На правах рукописи

Устинов Николай Витальевич

ДИНАМИКА СОЛИТОНОВ В ШТАРКОВСКИХ СРЕДАХ И ТЕХНИКА КАЛИБРОВОЧНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

01.04.02 — теоретическая физика

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
доктора физико – математических наук

Томск – 2008

Работа выполнена на кафедре квантовой теории поля физического факультета Томского государственного университета

Научные консультанты:	доктор физико – математических наук профессор заведующий кафедрой квантовой теории поля физического факультета ТГУ Багров Владислав Гавриилович доктор физико – математических наук ведущий научный сотрудник РНЦ "Курчатовский институт" Сазонов Сергей Владимирович
Официальные оппоненты:	доктор физико – математических наук профессор кафедры физики твердого тела и квантовой радиофизики МИФИ Маймистов Андрей Иванович доктор физико – математических наук профессор заведующий кафедрой высшей математики и математической физики Томского политехнического университета Трифонов Андрей Юрьевич доктор физико – математических наук профессор заведующий кафедрой физики Сибирского медицинского университета Кистенев Юрий Владимирович
Ведущая организация:	Физический факультет Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова

Защита состоится «_24_» ___апреля___ 2008 г. в _____ часов на заседании диссертационного совета Д 212.267.07 в Томском государственном университете по адресу: 634050, г. Томск, пр. Ленина, 36

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке Томского государственного университета

Автореферат разослан «_5_» ___марта___ 2008 г.

Ученый секретарь диссертационного совета
доктор физико – математических наук — Ивонин И. В.
старший научный сотрудник

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Диссертация посвящена изучению особенностей нелинейной динамики оптических и акустических импульсов в штарковских средах и развитию техники получения решений уравнений, интегрируемых методом обратной задачи рассеяния и имеющих приложения в когерентной оптике и физической акустике.

Актуальность темы. Большое внимание теоретиков и экспериментаторов привлечено в настоящее время к исследованию нелинейных оптических явлений в средах, содержащих несимметричные квантовые объекты (НКО). Практический интерес в изучении этих явлений связан с развитием методов получения низкоразмерных квантовых структур (ям, нитей, точек) и нанотехнологий. Кроме того, среды, содержащие НКО (например, полярные молекулы), рассматриваются как перспективные в задаче генерации аттосекундных электромагнитных импульсов.

Стационарные состояния НКО не обладают определённой чётностью, вследствие чего диагональные матричные элементы оператора дипольного момента НКО и их разность — постоянный дипольный момент (ПДМ) перехода отличны от нуля. Оптический импульс при распространении в среде, содержащей НКО, не только вызывает квантовые переходы между стационарными состояниями, но также сдвигает частоту переходов за счёт линейного эффекта Штарка. Чтобы подчеркнуть эту особенность такие среды были названы в [1] штарковскими. Данный термин может быть применён к любым средам, в которых поле импульса выполняет две отмеченные выше функции. Выделенное свойство штарковской среды существенно влияет на процесс формирования в ней импульсов. В частности, было обнаружено [2], что при прохождении двухкомпонентных лазерных импульсов с нулевой отстройкой несущей частоты через такую среду возможен режим резонансной прозрачности, отличающийся от режима самоиндуцированной прозрачности (СИП), который имеет место в случае симметричных квантовых центров. Этот результат заставляет обратить повышенное внимание на изучение распространения в штарковских средах двухкомпонентных импульсов с произвольной отстройкой от резонанса и выяснение роли ПДМ в общем случае.

Одним из важнейших направлений развития нелинейной оптики является получение импульсов всё более короткой длительности. Особое направление образует разработка методов генерации мощных, так называемых предельно коротких импульсов (ПКИ), содержащих несколько (вплоть до одного) колебаний электромагнитного поля. Так, основные методы генерации лазерных ПКИ фемтосекундной длительности представлены в [3]. Изучению особенностей взаимодействия ПКИ, в том числе фемтосекундных, с нелинейными средами посвящено большое количество теоретических работ (см.

обзор [4] и литературу там же). Были развиты новые подходы к описанию их динамики, поскольку традиционное для оптики квазимонохроматических импульсов приближение медленно меняющихся огибающих (ММО) уже не может быть использовано.

В соответствии с изложенным выше, особенно высокий интерес вызывает сейчас исследование взаимодействия ПКИ со штарковскими средами. Обусловленная ПДМ асимметрия по полярности поля была выявлена у скалярных стационарных ПКИ [1]. В ходе численного изучения распространения через штарковскую среду скалярных ПКИ было установлено существование ненулевого бризера — уединённого устойчивого биполярного сигнала, временная площадь которого отлична от нуля [5]. Это свойство принципиально отличает его от бризера в изотропной среде, имеющего нулевую площадь. Обнаружение качественно новых особенностей в скалярном случае делает весьма привлекательной задачу изучения нелинейной динамики векторных ПКИ в штарковских средах.

Известно, что существует прямое соответствие между явлениями нелинейной оптики и магнитной квантовой акустики [6]. Так, после открытия СИП был обнаружен её акустический аналог в парамагнитных кристаллах при температурах жидкого гелия. Вслед за электромагнитными ПКИ были получены экспериментально и изучены теоретически акустические ПКИ пикосекундной длительности.

Следует отметить, что поле деформации, взаимодействуя с эффективными спинами парамагнитных примесных ионов, в общем случае тоже вызывает квантовые переходы и смещает их частоты. Таким образом имеет место полная аналогия с оптическими импульсами в средах, содержащих НКО, что позволяет отнести парамагнитные кристаллы к штарковским средам. По этой причине в последние годы важным объектом исследований стала динамика акустических импульсов в парамагнитных кристаллах. В частности, распространение продольно-поперечных ПКИ изучалось в работах [7, 8]. Однако, для эффективного проявления взаимодействия между составляющими акустического импульса необходимо, чтобы линейные скорости компонент были близки. Как правило, в кристаллах скорость продольного звука значительно превосходит скорость поперечных упругих волн, вследствие чего распространение импульсов продольной и поперечной деформации происходит практически независимо. Поэтому существенным дополнением к уже проведённым исследованиям будет изучение нелинейной динамики в парамагнитных кристаллах сугубо поперечных ПКИ.

На протяжении уже многих лет в центре внимания исследователей остаются процессы преломления и отражения лазерных импульсов на нелинейной границе раздела диэлектрических сред. Были обнаружены, в частности, явления оптической бистабильности и самопульсаций, а также показано, что поведение системы при некоторых условиях имеет хаотический характер. С практической точки зрения изучение явлений, сопровождающих прохождение электромагнитными импульсами нелинейной границы раздела, важно в связи с потребностями в эффективном управлении лазерным излучением и создании оптических устройств обработки информации.

Существенное влияние на оптические свойства тонкого слоя резонансных частиц, образующих нелинейную границу раздела, оказывает диполь-дипольное взаимодействие между ними. Большинство исследований по оптике плёнок, в которых учитывался этот эффект локального поля, были выполнены приближёнными и численными методами, причём в последнем случае неоднородное уширение спектральных линий отсутствовало. Кроме того, проведённые исследования касались главным образом случая изотропной плёнки. Если плёнка анизотропная (т.е. содержит НКО), то она тоже является моделью штарковской среды. Как и в случае протяжённых штарковских сред, при изучении взаимодействия импульсов, в том числе ПКИ, с такой плёнкой могут быть обнаружены качественно новые особенности.

Успехи в исследовании нелинейных явлений, имевшие место за последние десятилетия, были достигнуты в значительной степени благодаря появлению метода обратной задачи рассеяния (МОЗР), а также других, тесно связанных с ним методов теории солитонов [9, 10]. Интенсивное развитие теории солитонов было вызвано как глубиной и элегантностью возникающих математических структур, так и наличием у нелинейных уравнений, интегрируемых с помощью МОЗР, многочисленных приложений в различных областях физики. Так, интегрируемыми оказалось хорошо известные в когерентной оптике уравнения СИП, синус–Гордона (СГ), нелинейное уравнение Шрёдингера, редуцированные уравнения Максвелла–Блоха (РМБ). Важную роль МОЗР должен сыграть и при теоретическом рассмотрении взаимодействия ПКИ со штарковскими средами, поскольку нелинейные уравнения, описывающие этот процесс, оказались интегрируемыми в некоторых частных случаях [8, 11].

Как правило, нелинейные уравнения, имеющие физические приложения, интегрируемы в рамках МОЗР и поэтому представимы в виде условия совместности переопределённой линейной системы (пары Лакса) при наложении на её коэффициенты и, следовательно, на данные рассеяния дополнительных ограничений. Учёт этих ограничений (редукций) часто проводит к громоздкому виду решения обратной задачи или даже к отсутствию дискретной части у данных рассеяния. В связи с этим важными являются задачи расширения классов данных рассеяния, особенно тех, которые позволяют восстановить решения нелинейных уравнений в явном виде, и разработка эффективных способов получения решений, удовлетворяющих редукциям. Эти задачи могут быть решены путём развития алгебраических методов теории солитонов с последующим их погружением в МОЗР. К числу таких методов относятся некоторые варианты техники калибровочных преобразований.

Ключевой среди нерешённых проблем теории солитонов до сих пор остаётся нахождение критерия, позволяющего определить интегрируемость заданного нелинейного уравнения. По этой причине нелинейные уравнения, описывающие физический процесс, оказываются в некоторых случаях интегрируемыми с помощью МОЗР лишь при наложении искусственных ограничений на физические параметры. С другой стороны, в теории солитонов получили сейчас развитие методы построения интегрируемых модификаций нелинейных интегрируемых уравнений. Возникающие при этом нелинейные уравнения тоже интегрируемы в рамках МОЗР и содержат произвольные коэффициенты. Их наличие позволяет ослабить (или вообще убрать) ограничения на физические параметры, которые необходимы для интегрируемости, а также включить в рассмотрение дополнительные физические эффекты. Разработка методов получения интегрируемых модификаций несомненно даст возможность расширить область применения теории солитонов в задачах, связанных с описанием распространения ПКИ в штарковских средах.

