На правах рукописи

Шамшутдинова Варвара Владимировна

ТОЧНО РЕШАЕМЫЕ ВОЗМУЩЕНИЯ ДВУХУРОВНЕВОЙ СИСТЕМЫ НА ОСНОВЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ДАРБУ

Специальность 01.04.02 – теоретическая физика

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Томск – 2008

Работа выполнена на кафедре квантовой теории поля
ГОУ ВПО «Томский государственный университет»

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор
Самсонов Борис Федорович

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор
Лавров Петр Михайлович;
кандидат физико-математических наук, доцент
Горбунов Иван Владиславович

Ведущая организация: ФГОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный университет»

Защита состоится « 18 » декабря 2008 г. в 14:30 часов на заседании диссертационного совета Д 212.267.07 при ГОУ ВПО «Томский государственный университет» по адресу: 634050, Томск, пр. Ленина, 36

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке ГОУ ВПО «Томский государственный университет»

Автореферат разослан «___» ноября 2008 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д 212.267.07
доктор физико-математических наук,
старший научный сотрудник Ивонин И. В.

Общая характеристика работы

В работе развит метод построения точно решаемых возмущений двухуровневой системы на основе преобразований Дарбу и рассмотрены его приложения к двухуровневым моделям конкретных физических систем.

Актуальность темы

Актуальность проведенного исследования обусловлена тем, что управление динамикой двухуровневой системы имеет фундаментальное значение для моделирования большого числа процессов, происходящих на квантовом уровне. Например, двухуровневая модель находит широкое применение при описании явлений, связанных с ядерным магнитным резонансом, когерентным возбуждением атомных систем, колебаниями нейтрино. Особую роль двухуровневая система играет в квантовой теории информации, где она является фундаментальным объектом, представляющим квантовый аналог единицы информации – кубит. Процесс вычислений в теоретических моделях квантового компьютера происходит за счет управления квантовой динамикой отдельных кубитов и их групп, осуществляемого подачей на них внешних сигналов. При этом задача теории заключается в описании поведения вероятности того, что двухуровневая система (кубит) совершит переход из одного возможного состояния в другое для заданного семейства внешних полей. Или, наоборот, теория может предсказать класс возмущений двухуровневой системы, которые способны привести ее в наперед заданное состояние. В силу этого, создание хорошо определенного квантового состояния двухуровневой системы открывает новые возможности для моделирования и управления процессами, происходящими на квантовом уровне. Использование методов построения точных решений уравнений, описывающих указанные процессы, позволяет достичь более глубокого понимания свойств рассматриваемых физических систем, которое зачастую теряется при численных расчетах.

Цель и задачи работы

Целью диссертационной работы является развитие метода построения точно решаемых возмущений уравнения Шредингера двухуровневой системы на основе преобразований Дарбу, анализ полученных точных решений и исследование свойств физических систем, описываемых данным уравнением.

Для достижения поставленной цели были выделены следующие задачи:

1. обобщить метод операторов преобразования Дарбу на систему дифференциальных уравнений, описывающую эволюцию двухуровневой системы, и исследовать основные свойства полученных преобразований;

2. исследовать свойства цепочек преобразований Дарбу;

3. применить полученные результаты к двухуровневым моделям конкретных физических систем в квантовой оптике (двухуровневый атом) и квантовой теории информации (фазовый/зарядовый кубит).

Научная новизна

Основные результаты, изложенные в диссертации, получены в работах автора и ранее известны не были. Впервые метод операторов преобразования Дарбу применен к уравнению эволюции двухуровневой системы, представленному в виде одномерной стационарной системы Дирака с эффективным неэрмитовым гамильтонианом, в которой время играет роль пространственной переменной. Впервые установлена связь цепочек преобразований Дарбу и скрытой полиномиальной псевдо-суперсимметрии системы Дирака с неэрмитовым гамильтонианом. Предложены новые зависящие от времени возмущения для осуществления динамического контроля состояния двухуровневой системы (двухуровневого атома, фазового/зарядового кубита). Найдены критические значения параметров, при которых вероятность перехода двухуровневой системы в возбужденное состояние приобретает монотонный характер.

