

ДИСКРЕТНЫЕ МОДЕЛИ РЕАЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ

УДК 519.17

КЛЕТОЧНО-АВТОМАТНАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ
ЧИСЛЕННОСТИ ОРГАНИЗМОВ ОЗЕРА БАЙКАЛ¹

И. В. Афанасьев

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН,
г. Новосибирск, Россия***E-mail:** ivafanas@gmail.com

Предложена и исследована клеточно-автоматная модель динамики численности организмов озера Байкал. Проведены вычислительные эксперименты по моделированию распределения плотности организмов по пространству при начальном скоплении хищников, а также в случае загрязнения области.

Ключевые слова: *самоорганизация, дискретное моделирование, клеточный автомат, композиционные модели, модель численности, хищник — жертва.*

Введение

Под самоорганизацией понимается процесс упорядочения (пространственного, временного или пространственно-временного) в системе за счёт согласованного взаимодействия множества элементов её составляющих. Такое определение было дано Г. Хакеном в 1980 г. в рамках науки синергетики [1].

Известно большое число самоорганизующихся процессов в биологии, химии, физике, социологии, экономике. Примерами служат процессы смены агрегатных состояний веществ, кристаллизации, лазер, спонтанная свертка протеинов, гомеостаз, окраска животных и т. д.

С развитием исследований в области самоорганизации возникает потребность в построении моделей для процессов пространственно-временной самоорганизации. В основном модели базируются на нелинейных дифференциальных уравнениях в частных производных, которые сложно, а иногда и невозможно решать и эффективно распараллелить. Альтернативным решением являются клеточно-автоматные (КА) модели, позволяющие, используя сравнительно простые правила, моделировать сложные нелинейные процессы, включая и процессы самоорганизации. Исследования КА-моделей самоорганизации проводили S. Wolfram [2], L. O. Chua [3], В. К. Ванаг [4]. Имеется КА-модель для некоторых реакций Белоусова — Жаботинского [5], исследована КА-модель для процесса «разделения фаз» [6, 7].

КА представляет собой структурированный набор конечных (элементарных) автоматов (клеток). Для каждой клетки определено множество соседних клеток и функция перехода, зависящая от их состояний. Структура пространства, в котором расположены клетки, для двумерного случая представляется прямоугольной, треугольной или шестиугольной сеткой. Существуют методы композиции КА, позволяющие объединять несколько КА в более сложные системы — композиционные КА [8]. Параллель-

¹Работа поддержана грантом РФФИ № 11-01-00567а и Программой Президиума РАН № 14-6 (2001).

ная композиция двух и более КА заключается в том, что все КА функционируют одновременно, а оператор перехода каждого КА дополнительно зависит от состояний клеток остальных КА. Была предложена и исследована параллельно-композиционная КА-модель для задачи «хищник — жертва», описывающая взаимодействие двух групп организмов [8].

Известны работы по изучению динамики популяции с помощью систем дифференциальных уравнений [9, 10]. В них принимаются следующие ограничения:

- 1) гипотеза о сильном перемешивании (параметры популяции осреднены по пространству);
- 2) более трёх групп организмов не исследуется.

В работе [11], посвященной исследованию динамики популяции восьми групп организмов, с помощью численного моделирования было снято второе ограничение.

В данной работе представлена параллельно-композиционная КА-модель динамики численности организмов озера Байкал для восьми групп, снимающая также и первое ограничение. Модель позволяет учитывать влияния локальных изменений (загрязнений, случайных скоплений). При моделировании использованы данные о популяции рыб Байкала из работы [11].

В п. 1 дана постановка задачи моделирования динамики численности популяции рыб Байкала. Описаны межгрупповые демографические взаимодействия и взаимодействия вида «хищник — жертва». В п. 2 приводится описание КА-модели популяций. В п. 3 приведены результаты вычислительных экспериментов для двух случаев:

- 1) наличия косяка рыб в начальном состоянии;
- 2) перманентного загрязнения области.

Экспериментально показано, что после серии затухающих колебаний модель приходит к устойчивому состоянию.

1. Постановка задачи

Учёт всех видов организмов фауны Байкала — трудоемкая задача. По биомассе озера лидерство занимает голомянка (60 % биомассы). Её основной корм — рачок макрогектопуса и собственная молодь. Аналогично [11] в КА-модели рассмотрены три вида организмов: рачок макрогектопуса, малая голомянка и большая голомянка. Каждый из видов разделен на возрастные группы.