Таким образом, нелинейная динамика оптических и акустических импульсов в штарковских средах демонстрирует новые эффекты. Важным обстоятельством является то, что их обнаружение и исследование можно провести с помощью МОЗР и других, связанных с ним методов.

Цель работы состояла в теоретическом изучении особенностей взаимодействия оптических и акустических импульсов со штарковскими средами на основе интегрируемых моделей, в развитии соответствующего аппарата теории солитонов и включала следующие задачи:

— исследование режимов СИП в штарковских средах при произвольной отстройке от резонанса коротковолновой составляющей импульса;

— изучение особенностей нелинейной динамики в штарковских средах скалярных и векторных ПКИ в оптических и акустических задачах;

— изучение прохождения импульсами излучения тонкого слоя анизотропных квантовых частиц с учётом влияния локального поля, штарковского сдвига частоты перехода и неоднородного уширения спектральной линии;

— разработка на основе техники калибровочных преобразований метода построения интегрируемых модификаций нелинейных уравнений, интегрируемых с помощью МОЗР, и применение его к уравнениям, описывающим распространение импульсов в штарковских средах;

— изучение классов калибровочных преобразований матричных спектральных задач и переопределённых линейных систем с полиномиальной и рациональной зависимостями от спектрального параметра;

— развитие в рамках техники калибровочных преобразований метода сохранения редукционных ограничений на коэффициенты спектральных задач и переопределённых линейных систем и получение с помощью этого метода решений уравнений, имеющих приложения в нелинейной оптике и физической акустике.

Научная новизна диссертационной работы состоит в следующем:

— показано, что существуют различные режимы СИП при распространении в штарковской среде двухкомпонентных импульсов, несущая частота коротковолновой составляющей которых имеет произвольную отстройку от резонанса; определены особенности проявления этих режимов в "плотных" средах, где не справедливо условие малой плотности НКО, в средах с выраженными положительным и отрицательным двулучепреломлениями; показано, что найденные режимы СИП также могут существовать в оптически плотных средах, в которых необходимо учитывать диполь-дипольное взаимодействие между резонансными частицами;

— обнаружен пороговый характер (по амплитуде и длительности) оптической и акустической прозрачности для скалярных однополярных ПКИ в штарковских средах; получено аналитическое выражение для ненулевого бризера, найденного ранее [5] в ходе численного эксперимента;

— найдены новые типы векторных оптических и акустических ПКИ, которые существуют только в штарковских средах и не имеют соответствия в изотропном случае; асимметрия векторных ПКИ по полярности и пороговый по длительности характер их формирования;

— в задаче о падении оптических импульсов на тонкий слой квантовых частиц обнаружен предельный эффект: изменение формы прошедшего и отражённого импульсов стремится к конечной величине с ростом амплитуды падающего импульса; теоретическое рассмотрение проведено с учётом влияния локального поля, анизотропии частиц и при произвольном контуре неоднородного уширения спектральной линии;

— показано, что векторные уравнения РМБ, описывающие распространение двухкомпонентных электромагнитных ПКИ через штарковскую среду, содержащую двухуровневые НКО, у которых матрица оператора дипольного момента имеет самый общий вид, интегрируемы с помощью МОЗР;

— построены новые классы калибровочных преобразований матричных спектральных задач и переопределённых систем линейных уравнений; изучены свойства этих преобразований, установлены связь их с МОЗР в формализме краевой матричной задачи Римана–Гильберта (РГ);

— на основе техники калибровочных преобразований развит новый метод получения интегрируемых модификаций нелинейных уравнений, интегрируемых в рамках МОЗР.

Положения и результаты, выносимые на защиту:

1. Классификация режимов самоиндуцированной прозрачности в штарковских и оптически плотных средах.

2. Результаты исследования особенностей нелинейной динамики в штарковских средах скалярных и векторных предельно коротких импульсов в оптических и акустических задачах: новые режимы согласованной динамики поля импульсов и квантовых частиц; асимметрия импульсов по полярности и пороговый по амплитуде и длительности характер их формирования; двухкомпонентные предельно короткие импульсы, не имеющие соответствия в изотропном случае.

3. Новый подход к изучению падения электромагнитных импульсов на тонкий слой квантовых частиц, который учитывает диполь-дипольное взаимодействие между ними, анизотропию частиц и неоднородное уширение спектральной линии. Предельный эффект при взаимодействии излучения с тонким слоем частиц.

4. Установлена интегрируемость в рамках метода обратной задачи рассеяния векторных редуцированных уравнений Максвелла–Блоха в двухуровневом случае без наложения каких-либо ограничений на матрицу оператора дипольного момента квантовых частиц.

5. Новые классы калибровочных преобразований матричных спектральных задач и переопределённых линейных систем с полиномиальной и рациональной зависимостями от спектрального параметра.

6. Метод сохранения редукционных ограничений на коэффициенты спектральных задач и переопределённых линейных систем, которые заданы с помощью автоморфизмов в пространстве решений.

7. Новый метод построения интегрируемых модификаций нелинейных уравнений, интегрируемых в рамках метода обратной задачи рассеяния.

Научная и практическая значимость диссертационной работы состоит в том, что установлены основные закономерности нелинейной динамики оптических и акустических импульсов в штарковских средах, которые интересны как с точки зрения фундаментальных исследований, так и с точки зрения приложений. Для выявления этих закономерностей был существенно развит математический аппарат теории солитонов. Полученные в диссертации результаты способны вызвать постановку экспериментов и найти применение при разработке устройств управления лазерным излучением, сжатия и преобразования частоты импульсов, оптической обработки информации, спектроскопии НКО. Введённые классы калибровочных преобразований, методы сохранения редукций и построения интегрируемых модификаций могут быть обобщены на другие типы линейных задач, изучаемых в теории солитонов, а также дать новые примеры физически важных систем, интегрируемых с помощью МОЗР.

Апробация работы. Результаты диссертации докладывались на: международных конференциях "Nonlinear Evolution Equations and Dynamical Systems (NEEDS)" (Россия, Дубна 1992; Греция, Колимбари, 1999); международной конференции "Nonlinear Theory and its Applications (NOLTA)" (США, Гонолулу, 1993); XXXI международном симпозиуме по математической физике (Польша, Торунь, 1999); международной конференции "ISLAND I (Integrable Systems: Linear and Nonlinear Dynamics)" (Шотландия, о. Айла, 1999); международной конференции "ELBA 2002. Bilinear Integrable Systems: from Classical to Quantum, Continuous to Discrete" (Италия, Марчиана Марина, 2002); международных чтениях по квантовой оптике (Россия, Санкт-Петербург, 2003); III и IV международных конференциях "Фундаментальные проблемы оптики" (Россия, Санкт-Петербург, 2004 и 2006); международных конференциях по когерентной и нелинейной оптике "ICONO" (Россия, Санкт-Петербург, 2005; Беларусь, Минск, 2007); IV международном семинаре Д.Н. Клышко (Россия, Москва, 2005); X и XI Всероссийских школах-семинарах "Физика и применение микроволн" (Россия, Звенигород, 2005 и 2007); VIII международном симпозиуме по фотонному эху и когерентной спектроскопии "ФЭКС-2005" (Россия, Светлогорск, 2005); X Всероссийской школе-семинаре "Волновые явления в неоднородных средах" (Россия, Звенигород, 2006); VI международной конференции "Лазерная физика и оптические технологии" (Беларусь, Гродно, 2006).

Часть диссертационных материалов была выполнена в рамках проектов РФФИ №№ 96-01-01789, 97-01-00752, 05-02-16422.

Публикации. Содержание диссертации опубликовано в 36 статьях.

Структура и объём диссертации. Диссертация состоит из введения, семи глав, заключения и списка литературы из 279 наименований, включает 25 рисунков и таблицу. Общий объём диссертации составляет 257 страниц.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность выбранного направления, сформулированы цель и задачи исследования, выделены полученные результаты и раскрыта их новизна, научная и практическая значимость, описана структура диссертации и перечислены основные положения, выносимые на защиту.

Глава 1 «Некоторые модели нелинейной оптики, физической акустики и методы теории солитонов» носит обзорный характер. В ней представлены основные теоретические подходы, применяемые при изучении взаимодействия оптических и акустических ПКИ с нелинейными средами. Обсуждено современное состояние исследований динамики ПКИ в штарковских средах. Отмечены результаты изучения взаимодействия излучения с оптически плотными средами и с тонкими плёнками, где существенно влияние локального поля. Здесь же дан краткий обзор развития МОЗР, описаны алгебраические методы теории солитонов, в том числе техника преобразования Дарбу (ПД) [12, 13], и рассмотрены калибровочные преобразования [9, 10]. Выделены проблемы классификации редукций и построения интегрируемых модификаций систем нелинейных уравнений, имеющих физические приложения и представимых в виде условия совместности пары Лакса.

Вторая и третья главы посвящены развитию математических методов, на основе которых будут затем исследованы особенности взаимодействия оптических и акустических импульсов со штарковскими средами.

В главе 2 «Преобразования линейных задач в теории солитонов» для матричных спектральных задач произвольной размерности и переопределённых систем линейных уравнений введены новые классы калибровочных преобразований. Изучены свойства этих преобразований и установлена их связь с обычным ПД и с МОЗР в формализме краевой матричной проблемы РГ.