Научная и практическая ценность работы

Материалы диссертации представляют интерес для специалистов в области квантовой механики, математической физики, квантовой теории информации и квантовой оптики. Результаты работы вносят вклад в развитие методов построения точно интегрируемых моделей квантовой механики. Вследствие широкой области применимости таких моделей полученные в работе точно решаемые возмущения двухуровневой системы могут быть использованы для широкого круга задач теоретической физики.

Научной ценностью обладают результаты, устанавливающие связь существования скрытой полиномиальной псевдо-суперсимметрии в двухуровневой системе с цепочками преобразований Дарбу. Они могут быть использованы при исследовании роли неэрмитовых гамильтонианов в квантовой физике.

Полученные в работе семейства точно решаемых возмущений, зависящих от времени, могут найти практическое применение в задачах, связанных с динамическим контролем состояния двухуровневой системы (например, двухуровневого атома или зарядового/фазового кубита).

Достоверность научных выводов и результатов

Достоверность сформулированных в диссертации положений и выводов контролируется их внутренней согласованностью и совпадением в ряде частных случаев с результатами других авторов.

Личный вклад автора

Все без исключения результаты научных исследований, вошедшие в диссертацию, получены лично автором, либо при его непосредственном участии в постановке задач и обсуждении результатов.

Основные положения, выносимые на защиту

1. Развит метод построения точно решаемых возмущений двухуровневой системы, основанный на представлении уравнения Шредингера в виде одномерного стационарного уравнения Дирака с эффективным неэрмитовым гамильтонианом и использовании преобразований Дарбу.

2. Установлено наличие у двухуровневой системы скрытой полиномиальной псевдо-суперсимметрии, связанной с цепочками преобразований Дарбу.

3. Построены новые зависящие от времени возмущения, способные привести к инверсной населенности двухуровневой системы и реализовать динамический контроль состояния двухуровневого атома или фазового/зарядового кубита. Найдены критические значения параметров, при которых под действием указанных точно решаемых возмущений вероятность перехода двухуровневой системы в возбужденное состояние монотонно растет со временем вплоть до значения, равного 0,97.

Апробация работы и публикации

Основные результаты диссертации докладывались на международных конференциях:

- II Всероссийская конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Наука и образование» (Томск, 2003);

- I Всероссийская конференция студентов и молодых ученых «Перспективы развития фундаментальных наук» (Томск, 2004);

- XVI Международная летняя школа-семинар по современным проблемам теоретической и математической физики «Волга–17'2005» (Казань, 2005);

- Third international workshop «Pseudo-Hermitian Hamiltonians in quantum physics» (Istanbul, 2005);

- Workshop on INTAS programmes supporting young scientists in the EECA countries and future prospects (Tomsk, 2007);

- Sixth international workshop «Pseudo-Hermitian Hamiltonians in quantum physics» (London, 2007);

- Конференция молодых ученых «Физика низких температур» (Харьков, 2007).

По теме диссертации опубликовано 8 работ, список которых приведен в конце реферата, из них 6 входят в перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, рекомендованных ВАК.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, списка использованной литературы из 198 наименований. Материал диссертации изложен на 121 страницах машинописного текста. Работа содержит 28 рисунков.

Краткое содержание работы

Во **введении** обоснована актуальность темы диссертации. Изложены содержание и структура работы, сформулированы основные задачи, решаемые в ней.