Рачок макрогектопуса (*Macrohectopus branickii*):

- 1) m_1 неполовозрелые особи;
- 2) m_2 половозрелые особи.

Малая голомянка (*Comephorus dybowski*):

- 1) d_1 однолетки;
- 2) d_2 неполовозрелые;
- 3) d_3 половозрелые.

Большая голомянка (*Comephorus baikalensis*):

- 1) b_1 однолетки;
- 2) b_2 неполовозрелые;
- 3) b_3 половозрелые.

Далее везде верхний индекс обозначает название вида (m — рачок макрогектопуса, d — малая голомянка, b — большая голомянка), а нижний индекс — номер возрастной группы $i \in \{1, 2, 3\}$. Соотношения пищевых цепей и переход особей между возрастными группами в результате старения и рождения изображены на рис. 1.

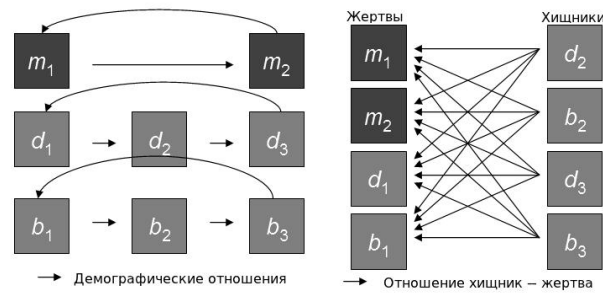


Рис. 1. Отношения между различными группами

Неполовозрелые особи макрогектопуса (возрастная группа 1) порождаются половозрелыми особями, в результате старения становятся половозрелыми особями макрогектопуса. Служат кормом для неполовозрелых и половозрелых особей малой и большой голомянок. Предполагается, что корма неполовозрелым рачкам макрогектопуса всегда хватает.

Половозрелые особи макрогектопуса (возрастная группа 2) появляются в результате старения неполовозрелых особей макрогектопуса, порождают неполовозрелых особей макрогектопуса. Служат кормом для неполовозрелых и половозрелых особей малой и большой голомянок. Предполагается, что корма половозрелым рачкам макрогектопуса всегда хватает.

Однолетки малой голомянки (возрастная группа 1) порождаются половозрелыми особями малой голомянки, в результате старения становятся неполовозрелыми особями малой голомянки. Служат кормом для неполовозрелых и половозрелых особей малой и большой голомянок. Предполагается, что корма однолеткам малой голомянки всегда хватает.

Неполовозрелые особи малой голомянки (возрастная группа 2) появляются в результате старения однолеток малой голомянки, сами в результате старения переходят в половозрелых особей малых голомянок. Питаются неполовозрелыми и половозрелыми особями макрогектопуса, а также однолетками малой и большой голомянок.

Половозрелые особи малой голомянки (возрастная группа 3) порождают однолеток малой голомянки, появляются за счет старения неполовозрелых особей малой голомянки. Питаются неполовозрелыми и половозрелыми особями макрогектопуса, а также однолетками малой и большой голомянок.

Однолетки большой голомянки (возрастная группа 1) порождаются половозрелыми особями большой голомянки, в результате старения становятся неполовозрелыми особями большой голомянки. Служат кормом для неполовозрелых и половозрелых особей малой и большой голомянок. Предполагается, что корма однолеткам большой голомянки всегда хватает.

Неполовозрелые особи большой голомянки (возрастная группа 2) появляются в результате старения однолеток большой голомянки, сами в результате старения переходят в половозрелых особей большой голомянки. Питаются неполовозрелыми и половозрелыми особями макрогектопуса и однолетками малой и большой голомянок.

Половозрелые особи большой голомянки (возрастная группа 3) порождают однолеток большой голомянки, появляются за счет старения неполовозрелых особей большой голомянки. Питаются неполовозрелыми и половозрелыми особями макрогектопуса, а также однолетками малой и большой голомянок.

Для исследования процессов взаимодействия между этими видами организмов в изменяющихся условиях озера Байкал построена КА-модель, учитывающая пространственное распределение организмов по озеру.