В §2.1 рассмотрено матричное $n\times n$ линейное обыкновенное дифференциальное уравнение

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} + \lambda J \Psi = U\Psi \qquad (1)$$

совместно с ему сопряжённым (дуальным) уравнением

$$\frac{\partial \Xi}{\partial x} - æ \Xi J = -\Xi U, \qquad (2)$$

где $\Psi = \Psi(x, \lambda)$ и $\Xi = \Xi(x, æ)$ — матричные решения; λ и $æ$ — комплексные постоянные; J — постоянная диагональная матрица: $J = \mathrm{diag}\,(a_1, \ldots, a_n)$ ($a_k \neq a_j$ при $k \neq j$); элементы матрицы $U = (u_{kj})$ зависят только от переменной x; $u_{jj} = 0$ ($j = 1, \ldots, n$).

В соответствии с терминологией, принятой в теории МОЗР, уравнения (1) и (2) называются прямой и сопряжённой спектральными задачами, а параметры λ и $æ$ — спектральными. Ниже векторные решения со спектральными параметрами λ и $æ$ обозначены соответствующими строчными буквами греческого алфавита: $\psi = (\psi_1, \psi_2, \ldots, \psi_n)^T$, $\xi = (\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n)$ (аргументы для краткости опущены). Скалярное произведение решений определено обычным образом: $(\xi, \psi) = \sum_{k=1}^{n} \xi_k \psi_k$. Для векторных решений уравнений (1) и (2) с определёнными значениями спектральных параметров μ и ν использованы обозначения $\varphi = (\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n)^T$ и $\chi = (\chi_1, \chi_2, \ldots, \chi_n)$.

Изучены калибровочные преобразований уравнений (1) и (2), которые не меняют матрицу J. Доказано, что среди таких преобразований существуют n элементарных преобразований Дарбу (ЭПД) прямой задачи $T[\frac{m}{\varphi}]$, n ЭПД сопряжённой задачи $T[\frac{\chi}{m}]$ и $n(n-1)$-но преобразований Шлезингера (ПШ) $T[\frac{m}{l}]$ $(m, l = 1, \ldots, n,\, l \neq m)$, которые являются в определённом смысле простейшими преобразованиями. В частности, для преобразования $T[\frac{1}{\varphi}]$ имеем следующие выражения:

$$\begin{cases} \tilde{\psi}_1 = (\lambda - \mu)\psi_1 + \sum\limits_{m=2}^{n} \dfrac{u_{1m}}{a_m - a_1}\, \tilde{\psi}_m\,, \\ \tilde{\psi}_k = \psi_k - \dfrac{\varphi_k}{\varphi_1}\, \psi_1\,, \end{cases} \qquad \begin{cases} \tilde{\xi}_1 = \dfrac{(\xi, \varphi)}{(\text{æ} - \mu)\varphi_1}\,, \\ \tilde{\xi}_k = \xi_k - \dfrac{u_{1k}}{a_k - a_1}\, \tilde{\xi}_1\,, \end{cases} \tag{3}$$

$$\begin{cases} \tilde{u}_{1k} = \dfrac{u_{1k,x}}{a_k - a_1} + \sum\limits_{m=2}^{n} \dfrac{u_{1m} u_{mk}}{a_m - a_1} - u_{1k}\left(\mu + \sum\limits_{m=2}^{n} \dfrac{u_{1m}\varphi_m}{(a_m - a_1)\varphi_1}\right), \\ \tilde{u}_{k1} = (a_1 - a_k)\dfrac{\varphi_k}{\varphi_1}\,, \\ \tilde{u}_{kj} = u_{kj} - \dfrac{a_j - a_k}{a_j - a_1}\, u_{1j}\, \dfrac{\varphi_k}{\varphi_1} \end{cases} \tag{4}$$

$(k, j = 2, \ldots, n;\ \varphi_1 \neq 0)$. Решение φ, явно входящее в определение преобразованных величин, будем называть решением, с которым проведено ЭПД, а решения, имеющие тильду, — образами исходных решений.

Выражения для ЭПД прямой задачи $T[\frac{m}{\varphi}]$, где m — так называемый индекс ЭПД, следуют из (3), (4) при перестановке матричных индексов $1 \leftrightarrow m$. Выражения для ЭДП сопряжённой задачи $T[\frac{\chi}{1}]$, проведённого с векторным решением χ уравнения (2), получаются из формул (3), (4) заменами

$$\psi \leftrightarrow \xi, \quad \lambda \leftrightarrow \text{æ}, \quad a_k \leftrightarrow -a_k, \quad u_{kj} \leftrightarrow -u_{jk}, \quad \varphi \to \chi, \quad \mu \to \nu. \tag{5}$$

Индексы m и l ПШ $T[\frac{m}{l}]$ будем называть индексами преобразования, при этом первый из них является индексом компоненты векторного решения прямой задачи, закон преобразования которой содержит спектральный параметр, а второй есть индекс компоненты, закон преобразования которой не содержит соответствующей компоненты исходного решения. Отметим, что при заменах (5), переводящих ЭПД прямой задачи в ЭПД сопряжённой, ПШ $T[\frac{m}{l}]$ переходит в преобразование $T[\frac{l}{m}]$.

В §2.2 изучены свойства ЭПД прямой и сопряжённой спектральных задач. Показано, что

1) при проведении ЭПД сохраняются линейная независимость и скалярные произведения решений с одинаковыми спектральными параметрами;

2) ЭПД прямой и сопряжённой задач коммутируют;

3) в случае выполнения последовательности ЭПД с решениями, спектральные параметры которых совпадают, выражения для преобразованных величин следуют их общих как пределы.

Коммутируемость ЭПД означает, в частности, следующее. Пусть $\varphi^{(1)}$ и $\varphi^{(2)}$ — векторные решения задачи (1) со спектральными параметрами μ_1 и μ_2 соответственно. Проведём m_1-ое ЭПД прямой задачи с решением $\varphi^{(1)}$, а затем — m_2-ое ЭПД с образом $T[\frac{m_1}{\varphi^{(1)}}]\varphi^{(2)}$ решения $\varphi^{(2)}$, полученным в результате предыдущего преобразования. Оказалось, что определения преобразованных величин не изменятся, если провести сначала m_2-ое ЭПД, а затем m_1-ое, и/или проводить первое ЭПД последовательности с решением $\varphi^{(2)}$, а второе — с образом решения $\varphi^{(1)}$. Аналогичное свойство имеет место при проведении ЭПД сопряжённой задачи, а также ЭПД обеих задач.

Используя установленные свойства, доказана формула для суммы M ($M \leq n$) различных ЭПД прямой задачи. Оказалось, что обычное ПД спектральной задачи (1)

$$\tilde{\psi} = \lambda\psi + \varepsilon_0\psi, \quad \tilde{U} = U + [J, \varepsilon_0], \tag{6}$$

где $\varepsilon_0 = -\Phi M \Phi^{-1}$, $M = \operatorname{diag}(\mu_1, \ldots, \mu_n)$, $\Phi = (\Phi_{kj} \mid \Phi_{kj} = \varphi_k^{(j)})$, $\varphi^{(k)}$ — решения прямой задачи со спектральными параметрами μ_k ($k = 1, \ldots, n$), является суммой n различных ЭПД.

В §2.3 изучены свойства ПШ и показано, что данные преобразования, а также ПШ и ЭПД коммутируют. При этом оказалось, что верхние (нижние) индексы у всех преобразований и решения, с которыми проведены ЭПД сопряжённой (прямой) задачи, можно в обозначении последовательности преобразований переставлять любым образом. Кроме того, если один из верхних индексов совпадает с нижним, то в конечное выражение они не входят, т.е. одинаковые индексы "сокращаются" как в обычной дроби.

Также в §2.3 показано, что ПШ можно получить, если выполнить последовательность из одного ЭПД и калибровочного преобразования, не зависящего от λ, и устремить при этом точку на плоскости спектрального параметра, в которой ЭПД имеет ядро, к бесконечно удалённой точке. Кроме того, используя свойства ЭПД и ПШ, доказанные в этом и предыдущем параграфах, установлено, что ПШ является частным случаем суммы n ЭПД.

В §2.4 определено бинарное ПД (БПД) как сумма ЭПД прямой и сопряжённой задач, индексы которых равны. При $\nu \neq \mu$ оно имеет вид

$$\tilde{\psi} = \left(E - \frac{\mu - \nu}{\lambda - \nu} P\right)\psi, \quad \tilde{\xi} = \xi\left(E - \frac{\mu - \nu}{\mu - æ} P\right), \quad \tilde{U} = U + (\nu - \mu)\,[J, P]\,, \tag{7}$$

где $P = \varphi\,\chi/(\chi, \varphi)$ — проектор, E — единичная матрица. Доказана итерационная формула БПД, выражающаяся через определители, содержащие в симметричном виде решения каждой из исходных спектральных задач, с образами которых были выполнены БПД. Особо изучен случай совпадения значений спектральных параметров решений прямой и сопряжённой задач, с которыми проводились ЭПД.

Также в этом параграфе введено инфинитезимальное ПД как предельный случай БПД, и показано, что существует связь между ЭПД прямой и сопряжённой задач: сумма $(n-1)$-го различных ЭПД прямой задачи (кроме m-го ЭПД), проведённая с линейно независимыми решениями $\varphi^{(q)}$ $(q = 1, \ldots, n-1)$ прямой задачи со спектральным параметром ν, которые удовлетворяют условиям $(\chi, \varphi^{(q)}) = 0$, является ЭПД $T[\frac{\chi}{m}]$.

В §2.5 установлена связь ЭПД, ПШ и БПД с МОЗР в формализме краевой матричной задачи РГ. Показано, что проведение последовательности ЭПД (ПШ) даёт в общем случае решение рациональной задачи РГ, некоторые (все) нули которой расположены в особой точке спектральных задач. Итерации БПД позволяют получить известное решение рациональной задачи РГ с одинаковыми количествами нулей взаимно одинаковых кратностей, расположенных в разных областях аналитичности [9]. При этом рекуррентные соотношения в терминах проекторов будут разрешены через определители, содержащие симметрично решения спектральных задач, которые задают пространства ядра и образа проекторов. Выполнение БПД с решениями, имеющими одинаковые спектральные параметры, приводит к решению матричной задачи РГ в пределе, когда положение нулей стремится к границе областей аналитичности.