В **первой главе** приведены основные формулы, которые широко используются при аналитическом и численном описании эволюции двухуровневой системы в зависимости от ее природы. В общем случае квантовая динамика такой системы может быть описана уравнением Шредингера, которое сводится к паре связанных дифференциальных уравнений первого порядка:

$$i\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_{11}(t) & H_{12}(t) \\ H_{21}(t) & H_{22}(t) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}, \quad \hbar = 1. \tag{1}$$

Здесь $H_{ij} = \langle i|H|j\rangle$ – вещественные матричные элементы гамильтониана системы H, a_1 и a_2 – комплексные компоненты волновой функции (амплитуды вероятностей). В общем случае, все величины являются функциями времени t. В данной работе рассматривается ситуация, при которой $H_{12} = H_{21} = \mathrm{const}$ и $H_{11}(t) = -H_{22}(t)$. В этом случае система дифференциальных уравнений (1) может быть записана в матричном виде следующим образом

$$i\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = (\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{F})\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}, \tag{2}$$

где $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)^{\top}$ – стандартные матрицы Паули и

$$\mathbf{F} = (H_{12}, 0, H_{11}(t))^{\top}, \qquad H_{11}, H_{12} \in \mathbb{R}\,. \tag{3}$$

Здесь и далее символ $^\top$ означает транспонирование, функция $H_{11}(t)$ описывает возмущение системы, параметр H_{12} связан с частотой перехода двухуровневой системы из одного состояния в другое.

В диссертационной работе развита методика построения точно решаемых возмущений системы уравнений (2) при $\mathbf{F}$ вида (3). Важно отметить, что никаких ограничений на природу матричных элементов $H_{11}(t)$ и H_{12} при построении точных решений уравнения (2) не накладывается. Следовательно, результаты работы могут быть обобщены на случай двухуровневой системы произвольной природы. Кроме того, если вектор $A = (a_1, a_2)^\top$ есть решение уравнения (2) при $\mathbf{F}$ вида (3), то [1]:

1. $\tilde{A} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + i\sigma_1) A$ – решение (2) при $\mathbf{F} = (H_{12}, H_{11}(t), 0)^\top$;
2. $\tilde{A} = \sigma_1 A$ – решение (2) при $\mathbf{F} = (H_{12}, 0, -H_{11}(t))^\top$;
3. $\tilde{A} = \sigma_3 A$ – решение (2) при $\mathbf{F} = (-H_{12}, 0, H_{11}(t))^\top$;
4. $\tilde{A} = \sigma_2 A$ – решение (2) при $\mathbf{F} = (-H_{12}, 0, -H_{11}(t))^\top$;
5. $\tilde{A} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\sigma_1 + \sigma_3) A$ – решение (2) при $\mathbf{F} = (H_{11}(t), 0, H_{12})^\top$.

Квантовая динамика различных двухуровневых систем может быть описана системой дифференциальных уравнений (2). Например, в первой главе подробно рассмотрена модель квантовой оптики – двухуровневый атом во внешнем электрическом поле $E(t) = 2\mathcal{E}\cos(\omega t)$ [2], частота ω которого близка к частоте перехода ω_{21} между двумя энергетическими уровнями системы. В приближении вращающейся волны [2] уравнение Шредингера такой системы может быть сведено к паре связанных дифференциальных уравнений, подобной уравнению (2), для медленно меняющихся амплитуд вероятности

$$i\frac{d}{dt}\begin{pmatrix}\psi_1\\ \psi_2\end{pmatrix} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix}\frac{d}{dt}[\delta(t)t] & \Omega_R\\ \Omega_R & -\frac{d}{dt}[\delta(t)t]\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\psi_1\\ \psi_2\end{pmatrix}, \tag{4}$$

где d – дипольный момент атома. Частота Раби $\Omega_R = 2d\mathcal{E}$ в данной работе считается постоянной, расстройка частот $\delta(t) = \omega(t) - \omega_{21}$ является функцией времени из-за частотной модуляции возмущения. Также рассмотрены способы описания эволюции других двухуровневых моделей, распространенных в квантовой физике. Эволюция частицы со спином $1/2$ в магнитном поле, компоненты которого равны: $B_1 = \text{const}$, $B_2 = 0$, $B_3 = B_3(t)$, может быть описана системой дифференциальных уравнений, подобной системе (2), [3]

$$i\frac{d}{dt}\begin{pmatrix}\upsilon_1\\ \upsilon_2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}B_3(t) & B_1\\ B_1 & -B_3(t)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\upsilon_1\\ \upsilon_2\end{pmatrix}. \tag{5}$$

