) \overline{q}(k),$$
$$x_M(j = k) = \hat{x}(k), j = k, k+1, \ldots, l_p - 1, \qquad (5)$$

где M – указывает на принадлежность прогнозирующей модели; $\hat{x}(\cdot), \hat{\theta}(\cdot)$ – оценки векторов состояния и параметров, определяемые с помощью фильтров Калмана [2].

Тогда, с учетом принципа разделения, выражения для управляющих воздействий имеют вид

$$\upsilon(k) = \upsilon_{op}(k) = D_1^{-1} W_2(k), \qquad (6)$$

где $W_2(k)$ – m-мерный вектор, который является решением в обратном времени системы обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$W_1(k + l_p - (j+1)) = A^T(k, \hat{\theta}(k)) W_1(k + l_p - j) +$$
$$+ \Delta t (o_M(k + l_p - j) - x_z(t_k)),\ W_1(k + l_p) = 0,$$
$$W_2(k + l_p - (j+1) = W_2(k + l_p - j) +$$
$$+ B^T(k, \hat{\theta}(k)) W_1(k + l_p - j) + \Delta t D_2 u(k),\ W_2(k + l_p) = 0,$$
$$o_M(k + l_p - (j+1)) = 2 o_M(k + l_p - j) -$$
$$- A(k, \hat{\theta}(k)) o_M(k + l_p - j) - B(k, \hat{\theta}(k)) u(k) - F(k) \overline{q}(k),$$
$$o_M(k + l_p) = x_M(k + l_p), j = k, k+1, \ldots, k + l_p - 1. \qquad (7)$$

Последнее уравнение в (7) описывает прогнозирующую модель на интервале оптимизации в обратном времени.

Будем осуществлять синтез управляющих воздействий с использованием прогнозирующей модели пониженного порядка. Для этого будем агрегировать прогнозирующую модель, описывающую поведение объекта на интервале оптимизации. Классическая задача агрегирования, согласно [3], заключается в том, что для полностью управляемой системы порядка n

$$\dot{x}(t) = \overline{A} x(t) + \overline{B} u(t),\ x(t_0) = x_0$$

требуется найти параметры агрегированной системы

$$\dot{x}^p(t) = \overline{A}^p x^p(t) + \overline{B}^p u(t),\ x^p(t_0) = x_0^p$$

порядка $p < n$, для которой выполняется соответствие:

$$x^p(t) = H_p x(t),$$

где H_p – матрица агрегирования размерности $p \times n$ ранга p. При этом последнее соотношение выполнено, если

$$\overline{A}^p(t) = H_p \overline{A}(t),\ \overline{B}^p = H_p \overline{B},\ x_0^p = H_p x_0.$$

2. АГРЕГИРОВАНИЕ ЛИНЕЙНОЙ ДИСКРЕТНОЙ СТОХАСТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Так как синтез управляющих воздействий неизбежно приводит к квантованию непрерывной информации, то рассмотрим агрегирование дискретной стохастической системы с постоянным управлением. Для этого применим подход, предложенный в [4], который позволяет оптимально в квадратичном смысле восстанавливать состояние исходной системы по состоянию агрегированной, что в данном случае является важным при разработке алгоритмов синтеза управляющих воздействий.

Для агрегирования воспользуемся дискретной системой, определенной на интервале $[t_k, t_k + l_p \Delta t]$:

$$x(j+1) = A(k) x(j) + B(k) u(k) + F(k) q(j),$$
$$x(j = k) = x(k), j = k, k+1, \ldots, k + l_p - 1, \qquad (8)$$

где $q(j)$ – гауссовская последовательность шумов с характеристиками:

$$M\{q(j)\} = \overline{q}(k),$$
$$M\{(q(j) - \overline{q}(j))(q(i) - \overline{q}(i))^T\} = Q(k) \delta_{ji}.$$