В §2.6 проведено обобщение изученных в предыдущих параграфах преобразований на случаи матричных спектральных задач и переопределённых систем с полиномиальной и рациональной зависимостями от спектрального параметра. Важное отличие ЭПД и ПШ от обычного ПД и БПД состоит в том, что выражения для всех преобразованных величин зависят явно от коэффициентов спектральной задачи. Показано, что, несмотря на это обстоятельство, ЭПД и ПШ являются такими же универсальными преобразованиями, как обычное ПД или БПД. Это означает, что с помощью данных преобразований можно получать новые решения пар Лакса и нелинейных интегрируемых уравнений, представимых в виде условия совместности.

В главе 3 «Редукции, сохраняющие их калибровочные преобразования и интегрируемые модификации» развит в рамках техники калибровочных преобразований метод сохранения редукционных ограничений на коэффициенты спектральных задач. Как известно, подавляющее большинство интегрируемых нелинейных уравнений, имеющих физические приложения, представимо в виде условия совместности при наложении на коэффициенты пары Лакса редукций. В некоторых случаях редукции определяют ограничения на данные рассеяния, которые не вкладываются в обычную схему МОЗР. Используя свойства решений спектральных задач, которые обусловлены существованием редукций, сформулированы достаточные условия, позволяющие сохранять различные классы редукционных ограничений при проведении последовательности ЭПД. Кроме того, в этой главе развит новый метод построения интегрируемых модификаций нелинейных уравнений, интегрируемых с помощью МОЗР.

В §3.1 изучены редукции спектральных задач (1) и (2), которые определены автоморфизмами следующих четырёх типов в пространстве решений прямой спектральной задачи [14]:

$$\Psi(\lambda) \to C_1\Psi(g_1(\lambda)) \in \{\Psi(\lambda)\}, \tag{8}$$

$$\Psi(\lambda) \to C_2\Psi^*(g_2(\lambda^*)) \in \{\Psi(\lambda)\}, \tag{9}$$

$$\Psi(\lambda) \to C_3^{-1}[\Psi^T(g_3(\lambda))]^{-1} \in \{\Psi(\lambda)\}, \tag{10}$$

$$\Psi(\lambda) \to C_4^{-1}[\Psi^+(g_4(\lambda^*))]^{-1} \in \{\Psi(\lambda)\}, \tag{11}$$

где C_j $(j = 1, \ldots, 4)$ — постоянные матрицы, не зависящие от спектрального параметра; $g_j(\lambda)$ — повороты плоскости спектрального параметра: $g_j(\lambda) = \theta_j\lambda$ $(|\theta_j| = 1,\ j = 1, \ldots, 4)$. Автоморфизмы в пространстве решений сопряжённой задачи не дают новых редукций. Следствиями существование автоморфизмов являются не только ограничения на коэффициенты спектральных задач и, соответственно, на данные рассеяния, но также ограничения на входящие в них величины.

Рассмотрены некоторые часто используемые, в том числе в связи с физическими приложениями, типы редукций. Соответствующие им автоморфизмы приведены с помощью различных преобразований к простейшему виду.

В случае автоморфизма (8) возникают следующие ограничения на матрицу U:

$$C_1U - UC_1 = 0. \tag{12}$$

Если среди a_k нет равных нулю, то $\theta_1 = \exp[-2\pi i/l]$, где l — натуральное число, делитель n. При этом матрицу J можно привести после переобозначения матричных индексов к виду, где её диагональные элементы связаны соотношениями $a_{jn/l+k} = a_k\theta_1^{-j}$ $(k = 1, \ldots, n/l,\ j = 1, \ldots, l-1)$. В простейшем случае, когда $l = n$, имеем $a_k = a_1\exp[2\pi i(k-1)/n]$, а для элементов матрицы C_1 получим следующие выражения

$$C_{1,\,kj} = c_k\delta_{k,j-1}. \tag{13}$$

(Здесь и в дальнейшем все индексы равны по модулю n.)

Уравнения (12) и (13) определяет редукцию на матрицу U. Независимыми являются $n{-}1$ коэффициент (например, элементы одной строки). Проведение калибровочного преобразования позволяет сделать так, чтобы при $k = 1, \ldots, n$ выполнялись условия

$$c_k = 1. \tag{14}$$

Также рассмотрен более сложный случай, когда один из a_k равен нулю: $a_n = 0$. Тогда $\theta_1 = \exp\left[-2\pi i/l\right]$, где l — натуральное число, такое, что $m = (n-1)/l$ тоже натуральное. Если $l = n-1$, то матрицу J можно привести к такому виду, что $a_k = a_1 \exp\left[2\pi i(k-1)/(n-1)\right]$ $(k = 2, \ldots, n-1)$, а для элементов матрицы C_1 получим следующие выражения

$$C_{1,\,kj} = c_k \delta_{k,j-1}, \quad C_{1,\,(n-1)j} = c_{n-1}\delta_{1,j}\,, \quad C_{1,\,nj} = c_n \delta_{n,j} \tag{15}$$

$(k = 1, \ldots, n-2,\ j = 1, \ldots, n)$.

Здесь независимыми являются n коэффициентов матрицы U: один из n-ой строки и все из какой-либо другой строки. Из уравнения (12) в предположении о нерасщепляемости спектральной задачи (1) на матричные задачи меньшей размерности следует, что $c_n^{n-1} = \prod_{k=1}^{n-1} c_k$. Подходящим калибровочным преобразованием всегда обеспечивается выполнение условий (14).

В случае автоморфизма (9) имеем такое условие на матрицу U

$$C_2 U^* - U C_2 = 0. \tag{16}$$

Матрица J может быть записана после переопределения её индексов как

$$J = \mathrm{diag}\,(a_1, \ldots, a_m, a_{m+1}, \ldots, a_{m+h}, a^*_{m+h}\theta_2^{-1}, \ldots, a^*_{m+1}\theta_2^{-1}),$$

где $n = m + 2h$ (m и h — целые неотрицательные числа) и $\arg(a_k) = -\arg(\theta_2)/2$ $(k = 1, \ldots, m)$. Элементы матрицы C_2 будут определены при этом следующим образом:

$$C_{2,\,kj} = \begin{cases} c_k \delta_{k,j}\ (k = 1, \ldots, m), \\ c_k \delta_{n+m+1-k,j}\ (k = m+1, \ldots, n). \end{cases} \tag{17}$$

Если $m \neq 0$, то из уравнения (16) получим ограничения на коэффициенты матрицы C_2

$$|c_j|^2 = c_{n+m+1-k} c_k^* \tag{18}$$

$(1 \leq j \leq m,\ m+1 \leq k \leq n)$. В этом случае калибровкой обеспечивается выполнение условий (14).

При $m = 0$ из (16) следует, что коэффициенты c_k $(k = 1, \ldots, n)$ удовлетворяют условию

$$c_{n+1-k} c_k^* = b, \tag{19}$$

где $b^2 = 1$. Здесь существуют две неэквивалентные редукции, когда $b = 1$ и $b = -1$. Проводя калибровочное преобразование, можно добиться выполнения условий (14) для $b = 1$ и $c_k = -c_{n+1-k} = 1$ $(k = 1, \ldots, h)$ для $b = -1$.

Если существует автоморфизм (10), то матрица U удовлетворяет условию

$$U^T C_3 + C_3 U = 0. \tag{20}$$

Рассмотрены частные случаи этого автоморфизма, когда его двукратное применение есть тождественное отображение. Это означает, что $\theta_3^2 = 1$.

а) $\theta_3 = -1$. Матрица C_3 здесь имеет вид

$$C_3 = \mathrm{diag}\,(c_1, \ldots, c_n). \tag{21}$$

Калибровкой можно положить $C_3 = E$.

б) $\theta_3 = 1$. Матрица J может быть приведена при этом к виду, где $a_{n+1-k} = -a_k$. Тогда для элементов матрицы C_3 получим следующие выражения:

$$C_{3,\,kj} = c_k \delta_{n+1-k,j}\,. \tag{22}$$

Уравнение (20) определяет также ограничения на коэффициенты матрицы C_3: $c_{n+1-k}c_k^{-1} = b$ $(b^2 = 1)$, которые возникают в предположении о невозможности сведения спектральной задачи (1) к задачам меньшей матричной размерности. В случае $b = -1$ матричная размерность должна быть чётной: $n = 2l$. Калибровкой можно обеспечить выполнение условий (14) при $b = 1$. Если $b = -1$, то проведение калибровочного преобразования позволяет добиться при $k = 1, \ldots, l$ выполнения следующих условий:

$$c_k = -c_{n+1-k} = 1. \tag{23}$$

В случае автоморфизма (11) условие на матрицу U имеет вид

$$U^+ C_4 + C_4 U = 0. \tag{24}$$

Матрица J обладает с точностью до переобозначения индексов структурой

$$J = \mathrm{diag}\,(a_1, \ldots, a_m, a_{m+1}, \ldots, a_{m+h}, -a_{m+h}^*\theta_4^*, \ldots, -a_{m+1}^*\theta_4^*),$$

где $n = m + 2h$ (m и h — целые неотрицательные числа) и $\arg(a_k) = -\arg(-\theta_4)/2$ $(k = 1, \ldots, m)$. При этом элементы матрицы C_4 определены следующим образом:

$$C_{4,\,kj} = \begin{cases} c_k \delta_{k,j} \ (k = 1, \ldots, m), \\ c_k \delta_{n+m+1-k,j} \ (k = m+1, \ldots, n). \end{cases} \tag{25}$$

Уравнение (24) даёт ограничения на коэффициенты матрицы C_4: $c_j^* c_j^{-1} = c_{n+m+1-k}^* c_k^{-1}$ $(j = 1, \ldots, m,\ k = m+1, \ldots, n)$, которые следуют в предположении о нерасщепляемости спектральной задачи (1) на задачи меньшей матричной размерности. Проведением калибровочного преобразования можно матрицу C_4 привести к виду, где $c_k = \pm 1$ при $k = 1, \ldots, m$ и $c_k = 1$ при $k = m+1, \ldots, n$.