Квантовая эволюция состояния джозефсоновского кубита [4] подчинена уравнению Шредингера

$$i\frac{d}{dt}\begin{pmatrix}\phi_1\\ \phi_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\varepsilon(t) & \Delta\\ \Delta & -\varepsilon(t)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\phi_1\\ \phi_2\end{pmatrix}, \tag{6}$$

где гамильтониан системы записан в базисе собственных векторов $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ матрицы Паули σ_z. Амплитуда туннелирования Δ в данной работе от времени не зависит, а управляющий импульс ε является функцией времени.

Во **второй** главе рассмотрено преобразование Дарбу уравнения Шредингера, описывающего эволюцию двухуровневой системы. Для этого система дифференциальных уравнений, например, для двухуровневого атома (4), записывается в следующем матричном виде:

$$h_0\Psi = E\Psi\,, \quad h_0=\gamma\frac{d}{dt}+V_0(t)\ , \tag{7}$$

где $V_0(t) = i\sigma_2 f_0(t)$, $\gamma = i\sigma_1$. Здесь были введены обозначения $f_0(t) = \frac{1}{2}\frac{d}{dt}[\delta(t)\,t]$, $E=\frac{\Omega_R}{2}$, $\Psi=(\psi_1,\psi_2)^\top$. Уравнение (7) имеет вид одномерного стационарного уравнения Дирака с эффективным неэрмитовым гамильтонианом h_0, причем время в нем играет роль пространственной переменной. Следуя установившейся терминологии, будем называть h_0 гамильтонианом, хотя он и не соответствует никакой квантовомеханической системе. При этом $V_0(t)$ играет роль матричнозначного потенциала, определяемого функцией $f_0(t)$, которую будем также называть (исходным) потенциалом. Оператор преобразования Дарбу L удовлетворяет соотношению сплетения

$$Lh_0 = h_1 L \tag{8}$$

и преобразует решения Ψ уравнения (7) в решения $\Phi = L\Psi$ того же уравнения, но с другим (преобразованным) потенциалом V_1,

$$h_1\Phi = E\Phi\,, \quad h_1=\gamma\frac{d}{dt}+V_1(t)\ , \quad V_1=V_0+\Delta V\,. \tag{9}$$

В общем случае оператор преобразования L изменяет вид исходного матричного потенциала, т.е. структура преобразованного потенциала V_1 отлична от структуры V_0. Чтобы этого не произошло, как показано в первой части второй главы, достаточно выбрать его специальным образом: $L=\frac{d}{dt}-\frac{d}{dt}\left(UU^{-1}\right)$, где $U=\begin{pmatrix}u_{11} & u_{11}\\ u_{21} & -u_{21}\end{pmatrix}$ – матричное решение уравнения $h_0U=U\Lambda$, (матричнозначная функция преобразования, которую для краткости в дальнейшем будем называть просто функцией преобразования), соответствующее диагональной матрице собственных значений $\Lambda=\begin{pmatrix}\lambda & 0\\ 0 & -\lambda\end{pmatrix}$. Параметр λ будем называть постоянной факторизации, ибо он связан с факторизуемостью квадрата оператора Дирака операторами преобразования.