Будем предполагать, что

$$M\{x(j)\} = \overline{x}(j), j = k, k+1, \ldots, k + l_p - 1,$$
$$\overline{x}(j+1) = A(k) \overline{x}(j) + B(k) u(k) + F(k) \overline{q}(k),$$
$$\overline{x}(j = k) = x(k), j = k, k+1, \ldots, k + l_p - 1. \qquad (9)$$

Систему пониженного порядка $p < n$ с вектором состояния $x^p(\cdot)$ для (8) будем строить в виде

$$x^p(j+1) = A_k^p(j) x^p(j) + H_p B(k) u(k) + H_p F(k) q(j),$$
$$x^p(j = k) = H_p x(k), j = k, k+1, \ldots, k + l_p - 1, \qquad (10)$$

где $x^p(\cdot) \in R^p$ – вектор состояния системы пониженного порядка; H_p – матрица агрегирования размерности $p \times n$ ранга p;

$$A_k^p(j) = H_p A(k) D(j).$$

Здесь $D(j)$ – матрица оператора обратного преобразования $D: R^p \to R^n$ размерности $n \times p$, которую будем строить таким образом, чтобы восстановление состояния исходной системы по состоянию агрегированной

$$\tilde{x}(\cdot) = D\{x^p(\cdot)\}$$

позволяло получить состояние, близкое к исходному, т.е. $\tilde{x}(\cdot) \approx x(\cdot)$. Тогда матрицу $D(j)$ можно определить соотношением

$$D(j) = H_p^+ + \overline{H}_p S(j), \qquad (11)$$

где H_p^+ – матрица, псевдообратная к H_p; $\overline{H}_p = I_n - H_p^+ H_p$ – проекционная матрица; $S(j)$ – произвольная матрица размерности $n \times p$. Так как матрица $D(j)$ вида (11) является решением уравнения

$$H_p D(j) = I_p,$$

что проверяется непосредственно подстановкой, то

$$H_p D(j) x^p(j) = x^p(j),\ j = k, k+1, \ldots, k + l_p.$$

Матрицу $S(j)$ будем определять из условия минимума функционала:

$$J(k) = M\{(x(j)-\tilde{x}(j))^T (x(j)-\tilde{x}(j))\} =$$
$$= \operatorname{tr} M\{((x(j)-D(j)x^p(j))(x(j)-D(j)x^p(j))^T\}. \quad (12)$$

Ошибка аппроксимации системы (8) системой (10) определяется соотношениями

$$e(j+1) = x(j+1)-\tilde{x}(j+1) =$$
$$= D(j+1)H_p A(k)e(j) + [I_n - D(j+1)H_p]x(j+1), \quad (13)$$
$$e(j=k) = [I_n - D(j=k)H_p]x(k), \quad (14)$$

а уравнение для ковариационной матрицы ошибки имеет вид

$$P_e(j+1) =$$
$$= D(j+1)H_p L(j+1)H_p^T D^T(j+1) - D(j+1)H_p V^T(j+1) -$$
$$-V(j+1)H_p^T D^T(j+1) + G_x(j+1), \quad (15)$$

где
$$L(j+1) = G_x(j+1) + A(k)P_e(j)A^T(k) -$$
$$-A(k)G_{ex}(j)A^T(k) - A(k)G_{ex}^T(j)A^T(k); \quad (16)$$
$$V(j+1) = G_x(j+1) - A(k)G_{ex}^T(j)A^T(k), \quad (17)$$
$$\left(G_x(\cdot) = M\{x(\cdot)x^T(\cdot)\}\right).$$

В предположении, что векторы $x(j)$ и $q(j)$ не коррелированные, получим

$$G_x(j+1) = A(k)G_x(j)A^T(k) +$$
$$+A(k)\overline{x}(j)[B(k)u(k) + F(k)\overline{q}(k)]^T +$$
$$+[B(k)u(k) + F(k)\overline{q}(k)]\overline{x}^T(j)A^T(k) + C(k); \quad (18)$$
$$C(k) = F(k)Q(k)F^T(k) +$$
$$+[B(k)u(k) + F(k)\overline{q}(k)][B(k)u(k) + F(k)\overline{q}(k)]^T. \quad (19)$$