В §3.2 сформулированы достаточные условия сохранения при совершении последовательности ЭПД редукционных ограничений на коэффициенты спектральных задач, которые были рассмотрены в предыдущем параграфе. Оказалось, что преобразованная матрица U удовлетворяет редукции, если проводить ЭПД с определёнными наборами решений, связанными свойством симметрии в пространствах решений прямой и сопряжённой задач, которое является следствием существования автоморфизма. Так, для сохранения редукции (12), (13) достаточно провести обычное ПД (6) с такими решениями, а для удержания редукции (12), (15) проводится $(n-1)$-но ЭПД двумя разными способами. Редукции (16)–(18) и (16), (17), (19) наследуются при выполнении двух ЭПД (или, возможно, одного для первой редукции). Редукции (20), (21) и (24), (25) будут сохранены при совершении БПД (7).

Интересная ситуация возникает с редукциями (20), (22), (14) и (20), (22), (23). С точки зрения обычной схемы МОЗР в формализме краевой матричной проблемы РГ определители решений уравнений (1) и (2) должны иметь в одной и той же точке плоскости спектрального параметра как нуль, так и полюс. Это означает, что при таких редукционных ограничениях не существует данных рассеяния, содержащих дискретную часть. Однако, данные редукции вкладываются в рамки техники калибровочных преобразований. Они будут сохранены при проведении БПД с решениями, спектральные параметры которых совпадают и на которые наложены определённые условия. При этом для первой редукции достаточно провести одно такое преобразование, а для второй необходимо выполнить два БПД.

Таким образом, ЭПД оказались более эффективным средством сохранения редукций, нежели обычное ПД. При этом проведение преобразований, удерживающих редукции, кроме того, сохраняет связь между решениями прямой и сопряжённой спектральных задач, которая является следствием существования автоморфизма, а именно образы решений, связанных свойством симметрии, тоже будут связаны (с точностью до несущественного калибровочного преобразования). Это обстоятельство позволяет сформулировать достаточные условия сохранения редукций при итерациях описанных выше последовательностей преобразований. При комбинировании редукций, рассмотренных в этой главе, достаточные условия должны соответствовать каждой из редукции в отдельности. Важная роль именно ЭПД в сохранении редукций обусловлена тем, что некоторые из нулей рациональной задачи РГ, добавляемых при их проведении, попадают в особые точки спектральных задач, положение которых инвариантно относительно автоморфизмов. Следует также отметить, что ПШ могут быть использованы для размножения редукций, налагаемых на коэффициенты спектральных задач.

В §3.3 изложен новый метод получения интегрируемых модификаций нелинейных интегрируемых уравнений. Этот метод основан на изучении свойств решений пар Лакса и на технике калибровочных преобразований. Получаемые с его помощью нелинейные уравнения тоже интегрируемы в рамках МОЗР и содержат произвольные коэффициенты, при определённых значениях которых они совпадают в некоторых случаях с хорошо известными, в том числе в когерентной оптике и физической акустике, нелинейными интегрируемыми уравнениями.

Методы сохранения редукций и построения интегрируемых модификаций дают возможность применить введённые во второй главе калибровочные преобразования к системам линейных и нелинейных интегрируемых уравнений, имеющим важные физические приложения. С их помощью в последующих главах изучены особенности динамики оптических и акустических импульсов в штарковских средах.

В главе 4 «Режимы прозрачности в условиях синхронизма длинных и коротких волн» на основе системы уравнений синхронизма длинных и коротких волн (СДКВ) изучены солитонные режимы прохождения через оптически одноосную штарковскую среду двухкомпонентных импульсов излучения с произвольной отстройкой несущей частоты коротковолновой составляющей от резонанса. В данной задаче система СДКВ, обобщающая уравнения СИП на случай отличного от нуля ПДМ, возникает при использовании приближений ММО и однонаправленного распространения (ОР) и оказывается интегрируемой с помощью МОЗР, если линейные скорости коротковолновой обыкновенной и длинноволновой необыкновенной составляющих импульсов равны. Для получения решений этой системы уравнений использована техника ПД и применён метод сохранения редукционных ограничений на коэффициенты переопределённых линейных систем, развитые в предыдущих главах. Найденные решения модифицируются на случай более общей физической ситуации, когда не выполняются ограничения на параметры, обеспечивающие интегрируемость уравнений СДКВ. Исследование характеристик импульсов и динамики НКО позволило выделить несколько режимов солитонной прозрачности. Отмечены особенности проявления этих режимов в "плотных" штарковских средах, в которых условие малой плотности НКО не выполняется, и в штарковских средах с выраженным положительным или отрицательным двулучепреломлением. Также показано, что найденные режимы СИП могут существовать в оптически плотных средах, где необходимо учитывать диполь-дипольное взаимодействие между НКО, и имеют акустические аналоги.

В §4.1 выведена система материальных и волновых уравнений, описывающая распространение векторного электромагнитного импульса в оптически одноосной среде, содержащей резонансные двухуровневые аксиально симметричные НКО с двукратным вырождением одного из уровней, в направлении перпендикулярном оптической оси. В этом случае функции обыкновенной и необыкновенной составляющих импульса строго различны: обыкновенная компонента возбуждает резонансный переход, а необыкновенная сдвигает его частоту. С помощью замены переменных полученные уравнения сведены к системе СДКВ

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{i}{2}\left(\Omega_o^* R - \Omega_o R^*\right), \quad \frac{\partial R}{\partial t} = i\left(\Delta + \Omega_e\right) R + i\Omega_o W, \tag{26}$$

$$\frac{\partial \Omega_o}{\partial y} + \frac{n_o}{c}\frac{\partial \Omega_o}{\partial t} = -i\beta_o R, \quad \frac{\partial \Omega_e}{\partial y} + \frac{n_e}{c}\frac{\partial \Omega_e}{\partial t} = \beta_e \frac{\partial W}{\partial t}. \tag{27}$$

Здесь переменная Ω_o пропорциональна огибающей обыкновенной компоненты импульса; Ω_e пропорциональна необыкновенной компоненте; переменные W и R выражаются через элементы матрицы плотности НКО; коэффициенты β_o и β_e определены через физические параметры; Δ — отстройка от резонанса несущей частоты обыкновенной составляющей импульса; n_o и n_e — обыкновенный и необыкновенный показатели преломления; c — скорость света в вакууме. Если ПДМ НКО равен нулю (т.е. $\beta_e = 0$), то система (26), (27) переходит в уравнения СИП.

В §4.2 к уравнениям (26), (27) в случае $n_e = n_o$ (т.е. при строгом выполнении условия СДКВ, когда данные уравнения интегрируемы в рамках МОЗР) применены техника ПД и метод сохранения редукционных ограничений. Построены односолитонные решения системы СДКВ, на основе которых в последующих параграфах обсуждены различные режимы распространения двухкомпонентных импульсов в штарковских средах. В этом же параграфе солитонные решения модифицируется на случай, когда линейные скорости обыкновенной и необыкновенной волн не равны друг другу, а в модельных уравнениях не использовано приближение ОР. В этих условиях степень анизотропии штарковской среды при прохождении через неё двухкомпонентного импульса становится эффективной, т.е. зависящей от его параметров.

В §4.3 изучено распространение импульсов при равенстве линейных скоростей обеих компонент. Обнаружено, что длительность импульсов, вызывающих наибольшее изменение населённостей квантовых уровней, определяется величиной отстройки, причём несущая частота обыкновенной составляющей импульсов всегда меньше резонансной. В этом заключается принципиальное отличие от случая изотропной среды, где полная инверсия происходит только при точном резонансе. Поэтому в условиях сильного возбуждения НКО электромагнитные импульсы могут проходить через штарковскую среду не только в режиме СИП, где отстройка мала, но также в режиме самоиндуцированной сверхпрозрачности (СИСП) при больших значениях отстройки. При этом в режиме СИСП импульсы не испытывают существенного уменьшения в скорости распространения, и имеет место заметная фазовая модуляция обыкновенной компоненты. Кроме того, здесь изучены режимы распространения двухкомпонентных импульсов в условиях слабого возбуждения НКО. Помимо режима необыкновенной прозрачности (НП) [2], в котором импульсы, испытывая замедление в скорости распространения, подобное случаю СИП, практически не вызывают изменения населённостей уровней НКО, рассмотрены режимы положительной и отрицательной нерезонансных прозрачностей (ПНП и ОНП), которые имеют место при большой отстройке от резонанса.

В §4.4 изучены особенности проявления выделенных в предыдущем параграфе режимов прозрачности в "плотных" средах, в средах с выраженным положительным или отрицательным двулучепреломлением, а также в оптически плотных средах, где необходимо учитывать диполь-дипольное взаимодействие между НКО.