В силу неэрмитовости оператора h_0, компоненты функции U являются комплексными, что в общем случае приводит к комплексной разности потенциалов $\Delta V = i\sigma_2 \Delta f$, $\Delta f = f_1 - f_0$. Установлено, что условием, необходимым для вещественности Δf, является отсутствие вещественной части у параметра λ, т.е. он должен быть чисто мнимым: $\lambda = iR$, где R – чисто вещественный параметр. Тогда разность потенциалов Δf, определяющую вид преобразованного потенциала, можно записать следующим образом

$$\Delta f = \frac{4Rq}{1+q^2} - 2f_0\,, \tag{10}$$

где функция q определяется выражением

$$q = \frac{R}{f_0} - \frac{\dot{f}_0}{2f_0^2} - \frac{\dot{\chi}}{f_0 \chi}\,. \tag{11}$$

Здесь χ – некоторое вещественное решение уравнения

$$\ddot{\chi} + \left[f_0^2 + \frac{1}{2}\ddot{\ln} f_0 - \left(\frac{\dot{f}_0}{2f_0} - R \right)^2 \right] \chi = 0\,. \tag{12}$$

В силу того, что уравнение (12) является уравнением с вещественными коэффициентами, оно всегда имеет вещественные решения. Это означает, что для любой функции f_0 (любого исходного потенциала V_0 уравнения эволюции двухуровневой системы (7)) можно построить вещественную разность потенциалов (10) и реализовать цепочку преобразований с вещественными как результирующим, так и промежуточными потенциалами.

Вторая часть второй главы посвящена изучению цепочек преобразований Дарбу. Вначале рассмотрено многократное преобразование с совпадающими постоянными факторизации. Установлено, что в этом случае основные уравнения, определяющие вид как оператора преобразования, так и преобразованного потенциала, могут быть проинтегрированы, что позволяет записать их решения в виде замкнутых аналитических выражений. Затем рассмотрена цепочка преобразований Дарбу при различных постоянных факторизации. Показано, как можно упростить вычисления при использовании формул, подобных формулам Крума-Крейна, для уравнения Дирака с эффективным неэрмитовым гамильтонианом и функций преобразования специального вида, которые удовлетворяют условиям, необходимым для вещественности преобразованного потенциала.

В **третьей главе** диссертации установлено, что дираковские гамильтонианы (7) и (9) являются псевдо-эрмитово сопряженными:

$$h_{0,1} = J h_{0,1}^{\dagger} J \,, \quad J = \sigma_1 \tag{13}$$

относительно оператора J. Построены супер-заряды $Q_1 = \sqrt{2}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ L_{0,n} & 0 \end{pmatrix}$ и $Q_2 = \sqrt{2}\begin{pmatrix} 0 & JL_{0,n}^{\dagger}J \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, где символ 0 означает нулевую матрицу размером 2×2 и $L_{0,n} = L_{n-1,n} \dots L_{1,2} L_{0,1}$ – оператор цепочки из n преобразований Дарбу, сплетающий гамильтонианы h_0 и h_n, которые вместе с супер-гамильтонианом $H = \begin{pmatrix} h_0^2 & 0 \\ 0 & h_n^2 \end{pmatrix}$ замыкают полиномиальную псевдо-супералгебру:

$$[Q_1, H] = [Q_2, H] = 0 \,, \tag{14}$$

$$Q_1 Q_2 + Q_2 Q_1 = 2(H^2 - \Upsilon_1^2) \dots (H^2 - \Upsilon_n^2) \,, \tag{15}$$
$$\Upsilon_k = \mathrm{diag}(\Lambda_k, \Lambda_k) \,, \qquad \Lambda_k = \mathrm{diag}(\lambda_k, -\lambda_k) \,.$$

Этот факт позволяет связать существование скрытой полиномиальной псевдо-суперсимметрии в двухуровневой системе с цепочками преобразований Дарбу. Также показано, что подобные псевдо-супералгебры возникают не только для уравнения Дирака с псевдо-эрмитовым гамильтонианом, но и для уравнения Шредингера для каждой компоненты волновой функции двухуровневой системы.