Величина $G_{ex}(\cdot)$ при некоррелированных $e(j)$ и $q(j)$ определяется следующим образом:

$$G_{ex}(j+1) = M\{e(j+1)x^t(j+1)\} =$$
$$= G_x(j+1) - D(j+1)H_p V^T(j+1). \quad (20)$$

Начальные условия для (15) – (20) имеют вид

$$G_x(j=k) = M\{x(k)x^T(k)\} = G_{x_k}; \quad (21)$$
$$G_{ex}(j=k) = [I_n - D(j=k)H_p]G_x(j=k); \quad (22)$$
$$P_e(j=k) = [I_n - D(j=k)H_p]\times$$
$$\times G_x(j=k)[I_n - D(j=k)H_p]^T. \quad (23)$$

Подставляя в (15) выражение (11) для $D(j+1)$ и приравнивая градиент $\operatorname{tr}\{P_e(j+1)\}$ по $S(j+1)$ к нулю, получим уравнение для определения $S(j+1)$:

$$\overline{H}_p S(j+1)H_p L(j+1)H_p^T = \overline{H}_p V(j+1)H_p^T. \quad (24)$$

Если $\operatorname{rank}\{L(j)\} \geq p$ для $j = k, k+1, ..., k+l_p$, то получаем уравнения, единственным образом определяющие матрицу $D(j+1)$ в виде

$$D(j+1) = H_p^+ + \overline{H}_p V(j+1)H_p^T[H_p L(j+1)H_p^T]^{-1}; \quad (25)$$
$$D(j=k) = G_x(j=k)H_p^T[H_p G_x(j=k)H_p^T]^{-1}. \quad (26)$$

При этом, так как для оптимальной матрицы $D(j)$, определяемой согласно (25) – (26) выполняется соотношение $P_e(j) = G_{ex}(j),\ j = k, k+1, ..., k+l_p$, что достаточно легко доказывается по индукции, то

$$D(j+1) = L(j+1)H_p^T[H_p L(j+1)H_p^T]^{-1}; \quad (27)$$
$$L(j+1) = G_x(j+1) - A(k)P_e(j)A^T(k); \quad (28)$$
$$P_e(j+1) = G_x(j+1) - D(j+1)H_p L(j+1). \quad (29)$$

Таким образом, построение системы пониженного порядка на интервале $[t_k, t_k + l_p\Delta t]$ сводится к вычислению установившегося значения матрицы $A_k^p(\cdot)$ системы (10) по рекуррентным формулам:

$$G_x(j+1) = A(k)G_x(j)A^T(k) +$$
$$+A(k)\overline{x}(j)[B(k)u(k) + F(k)\overline{q}(k)]^T +$$
$$+[B(k)u(k) + F(k)\overline{q}(k)]\overline{x}^T(j)A^T(k) + C(k),$$
$$L(j+1) = G_x(j+1) - A(k)P_e(j)A^T(k),$$
$$D(j+1) = L(j+1)H_p^T[H_p L(j+1)H_p^T]^{-1},$$
$$A_k^p(j+1) = H_p A(k)D(j+1),$$
$$P_e(j+1) = G_x(j+1) - D(j+1)H_p L(j+1),$$
$$\overline{x}(j+1) = A(k)\overline{x}(j) + B(k)u(k) + F(k)\overline{q}(k), \quad (30)$$
$$(j = k, k+1, ..., k+l_p - 1),$$

при следующих начальных и постоянных значениях:

$$G_x(j=k) = G_{x_k},$$
$$D(j=k) = G_x(j=k)H_p^T[H_p G_x(j=k)H_p^T]^{-1},$$
$$P_e(j=k) = [I_n - D(j=k)H_p]G_x(j=k)[I_n - D(j=k)H_p]^T,$$
$$\overline{x}(j=k) = x(k),$$
$$C(k) = F(k)Q(k)F^T(k) +$$
$$+[B(k)u(k) + F(k)\overline{q}(k)][B(k)u(k) + F(k)\overline{q}(k)]^T. \quad (31)$$