В §4.5 дано сравнение характеристик изученных режимов солитонной прозрачности и обсуждены особенности их проявления в различных средах. Так, режим СИП характеризуется сильным возбуждением НКО, малой отстройкой и значительным уменьшением скорости распространения импульсов относительно линейной скорости. СИСП отличается от СИП меньшим замедлением в скорости распространения, заметным сдвигом частоты в красную область, но НКО при этом тоже испытывают сильное возбуждение. Солитоны СИСП превосходят по амплитуде солитоны СИП, являются более короткими, а обыкновенная компонента сильно промодулирована по частоте. У импульсов, распространяющихся в режиме НП, отстройка от резонанса мала, и имеют место преобладание необыкновенной компоненты над обыкновенной и пленение населённостей уровней. Групповая скорость меняется существенно и может быть такой же, как у импульсов, вызывающих сильное возбуждение НКО. В режимах ПНП и ОНП скорость импульсов меняется слабо, а отстройка велика по абсолютной величине. Наиболее существенно данные режимы отличаются по поведению эффективной отстройки от резонанса. Она практически не меняется в режиме ОНП. Если же импульс распространяется в режиме ПНП, то эффективная отстройка за счёт необыкновенной составляющей меняет знак, проходя через резонанс.

В "плотной" среде, где эффективная анизотропия НКО для всех импульсов уменьшается, более выраженными оказываются режимы прозрачности, сопровождающиеся сильным возбуждением. Наиболее интересным является случай штарковских сред с выраженным положительным двулучепреломлением, важная особенность которого заключается в том, что эффективная анизотропия НКО может менять знак. По этой причине режимы СИП и СИСП существуют не только тогда, когда несущая частота импульса меньше резонансной, но также, если она превосходит резонансную частоту. Кроме того, степень эффективной анизотропии становится неограниченной, когда групповая скорость импульса приближается к скорости необыкновенной компоненты. Импульсы при этом распространяются в режиме НП, который будет выражен более сильно, особенно при малой отстройке от резонанса. Если среда обладает выраженным отрицательным двулучепреломлением, то эффективная анизотропия НКО уменьшается, и сильнее проявляются режимы прозрачности с сильным возбуждением НКО. Отличительной чертой случая оптически плотных сред является то, что наибольшее возбуждение квантовых частиц вызывают импульсы с фиксированной отстройкой, величина которой пропорциональна параметру связи диполей.

В §4.6 показано, что система СДКВ описывает также распространение поперечных акустических ультракоротких импульсов в кубическом кристалле, находящемся в магнитном поле и содержащем резонансные парамагнитные примеси с эффективным спином $S = 1/2$. Импульсы распространяются перпендикулярно магнитному полю, которое параллельно одной из осей симметрии четвёртого порядка кристалла (геометрия Фохта). В этих условиях компонента импульса, перпендикулярная магнитному полю, вызывает квантовые переходы между спиновыми подуровнями, а компонента, параллельная полю, сдвигает их частоту. Таким образом, данный парамагнитный кристалл является штарковской средой, и функции поперечных компонент упругого импульса соответствуют функциям обыкновенной и необыкновенной компонент изученных выше электромагнитных импульсов. По аналогии с оптическим случаем выделены режимы акустической СИП.

В главе 5 «Скалярные оптические и акустические импульсы в штарковских средах» исследована динамика скалярных ПКИ на основе уравнений РМБ с ПДМ [11], т.е. без использования приближения ММО.

В §5.1 рассмотрено распространение скалярных электромагнитных ПКИ через оптически одноосную среду, содержащую π-переходы. Здесь единственная импульсная составляющая как вызывает переходы между уровнями НКО, так и сдвигает их частоту. Если плотности НКО мала, то данный процесс описывают уравнения РМБ с ПДМ

$$\frac{\partial \sigma_3}{\partial \tau} = iu(\sigma - \sigma^*), \quad \frac{\partial \sigma}{\partial \tau} = i(1 + 2ku)\sigma + 2iu\sigma_3, \quad \frac{\partial u}{\partial \eta} = i(\sigma^* - \sigma), \tag{28}$$

где σ_3 и σ выражаются через элементы матрицы плотности НКО; u, η и τ — обезразмеренные напряжённость электрического поля импульса, координата и "бегущее" время; параметр k пропорционален ПДМ перехода. В [11] было установлено, что данные уравнения интегрируемы с помощью МОЗР. Это дало возможность применить к ним технику ПД и метод сохранения редукций, развитые во второй и третьей главах, и получить многосолитонные решения.

В §5.2 изучены решения системы (28) в виде однополярных ПКИ и так называемых бризероподобных импульсов, убывающих экспоненциально и рационально. Для однополярных ПКИ обнаружен пороговый по амплитуде и длительности характер оптической прозрачности. Его появление связано с тем, что импульсы, полярность которых противоположна знаку ПДМ, сильнее вовлекаются во взаимодействие с квантовыми частицами и должны быть более мощными, чем ПКИ в изотропной среде. У бризероподобных импульсов временная площадь не равна нулю в отличие от хорошо известных бризерных решений уравнений РМБ в изотропном случае. Для таких импульсов тоже имеет место асимметрия по полярности: знаки нулевой гармоники и ПДМ перехода противоположны. Это подтвердило результаты численного эксперимента [5] (в частности, бризероподобный импульс есть ни что иное, как ненулевой бризер). Следствием асимметрии по полярности является понижение эффективной частоты квантового перехода при прохождении бризероподобного импульса через штарковскую среду. Обсуждено влияние ПДМ на спектральный состав импульсов, формирующихся в такой среде.

В §5.3 и §5.4 исследована нелинейная динамика квазипродольных акустических ПКИ в низкотемпературном кубическом кристалле, содержащем парамагнитные примеси с эффективным спином $S = 1$ и находящемся под действием постоянной и однородной внешней деформации, направленной вдоль одной из осей симметрии четвёртого порядка. Используя условие малой плотности и замену переменных, выведены уравнения, описывающие распространение акустических ПКИ под произвольным углом к направлению внешней деформации, которые, как оказалось, эквивалентны системе РМБ с ПДМ (28). В данной задаче проявление асимметрии по полярности поля зависит от типа внешнего воздействия на кристалл (растяжение или сжатие) и направления распространения акустических импульсов. В случае бризероподобных упругих импульсов знак их временной площади (нулевой гармоники) таков, что частота переходов между спиновыми подуровнями динамически уменьшается в среднем на периоде осцилляций при любом знаке постоянной спин-фононного взаимодействия. Это определяет эффективность генерации высших гармоник у акустических импульсов, распространяющихся через деформированный парамагнитный кристалл.

В главе 6 «Прохождение импульсами излучения штарковской границы раздела» изучена задача о падении электромагнитных импульсов на тонкий слой НКО. В §6.1 выведены уравнения, описывающие в рамках полуклассического феноменологического подхода нормальное падение импульсов на слой двухуровневых НКО, расположенный на границе раздела диэлектрических сред. В этих уравнениях учтены диполь-дипольное взаимодействие между квантовыми частицами и неоднородное уширение спектральной линии.

В §6.2 и §6.3 с помощью техники ПД и метода сохранения редукций найдены решения выведенных уравнений, которые соответствуют солитонному режиму прохождения границы раздела векторными и скалярными импульсами, в том числе имеющими высокочастотное заполнение. Особенность этого режима состоит в том, что сохраняется баланс энергий электромагнитного поля и квантовых частиц до и после взаимодействия. Исследовано влияние на прошедшее и отражённое поля, на динамику НКО локального поля в плёнке, анизотропии, отстройки от резонанса и неоднородного уширения спектральной линии. Показано, что в рассматриваемой задаче имеет место предельный эффект: изменение формы прошедшего и отражённого импульсов, вызванное НКО, стремится к конечной величине с ростом амплитуды падающего импульса. Подобно случаям протяжённых оптически плотных или штарковских сред, учёт локального поля и анизотропии приводит к своего рода фазовой модуляции: фазы падающего, прошедшего и отражённого импульсов испытывают дополнительное смещение относительно фазы поля в плёнке. Вследствие этого меняется зависимость энергии прошедшего и отражённого полей от параметров падающего импульса (несущей частоты и длительности), что, в частности, проявляется в эффектах просветления плёнки и полного отражения. Кроме того, анизотропия НКО приводит к динамическому повороту поляризации отражённого и прошедшего полей относительно падающего поля. Для скалярных ПКИ показано, что локальное поле обуславливает существование импульсов, испытывающих полное отражение. Также выяснены проявления асимметрии по полярности поля у скалярных ПКИ при прохождении ими плёнки НКО.

В главе 7 «Векторные солитоны в штарковских средах» исследовано распространение двухкомпонентных ПКИ на основе подхода, развитого в §3.3. В соответствии с ним уравнения в случае штарковской среды рассматриваются как интегрируемая модификация нелинейных уравнений для изотропной (нештарковской) среды, интегрируемость которых в рамках МОЗР уже установлена. Это позволило применить к таким нелинейным уравнениям технику ПД и метод сохранения редукций, развитые во второй и третьей главах, и изучить особенности динамики векторных ПКИ в штарковских средах.

В §7.1 изучено распространение двухкомпонентных ПКИ поперечной деформации в низкотемпературном кристалле, содержащем парамагнитные примеси с эффективным спином $S = 1/2$, в направлении, перпендикулярном внешнему магнитному полю (геометрия Фохта; случай поперечных импульсов, имеющих высокочастотное заполнение, был рассмотрен для этой геометрии в §4.6). Получена система двухкомпонентных уравнений РМБ (ДРМБ), описывающая в рамках приближения ОР этот процесс,

$$\frac{\partial U}{\partial t} = (\omega_0 + \Omega_z)V + \Omega_y W, \quad \frac{\partial V}{\partial t} = -(\omega_0 + \Omega_z)U, \quad \frac{\partial W}{\partial t} = -\Omega_y U, \tag{29}$$

$$\frac{\partial \Omega_y}{\partial x} + \frac{1}{a}\frac{\partial \Omega_y}{\partial t} = \frac{n\hbar\omega_0^2 F_{44}^2}{8\rho a^3}(\omega_0 + \Omega_z)U, \quad \frac{\partial \Omega_z}{\partial x} + \frac{1}{a}\frac{\partial \Omega_z}{\partial t} = -\frac{n\hbar\omega_0^2 F_{55}^2}{8\rho a^3}\Omega_y U, \tag{30}$$

где переменные Ω_y и Ω_z пропорциональны компонентам тензора деформаций; переменные U, V и W выражаются через элементы матрицы плотности парамагнитных примесей; ω_0 — частота зеемановского расщепления крамерсовского дублета; F_{44} и F_{55} — компоненты тензора спин-упругого взаимодействия; n — концентрация парамагнитных ионов; a — линейная скорость поперечной акустической волны; ρ — средняя плотность кристалла.