В **четвертой главе** проведен детальный анализ точных решений двухуровневой системы, полученных при применении преобразований Дарбу к колебаниям Раби. Колебания Раби связаны с решениями системы уравнений (4) для двухуровневого атома, находящегося во внешнем синусоидальном поле с постоянными во времени частотой и амплитудой. В обозначениях, введенных при записи уравнения (7), им соответствует потенциал системы (7), не зависящий от времени ($f_0 = \mathrm{const}$). После преобразования Дарбу исходной системы уравнений (7) в общем случае функция f_1 не будет представлять собой константу: $f_1(t) = f_0 + \Delta f(t) = \frac{1}{2}\frac{d}{dt}[\delta_1(t)t]$. Следовательно, потенциал f_1 после преобразования будет соответствовать некоторому внешнему возмущению, частота $\delta_1(t) = \omega_1(t) - \omega_{21}$ которого меняется во времени:

$$\delta_1\left(t\right) = \frac{2}{t}\int_0^t f_1\left(t\right) dt \,. \tag{16}$$

В данной работе построены семейства потенциалов $f_1(t)$, для которых решения уравнения (4) известны. В задаче о двухуровневом атоме они соответствуют частотно-модулируемым синусоидальным возмущениям. Среди последних выделяются возмущения, генерирующие вероятности населенности возбужденного уровня системы, монотонно растущие со временем до некоторого предельного значения. Это обстоятельство позволяет говорить о возможности приготовления двухуровневой системы в хорошо определенном квантовом состоянии. Например, при расстройке частот

$$\delta\,(t) = 2f_0 - \frac{4}{t}\arctan(2f_0 t)\,, \tag{17}$$

вызванной потенциалом

$$f_1(t) = f_0 - \frac{4f_0}{1+4f_0^2t^2}\,, \tag{18}$$

вероятность нахождения двухуровневого атома в возбужденном состоянии, если первоначально он находился в основном, при $E^2 = 3f_0^2$ имеет вид

$$|\varphi_2\,(t)\,|^2 = \frac{3f_0^2t^2}{1+4f_0^2t^2}\,. \tag{19}$$

Таким образом, вероятность представляет собой функцию, монотонно растущую от нуля при $t = 0$ до $0,75$ при $t \to \infty$. Существуют и другие критические значения параметров задачи, при которых вероятность населенности возбужденного уровня перестает осциллировать. Эти ситуации связаны как с возможностью повторных преобразований Дарбу, так и с выбором других начальных условий для двухуровневой системы. Установлено, что изменение начальных условий приводит к росту эффективности монотонного заселения возбужденного уровня вплоть до 93%. Показано, что двукратным воздействием частотно-модулируемых возмущений, таких как (18), возможно создание инверсной населенности с эффективностью до 97%. Причем, инверсная населенность имеет место и в присутствии эффектов релаксации, не превышающих определенных критических значений.

В простейшем случае результатом двукратного преобразования Дарбу колебаний Раби при совпадающих постоянных факторизации являться потенциал:

$$f_2\,(t) = f_0 - \frac{12f_0}{Q_0}\left(-3 + 24f_0^2t^2 + 16f_0^4t^4\right), \tag{20}$$

где $Q_0 = 9 + 108f_0^2t^2 + 48f_0^4t^4 + 64f_0^6t^6$. Установлено, что при двукратном преобразовании, в отличии от однократного, можно указать две возможности выбора параметров задачи, $f_0^2 = E^2\left(1+\frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ и $f_0^2 = E^2\left(1-\frac{2}{\sqrt{5}}\right)$, при которых вероятность населенности возбужденного уровня перестает совершать колебания. Интересные результаты получены при одновременном построении (см. рисунок 1) графиков вероятности населенности возбужденного уровня