Установившееся значение $A_k^p(\cdot)$, обозначаемое $A_p(k)$, определяется при выполнении условия

$$A_p(k) =$$
$$= \begin{cases} A_k^p(j), \text{ если } \left|\dfrac{tr\{P_e(j)\} - tr\{P_e(j-1)\}}{tr\{P_e(j-1)\}}\right| \leq \varepsilon, j < l_p, \\ A_k^p(l_p), \text{ в противном случае,} \end{cases} \quad (32)$$

и система пониженного порядка в соответствии с (10) будет иметь вид

$$x^p(j+1) = A_p(k)x^p(j) + B_p(k)u(k) + F_p(k)q(k),$$
$$x^p(j=k) = H_p x(k), j = k, k+1, ..., k+l_p - 1, \quad (33)$$

где $\varepsilon -$ заданная точность агрегирования,

$$B_p(k) = H_p B(k),\ F_p(k) = H_p F(k).$$

3. СИНТЕЗ АДАПТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ С ПРОГНОЗИРУЮЩЕЙ МОДЕЛЬЮ ПОНИЖЕННОГО ПОРЯДКА

Будем формировать управляющие воздействия для (1) на основе минимизации функционала обобщенной работы (4) при описании поведения объекта на интервале оптимизации $[t_k, t_k + l_p \Delta t]$ прогнозирующей моделью пониженного порядка [5]:

$$x_M^p(j+1) = A_p(k,\hat{\theta}(k)) x_M^p(j) + B_p(k,\hat{\theta}(k)) u(k) + F_p(k)\bar{q}(k),$$
$$x_p(j=k) = H_p \hat{x}(k),\ j = k, k+1, ..., k + l_p - 1, \quad (34)$$

где матрица динамики $A_p(k,\hat{\theta}(k))$ определяется согласно (30) – (33) при замене $A(k)$ на $A(k,\hat{\theta}(k))$, $B(k)$ на $B(k,\hat{\theta}(k))$, $x(k)$ на $\hat{x}(k)$. Тогда, если в (4) вместо $x(\cdot)$ воспользоваться восстановленным состоянием $\tilde{x}(\cdot)$, а затем обозначить

$$x_z^p(k) = H_p x_z(k),\ C^p = D(k) C D^T(k),$$

где $D(k)$ – матрица оператора обратного преобразования, определяемая одновременно с $A_p(k,\hat{\theta}(k))$, то управление будет иметь вид

$$\upsilon(k) = -D_2^{-1} W_2^p(k). \quad (35)$$

В (35) m-мерный вектор $W_2^p(k)$ является решением в обратном времени системы обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$W_1^p(k + l_p - (j+1)) = A_p^T(k,\hat{\theta}(k)) W_1^p(k + l_p - j) +$$
$$+\Delta t(o_M^p(k + l_p - j) - x_z^p(t_k)),\ W_1^p(k + l_p) = 0,$$
$$W_2^p(k + l_p - (j+1) = W_2^p(k + l_p - j) +$$
$$+B_p^T(k,\hat{\theta}(k)) W_1^p(k + l_p - j) + \Delta t D_2 u(k),\ W_2^p(k + l_p) = 0,$$
$$o_M^p(k + l_p - (j+1)) = 2 o_M^p(k + l_p - 1) -$$
$$-A_p(k,\hat{\theta}(k)) o_M^p(k + l_p - j) - B_p(k,\hat{\theta}(k)) u(k) - F_p(k)\bar{q}(k),$$
$$o_M^p(k + l_p) = x_M^p(k + l_p),\ j = k, k+1, ..., k + l_p - 1. \quad (36)$$

4. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Численное моделирование осуществлялось для экономической модели [6], описывающей процесс производства, хранения и сбыта продукции, в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений (1). При этом компоненты вектора состояния $x(t) = (x_1(t), x_2(t), x_3(t))^T$ имеют следующий смысл: $x_1(t), x_2(t)$ – объемы продукции на рынке и у потребителя; $x_3(t)$ – прибыль от реализации; $u(t)$ – темп производства; $\upsilon(t)$ – управление, которое задает изменение темпа производства; $q(t)$ – вектор, описывающий действия случайных факторов, который будем считать нормальным гауссовским шумом. Матрицы $\bar{A}(t)$ и $\bar{B}(t)$ определяются следующим образом:

$$\bar{A}(t) = \begin{pmatrix} -n_c(\varphi_Y(t) - \varphi_V(t)) & -n_c\varphi_Z(t) & 0 \\ n_c(\varphi_Y(t) - \varphi_V(t)) & -n_c\varphi_Z(t) - k_1 & 0 \\ cn_c(\varphi_Y(t) - \varphi_V(t)) - k_2 & cn_c\varphi_Z(t) & 0 \end{pmatrix},$$

$$\bar{B}(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{c} \end{pmatrix}^T,$$

где k_1, k_2, c, n_c – коэффициенты, характеризующие темп потребления, плату за хранение, торговую накрутку, скорость продажи; $\varphi_Y(t), \varphi_Z(t), \varphi_V(t)$ – функции, описывающие математические модели потенциального спроса, ситуацию на рынке и поведение покупателя.

Моделирование осуществлялось по данным балансовых счетов предприятия, производящего продукты питания при наличии неизвестных параметров, образующих вектор $\theta(\cdot) = (k_1, \varphi_Y(\cdot), \varphi_Z(\cdot), \varphi_V(\cdot))^T$. Синтез управлений осуществлялся при слежении за состоянием, которое соответствует максимально возможной прибыли для рассматриваемого предприятия при существующей ситуации на рынке. Значение максимально возможной прибыли определялось с помощью элементов факторного анализа и аппарата производственных функций типа Кобба – Дугласа [7].

Управление формировалось по информации, характеризующей только динамику изменения прибыли $(H = (0\ 0\ 1))$, а агрегирование прогнозирующей модели осуществлялось с помощью матрицы $H_p = (0\ 0\ 1)$, что соответствует слежению за величиной $x_z^p(\cdot)$, которая в данном случае совпадает со значением максимально возможной прибыли. В результате моделирования получилось, что наращенная прибыль практически совпадает с отслеживаемой.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Решетникова Г.Н.* Адаптивное управление линейными дискретными стохастическими системами по критерию обобщенной работы // Изв. АН СССР, Технич. кибернет. 1989. № 3. С. 196.
2. *Брамер К., Зиффлинг Г.* Фильтр Калмана – Бьюси. М.: Наука, 1982.
3. *Aoki M.* Control of large-scale dinamie sistems by aggregation // IEEE Trans. Automat. Control. 1968. V. AC-13. No. 3. P. 246 – 252.
4. *Домбровский В.В.* О приближенном агрегировании линейных стохастических систем // Автоматика и телемеханика. 1989. № 7. С. 102 – 109.
5. *Решетникова Г.Н.* Построение и использование прогнозирующих моделей пониженного порядка для синтеза цифрового адаптивного управления. Деп. В ВИНИТИ № 1556 – В96 от 15.05.96.
6. *Решетникова Г.Н.* Синтез следящей системы адаптивного управления темпом производства по локальному критерию // Вестник ТГУ. 2004. № 284. С. 166 – 168.
7. *Терехов Л.Л.* Производственные функции. М.: Статистика, 1974.

Статья представлена кафедрой прикладной математики факультета прикладной математики и кибернетики Томского государственного университета, поступила в научную редакцию «Кибернетика» 1 июня 2005 г.