При $F_{55} = \Omega_z = 0$ система (29), (30) переходит в уравнения РМБ, интегрируемой модификацией которых она является. Уравнения ДРМБ отличаются только обозначениями от системы нелинейных уравнений, описывающей динамику продольно-поперечных акустических импульсов в парамагнитном кристалле в случае геометрии Фарадея. Эта система была выведена в работе [8], где также была показана её интегрируемость в рамках МОЗР.

На основе солитонных решений уравнений ДРМБ изучены новые режимы согласованной динамики поля импульса и квантовых частиц, характерные только для штарковских сред. Выявлена асимметрия по полярности одной из компонент: знак той составляющей поперечного поля деформации, которая смещает частоту перехода между спиновыми подуровнями, таков, что частота понижается при прохождении импульса. Обнаружено, что характеристики упругих импульсов существенно зависят от соотношения между компонентами тензора спин-упругого взаимодействия. Так, при распространении вдоль одной из осей симметрии кристалла могут существовать стационарные ПКИ только одного вида, причём эти импульсы ограничены по длительности. При распространении вдоль другой оси симметрии возможны стационарные акустические ПКИ двух видов. В этом случае длительность импульсов может быть любой. У импульсов, имеющих высокочастотное заполнение, нелинейное взаимодействие между компонентами поля деформации тоже играет важную роль. За счёт динамического сдвига частоты перехода бризерный импульс может входить в резонанс (либо уходить из резонанса) со средой в зависимости от величины отстройки. Эти результаты согласуются с выводами §4.6, где было использовано приближение ММО.

В §7.2 к уравнениям ДРМБ применено приближение спектрального перекрытия. Показано, что динамика импульсов описывается в этом случае так называемым модифицированным уравнением СГ

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial x \partial \tau} = -\omega_0 \beta_y \left[1 - \tau_c^2 \left(\frac{\partial\theta}{\partial\tau} \right)^2 \right]^{1/2} \sin\theta,$$

где $\theta = \int_{t_0}^{t} \Omega_y \, dt'$, $\beta_y = -W_0 n \hbar \omega_0^2 F_{44}^2 / 8\rho a^3$, $\tau_c = F_{55}/\omega_0 F_{44}$, $\tau = t - x/a$, W_0 — стационарная инверсия населённостей уровней крамерсовского дублета. Данное уравнение вкладывается в схему, изложенную в §3.3, т.е. является интегрируемой модификацией уравнения СГ, в которое оно переходит при $\tau_c = 0$. Проведена классификация солитонных решений, найденных с помощью техники ПД и метода сохранения редукций, полученного уравнения. В зависимости от длительности стационарного солитона возможны решения в виде 2π-импульсов (кинков и антикинков) и 0π-импульсов (нейтральных кинков), не имеющих соответствия в изотропном случае. Изучены поведение среды при прохождении солитонов различных типов и процессы их столкновений между собой. Оказалось, что ход взаимодействия у сталкивающихся солитонов существенным образом зависит от соотношений между их свободными параметрами и коэффициентом τ_c.

В §7.3 исследовано взаимодействие продольно-поперечных акустических импульсов с системой парамагнитных примесей с эффективным спином $S = 1$, находящейся в статически деформированном кристалле. Показано, что динамика импульса, распространяющегося под произвольным углом к направлению статической деформации, и эффективных спинов подчиняется при наложении дополнительных ограничений модифицированным уравнениям РМБ (МРМБ). Эти уравнения являются интегрируемой модификацией уравнений РМБ с ПДМ (28) и обобщают уравнения ДРМБ (29), (30). Выявлена существенная зависимость поведения среды и характеристик упругих солитонов от соотношений между их свободными параметрами и коэффициентами уравнений. Обнаружено, что в данной задаче имеет место асимметрия по полярности обеих компонент акустического импульса.

В §7.4 установлена интегрируемость с помощью МОЗР системы векторных уравнений РМБ, описывающей распространение двухкомпонентных электромагнитных ПКИ через штарковскую среду, содержащую двухуровневые НКО, матрица оператора дипольного момента которых имеет наиболее общий вид. В этих условиях обе составляющие импульса как возбуждают НКО, так и сдвигают их уровни. Уравнения РМБ с ПДМ (28), ДРМБ (29), (30) и МРМБ, изученные в пятой главе и предыдущих параграфах этой главы, являются частными случаями системы векторных уравнений РМБ.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

1. В ходе исследования распространения в штарковских средах двухкомпонентных электромагнитных и акустических импульсов, имеющих высокочастотную составляющую с произвольной отстройкой несущей частоты от резонанса, показано, что импульсы могут проходить через такие среды в режимах, отличных от самоиндуцированной прозрачности. Установлены особенности проявления этих режимов в средах с положительным и отрицательным двулучепреломлениями. Обнаружено, что выделенные режимы также могут существовать в оптически плотных средах.

2. Изучены особенности нелинейной динамики скалярных предельно коротких импульсов в штарковских средах. Объяснены результаты численного моделирования данного процесса, выявлена асимметрия импульсов по полярности, и обнаружен пороговый по амплитуде и длительности характер оптической и акустической прозрачности у однополярных предельно коротких импульсов. Обсуждено влияние асимметрии по полярности на спектральный состав импульсов.

3. Проведено исследование падения электромагнитных импульсов на тонкий слой анизотропных квантовых частиц при учёте локального поля и неоднородного уширения спектральной линии. Выяснено влияние этих факторов, а также анизотропии квантовых частиц на прошедшее и отражённое поля. Показано, что в данной задаче имеет место предельный эффект.

4. Изучено распространение векторных оптических и акустических предельно коротких импульсов в штарковских средах, содержащих двухуровневые несимметричные квантовые объекты. Установлено, что нелинейное взаимодействие между компонентами поля приводит к появлению новых типов предельно коротких импульсов, не имеющих соответствия в изотропном случае. Обнаружены асимметрия по полярности импульсов и пороговый по длительности характер их формирования.

5. Развиты техника калибровочных преобразований матричных спектральных задач и переопределённых линейных систем, а также основанные на ней методы сохранения редукций и получения интегрируемых модификаций нелинейных интегрируемых уравнений. С их помощью найдены многосолитонные решения уравнений, описывающих динамику скалярных и векторных импульсов в штарковских средах в оптических и акустических задачах.

6. Показано, что система редуцированных уравнений Максвелла–Блоха, описывающая распространение векторных предельно коротких электромагнитных импульсов в штарковских средах, содержащих двухуровневые квантовые частицы, интегрируема в рамках метода обратной задачи рассеяния в самом общем случае.

Основные результаты диссертации опубликованы в работах:

1. Leble S.B., Ustinov N.V. Korteweg–de Vries – Modified Korteweg–de Vries Systems and Darboux Transforms in 1+1 and 2+1 Dimensions // J. Math. Phys. – 1993. – V. 34. – № 4. – P. 1421-1427.

2. Leble S.B., Ustinov N.V. Deep Reductions for Matrix Lax Systems, Invariant Forms and Elementary Darboux Transforms // Proceedings of VIII International Workshop "Nonlinear Evolution Equations and Dynamical Systems (NEEDS)" (6-17 July 1992, Dubna, near Moscow, Russia). – Edited by Makhankov V., Puzynin I., Pashaev O. – Singapore: World Scientific, 1993. – P. 34-41.

3. Leble S.B., Ustinov N.V. Darboux Transformations, Deep Reductions and Solitons // J. Phys. A: Math. Gen. – 1993. – V. 26. – P. 5007-5016.

4. Leble S.B., Ustinov N.V. Solitons of Nonlinear Equations Associated with Degenerate Spectral Problem of the Third Order // Proceedings of International Symposium "Nonlinear Theory and its Applications (NOLTA)" (5-10 December 1993, Honolulu, Hawaii, USA). – Edited by Tanaka M., Saito T. – Singapore: World Scientific, 1993. – V. 2. – P. 547-550.

5. Leble S.B., Ustinov N.V. Third Order Spectral Problems: Reductions and Darboux Transformations // Inverse Problems. – 1994. – V. 10. – P. 617-633.

6. Ustinov N.V. The Reduced Self-Dual Yang–Mills Equation, Binary and Infinitesimal Darboux Transformations // J. Math. Phys. – 1998. – V. 39. – № 2. – P. 976-985.

7. Leble S.B., Ustinov N.V. On Soliton and Periodic Solutions of Maxwell–Bloch System for Two-Level Medium with Degeneracy // Chaos, Solitons and Fractals. – 2000. – V. 11. – № 11. – P. 1763-1772.

8. Ustinov N.V. Transformations of Ordinary Differential Equations via Darboux Transformation Technique // Reports on Mathematical Physics. – 2000. – V. 46. – № 1&2. – P. 279-286.

9. Ustinov N.V. On Representation of the P–Q Pair Solution at the Singular Point Neighborhood // Journal on Nonlinear Mathematical Physics. – 2001. – V. 8, Supplement. – P. 283-288.

10. Ustinov N.V., Czachor M., Kuna M., Leble S.B. Darboux Integration of $\imath\dot{\rho} = [H, f(\rho)]$ // Phys. Lett. A. – 2001. – V. 279. – P. 333-340.