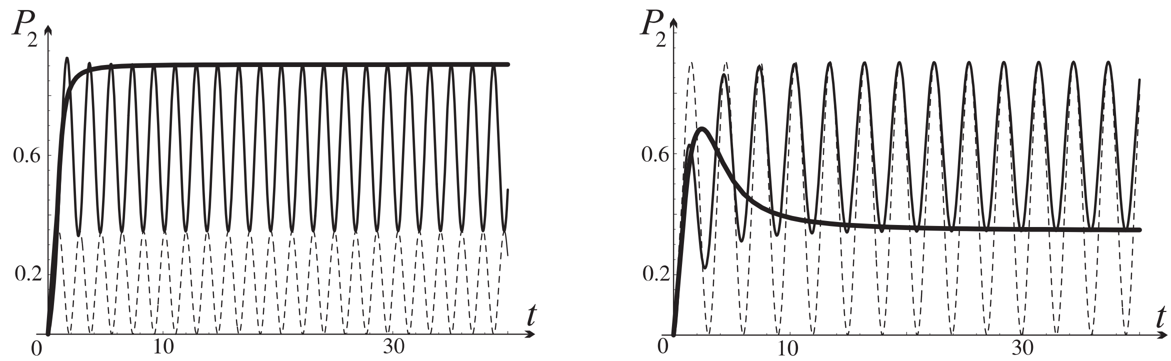

Рис. 1: Вероятность населенности возбужденного состояния до преобразования (пунктирная линия), после первого (тонкая сплошная линия) и второго преобразований (жирная линия) при $E = 1$, $f_0^2 = E^2\left(1 + \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ (слева) и $f_0^2 = E^2\left(1 - \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ (справа)

до преобразования и после первого и второго преобразований.

Пятая глава посвящена обобщению результатов для описания квантовой динамики кубита. В этом случае преобразованный потенциал $f_1(t)$, например, вида (18) или (20), представляет собой непосредственно управляющий импульс $\varepsilon(t)$, а не описывает изменение его частоты со временем, как для двухуровневого атома. Воздействие таким гладким непериодическим зависящим от времени управляющим сигналом дает возможность приготовить кубит в наперед заданной суперпозиции состояний $|0\rangle$ и $|1\rangle$ (например, с вероятностью $3/4$ в состоянии $|1\rangle$, см. формулу (19)) или локализовать его в одном из состояний с вероятностью вплоть до 97%. Изменение временного масштаба задачи, предложенное в пятой главе, позволяет записать выражения для вероятности и ее среднего в явном виде в любой момент времени. Наличие точных выражений, описывающих изменение вероятности перехода кубита из одного состояния в другое для указанных зависящих от времени возмущений, может способствовать развитию методов динамического контроля состояний кубита и открыть новые возможности при реализации двухкубитовых операций с независящей от времени и постоянно действующей связью.

В **заключении** сформулированы основные результаты работы.

Основные результаты работы

1. Метод операторов преобразования Дарбу обобщен на систему Дирака с эффективным неэрмитовым гамильтонианом, описывающую эволюцию двухуровневой системы. Построен матричный оператор преобразования Дарбу, сохраняющий вещественность и структуру исходного потенциала в преобразованном.

2. Для функций преобразования специального вида получено обобщение формул Крума-Крейна на случай уравнения Дирака с эффективным неэрмитовым гамильтонианом, соответствующего двухуровневой системе. При совпадающих постоянных факторизации получены замкнутые аналитические выражения для сплетающего оператора цепочки преобразований Дарбу и преобразованного потенциала.

3. Установлено, что дираковские гамильтонианы, описывающие двухуровневую систему и связанные преобразованием Дарбу, являются псевдоэрмитово сопряженными.

4. Построены супер-заряды и супер-гамильтониан, которые вместе с операторами преобразования цепочки преобразований Дарбу замыкают полиномиальную псевдо-супералгебру. На этом основании сделан вывод о наличии скрытой полиномиальной псевдо-суперсимметрии у двухуровневой системы.

5. Установлено, что компоненты волновой функции двухуровневой системы удовлетворяют суперсимметричной паре уравнений Шредингера с комплексными потенциалами специального вида. Показано, как это приводит к возникновению псевдо-супералгебр, реализованных на пространстве однокомпонентных функций.

6. Получены новые точно решаемые возмущения двухуровневой системы. Обнаружен эффект исчезновения колебаний вероятности перехода двухуровневой системы в возбужденное состояние под их воздействием. Показано, что указанные зависящие от времени возмущения могут быть использованы для динамического контроля состояний двухуровневой системы (например, кубита) и способны привести к созданию инверсной населенности в ней с эффективностью до 97%.

Список работ по теме диссертации

Материалы, опубликованные в научных журналах, рекомендованных ВАК

1. Bagrov, V. G. Darboux transformation of two-level systems / V. G. Bagrov, M. C. Baldiotti, D. M. Gitman, V. V. Shamshutdinova // Annalen der Physik (Leipzig). – 2005. – Vol. 14, N 6. – P. 390–397.
2. Samsonov, B. F. Quadratic pseudo-supersymmetry in two-level systems / B. F. Samsonov, V. V. Shamshutdinova // Journal of Physics A: Mathematical and General. – 2005. – Vol. 38, N 21. – P. 4715–4726.
3. Samsonov, B. F. Polynomial pseudosupersymmetry underlying a two-level atom in an external electromagnetic field / B. F. Samsonov, V. V. Shamshutdinova, D. M. Gitman // Czechoslovak Journal of Physics. – 2005. – Vol. 55, N 9. – P. 1173–1176.
4. Shamshutdinova, V. V. Two-level systems: Exact solutions and underlying pseudo-supersymmetry / V. V. Shamshutdinova, B. F. Samsonov, D. M. Gitman // Annals of Physics (NY). – 2007. – Vol. 322, N 5. – P. 1043–1061.
5. Samsonov, B. F. Dynamical qubit controlling via pseudo-supersymmetry of two-level systems / B. F. Samsonov, V. V. Shamshutdinova // Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical. – 2008. – Vol. 41, N 24. – P. 244023-1–244023-9.
6. Шамшутдинова, В. В. Динамика сверхпроводящих кубитов с точно решаемыми управляющими импульсами / В. В. Шамшутдинова, А. С. Кийко, С. Н. Шевченко, Б. Ф. Самсонов, А. Н. Омельянчук // Известия ВУЗов, Физика. – 2008. – Т. 6. – С. 25–32.

Научные труды и материалы выступлений на конференциях

7. Шамшутдинова, В. В. Преобразование Дарбу стационарного уравнения Шредингера // VII Всероссийская конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Наука и образование»: Материалы конференции / В 5 т. – Томск : Изд-во ТГПУ, 2003. – С. 180–185.
8. Шамшутдинова, В. В. Преобразование Дарбу для уравнения Дирака специального вида / В. В. Шамшутдинова, В. Г. Багров // I Всероссийская конференция студентов и молодых ученых «Перспективы развития фундаментальных наук»: Труды. – Томск : Изд-во ТПУ, 2004. – С. 163–165.

Список использованной литературы

[1] Bagrov, V. G. Spin equation and its solutions / V. G. Bagrov, D. M. Gitman, M. C. Baldiotti, A. D. Levin // Ann. Phys. (Leipzig) – 2005. – Vol. 14, N 11–12. – P. 764–789.

[2] Аллен, Л. Оптический резонанс и двухуровневые атомы / Л. Аллен, Дж. Эберли ; под ред. В. Л. Стрижевского ; пер. с англ. Т. М. Ильиновой, В. Л. Стрижевского. – М. : Мир, 1978. – 224 с.

[3] Абрагам, А. Ядерный манетизм / А. Абрагам ; под ред., пер. с англ. Г. В. Скроцкого. – М. : Изд. ин. лит, 1963. – 553 с.

[4] Валиев, К. А. Квантовые компьютеры: надежды и реальность / К. А. Валиев, А. А. Кокин. – М.-Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, 2001. – 350 с.