11. Устинов Н.В., Брежнев Ю.В. О Ψ-функции для конечнозонных потенциалов // УМН. – 2002. – Т. 57. – № 1(343). – С. 167-168.

12. Ustinov N.V. Darboux Transformations, Infinitesimal Symmetries and Conservation Laws for Nonlocal Two-Dimensional Toda Lattice // J. Phys. A: Math. Gen. – 2002. – V. 35. – P. 6963-6972.

13. Ustinov N.V., Czachor M. Darboux-Integrable Equations with Non-Abelian Nonlinearities // In "Probing the Structure of Quantum Mechanics: Nonlinearity, Nonlocality, Computation, Axiomatics". – Edited by Aerts D.,

Czachor M., Durt T. – Singapore: World Scientific, 2002. – P. 335-353.

14. Cieśliński J.L., Czachor M., Ustinov N.V. Darboux Covariant Equations of von Neumann Type and their Generalizations // J. Math. Phys. – 2003. – V. 44. – № 4. – P. 1763-1780.

15. Ustinov N.V. The Lattice Equations of the Toda Type with an Interaction between a Few Neighborhoods // J. Phys. A: Math. Gen. – 2004. – V. 37. – № 5. – P. 1737-1746.

16. Sazonov S.V., Ustinov N.V. Optical Transparency Effects in the Modes of Long–Short-Wave-Length Resonance // Proceedings of International Workshop "Quantum Optics 2003" (2003, St. Petersburg, Russia). – Edited by Samartsev V.V. – Bellingham: SPIE, 2004. – V. 5402. – P. 72-80.

17. Сазонов С.В., Устинов Н.В. Эффекты оптической прозрачности в режиме резонанса длинных и коротких волн // Изв. РАН. Сер. физич. – 2004. – Т. 68. – № 9. – С. 1280-1283.

18. Сазонов С.В., Устинов Н.В. Режимы резонансной прозрачности в условиях синхронизма длинных и коротких волн // ЖЭТФ. – 2005. – Т. 127. – № 2. – С. 289-307.

19. Сазонов С.В., Устинов Н.В. Режимы оптической прозрачности в анизотропных средах // Изв. РАН. Сер. физич. – 2005. – Т. 69. – № 8. – С. 1132-1134.

20. Сазонов С.В., Устинов Н.В. Импульсная прозрачность анизотропных сред со штарковским расщеплением уровней // Квантовая электроника. – 2005. – Т. 35. – № 8. – С. 701-704.

21. Устинов Н.В. Прохождение ультракороткими импульсами излучения анизотропной плёнки резонансных частиц // Изв. РАН. Сер. физич. – 2005. – Т. 69. – № 12. – С. 1746-1748.

22. Ustinov N.V. Breather-Like Pulses in a Medium with the Permanent Dipole Moment // Proceedings of VIII International Symposium on Photon Echo and Coherent Spectroscopy (18-25 September 2005, Svetlogorsk, Russia). – Edited by Samartsev V.V. – Bellingham: SPIE, 2006. – V. 6181. – P. 61810P-1 - 61810P-9.

23. Bakhar N.V., Ustinov N.V. Dynamics of Two-Component Electromagnetic and Acoustic Extremely Short Pulses // Proceedings of VIII International Symposium on Photon Echo and Coherent Spectroscopy (18-25 September 2005, Svetlogorsk, Russia). – Edited by Samartsev V.V. – Bellingham: SPIE, 2006. – V. 6181. – P. 61810Q-1 - 61810Q-10.

24. Sazonov S.V., Ustinov N.V. Optical Transparency Modes in Anisotropic Media // Proceedings of International Conference on Coherent and Nonlinear Optics "ICONO 2005" (11-15 May 2005, St. Petersburg, Russia). – Edited by Drabovich K., Makarov V., Shen Y.-R. – Bellingham: SPIE, 2006. – V. 6259. – P. 625912-1 - 625912-11.

25. Сазонов С.В., Устинов Н.В. Эффекты нелинейной акустической прозрачности в деформированных парамагнитных кристаллах // ЖЭТФ. – 2006. – Т. 129. – № 5. – С. 849-862.

26. Сазонов С.В., Устинов Н.В. Новый класс предельно коротких электромагнитных солитонов // Письма в ЖЭТФ. – 2006. – Т. 83. – № 11. – С. 573-578.

27. Sazonov S.V., Ustinov N.V. Modes of Nonlinear Acoustic Transparency in the Strained Paramagnetic Crystal // Phys. Rev. E. – 2006. – V. 73. – № 5. – P. 056614-1 - 056614-10.

28. Сазонов С.В., Устинов Н.В. Солитонная динамика предельно коротких импульсов в системе несимметричных квантовых объектов // ЖЭТФ. – 2006. – Т. 130. – № 4. – С. 646-660.

29. Сазонов С.В., Устинов Н.В. Эффекты нелинейной динамики предельно коротких электромагнитных импульсов в несимметричной среде // Труды VI международной конференции "Лазерная физика и оптические технологии" (25-29 сентября 2006, Гродно, Беларусь). – Ред. Казак Н.С., Орлович В.А., Ануфрик С.С. и др. – Гродно: ГрГУ, 2006. – Т. 2. – С. 56-58.

30. Устинов Н.В. Эффекты взаимодействия лазерных импульсов с плёнкой анизотропных двухуровневых частиц // Труды IV международной конференции "Фундаментальные проблемы оптики" (16-20 октября 2006, Санкт-Петербург, Россия). – Ред. Беспалов В.Г., Козлов С.А. – Санкт-Петербург: Corvus, 2006. – С. 119-121.

31. Сазонов С.В., Устинов Н.В. Эффекты солитонной динамики акустических импульсов в парамагнитном кристалле // Известия Вузов. Физика. – 2007. – Т. 50. – № 8. – С. 31-36.

32. Сазонов С.В., Устинов Н.В. Интегрируемые модели динамики продольно-поперечных акустических импульсов в парамагнитном кристалле // ТМФ. – 2007. – Т. 151. – № 2. – С. 228-247.

33. Сазонов С.В., Устинов Н.В. Динамика предельно коротких оптических солитонов в системе несимметричных квантовых объектов // Оптический журнал. – 2007. – Т. 74. – № 11. – С. 12-16.

34. Sazonov S.V., Ustinov N.V. New Kinds of Acoustic Solitons // J. Phys. A: Math. Theor. – 2007. – V. 40. – F551-F558.

35. Ustinov N.V. Infinitesimal Symmetries and Conservation Laws of the DNLSE Hierarchy and the Noether's Theorem // Eur. Phys. J. B. – 2007. – V. 58. – P. 311-317.

36. Ustinov N.V. Optical Solitons in an Anisotropic Medium with Arbitrary Dipole Moments // Proceedings of International Conference on Coherent and Nonlinear Optics "ICONO 2007" (28 May - 1 June 2007, Minsk, Belarus). – Edited by Kivshar Yu., Rosanov N. – Bellingham: SPIE, 2007. – V. 6725. – P. 67250F-

1 - 67250F-5.

СПИСОК ЦИТИРУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Маймистов А.И., Капуто Дж.-Ги. Предельно короткие электромагнитные импульсы в резонансной среде, обладающей постоянным дипольным моментом // Оптика и спектроскопия. – 2003. – Т. 94. – № 2. – С. 275-280.

2. Сазонов С.В. Эффекты резонансной прозрачности в анизотропной среде с постоянным дипольным моментом // ЖЭТФ. – 2003. – Т. 124. – № 4(10). – С. 803-819.

3. Андреев А.А., Мак А.М., Яшин В.Е. Генерация и применение сверхсильных лазерных полей // Квантовая электроника. – 1997. – Т. 24. – № 2. – С. 99-114.

4. Маймистов А.И. Некоторые модели распространения предельно коротких электромагнитных импульсов в нелинейной среде // Квантовая электроника. – 2000. – Т. 30. – № 4. – С. 287-304.

5. Елютин С.О. Динамика предельно короткого импульса в штарковской среде // ЖЭТФ. – 2005. – Т. 128. – № 1(7). – С. 17-29.

6. Голенищев-Кутузов В.А., Самарцев В.В., Соловаров Н.К., Хабибулин Б.М. Магнитная квантовая акустика. – М.: Наука, 1977. – 200 с.

7. Сазонов С.В. Эффект акустической активности для пикосекундных солитоноподобных импульсов // ЖЭТФ. – 2000. – Т. 118. – № 1(7). – С. 20-35.

8. Заболотский А.А. Эволюция продольной и поперечной акустических волн в среде с парамагнитными примесями // ЖЭТФ. – 2003. – Т. 123. – № 6. – С. 1239-1255.

9. Захаров В.Е., Манаков С.В., Новиков С.П., Питаевский Л.П. Теория солитонов: Метод обратной задачи. – М.: Наука, 1980. – 319 с.

10. Тахтаджян Л.А., Фаддеев Л.Д. Гамильтонов подход в теории солитонов. – М.: Наука, 1986. – 528 с.

11. Agrotis M., Ercolani N.M., Glasgow S.A., Moloney J.V. Complete Integrability of the Reduced Maxwell–Bloch Equations with Permanent Dipole // Physica D. – 2000. – V. 138. – № 1&2. – P. 134-162.

12. Matveev V.B., Salle M.A. Darboux Transformations and Solitons. – Berlin–Heidelberg: Springer–Verlag, 1991. – 120 p.

13. Багров В.Г., Самсонов Б.Ф. Преобразование Дарбу и точно решаемые задачи в квантовой механике // В кн. "Лекционные заметки по теоретической и математической физике". – Под ред. Аминовой А.В. – Т. 2, ч. 2. – Казань, 2000. – 291 с. (С. 9-118).

14. Mikhailov A.V. The Reduction Problem and the Inverse Scattering Method // Physica D. – 1981. – V. 3. – № 1&2. – P. 73-117.