2. КА-модель

При построении КА-модели были приняты следующие допущения:

- 1) Влияние других видов организмов, являющихся пищей или хищниками по отношению к исследуемым восьми группам организмов, считается постоянным. Предполагается, например, что рачкам макрогектопуса всегда хватает фитофага эпишуры для питания, а нерпа всегда ест одинаковое число голомянок.
- 2) Влияние окружающей среды считается постоянным. В модели не учтены сезонные особенности поведения организмов и окружающей среды.
- 3) Особи каждой группы организмов осреднены по всем параметрам (скорость, размеры, рацион питания, половое соотношение и т. д.).
- 4) Размножаются только особи последних возрастных групп.
- 5) Насыщение не учитывается.

Определим КА-модель динамики численности организмов Байкала:

$$\aleph = \langle \Sigma, M, f, \rho \rangle, \quad (1)$$

где Σ — алфавит состояний; M — множество имен клеток; f — глобальный оператор перехода; ρ — режим функционирования.

Модель представляет собой параллельную композицию восьми КА, каждый из которых предназначен для моделирования динамики численности отдельной группы организмов. Множество имен клеток M разбито на 8 попарно непересекающихся подмножеств, соответствующих этим группам; каждое из подмножеств биективно отображается на квадратную сетку $N \times N$:

$$M = M_1^m \cup M_2^m \cup M_1^d \cup M_2^d \cup M_3^d \cup M_1^b \cup M_2^b \cup M_3^b;$$

$$M_i^\alpha \cap M_j^\beta \neq \emptyset \Leftrightarrow i = j \wedge \alpha = \beta;$$

$$M_i^\alpha = \{(p, q)_i^\alpha : 1 \leq p \leq N, 1 \leq q \leq N\}.$$

Клеткой называется элемент множества $M \times \Sigma$. Множество $\Omega \subseteq M \times \Sigma$, такое, что $|\Omega| = |M|$ и имена всех клеток из Ω уникальны, называется *клеточным массивом*. Состояниями клеток являются целые числа $n \in \Sigma$, обозначающие численность особей данного вида и возрастной группы, находящихся в клетке. Клетки вида $(p, q)_i^\alpha$ и $(p, q)_j^\beta$ будем называть *близнецами*. Клетки с именами $(p_1, q_1)_i^\alpha$ и $(p_2, q_2)_i^\alpha$ называют *ближайшими соседями*, если $|p_1 - p_2| + |q_1 - q_2| = 1$.

Конечный набор $S(p, q) = \langle (\varphi_1(p, q), n_1), \dots, (\varphi_k(p, q), n_k) \rangle$, где $n_i \in \Sigma$, $\varphi_i : M \rightarrow M$, называется *локальной конфигурацией*. В данной работе рассматриваются функции φ вида $\varphi(p, q) = ((p + a) \bmod N, (q + b) \bmod N)$, где a, b — некоторые целые константы. Значения индексов $p + a$ и $q + b$ берутся по модулю N для задания периодических граничных условий. Клетки с именами $\varphi_1(p, q), \dots, \varphi_k(p, q)$ называют *соседями*.

В общем случае *локальный оператор перехода* имеет вид

$$f_{\text{loc}} : \{S(p, q)\} \rightarrow \{S(p, q)\}.$$

После применения оператора перехода f_{loc} локальная конфигурация клетки с именем (p, q) изменится на $f_{\text{loc}}(S(p, q))$.

Применение локального оператора перехода ко всем клеткам КА принято называть *итерацией* или *применением соответствующего глобального оператора перехода*. Последовательный процесс применения итерации называется *эволюцией*.

В данной работе используются два локальных оператора перехода:

- f_{loc}^1 — локальный оператор целочисленной диффузии моделирует перемещение особей по озеру; соответствующий глобальный оператор — f_1 ;
- f_{loc}^2 — локальный оператор изменения численности моделирует процессы рождаемости, смертности, поедания и старения; соответствующий глобальный оператор — f_2 .

Существуют два основных режима применения глобального оператора перехода — *синхронный* и *асинхронный*. Синхронный режим предполагает, что аргументы локального оператора перехода — состояния клеток на текущей итерации t . На каждой итерации вычисляются значения новых состояний всех клеток, затем все клетки одновременно меняют старые состояния на новые. При асинхронном режиме новое состояние клетки вычисляется от тех значений состояний клеток-соседей, которые на данный момент имеют место, и старое состояние клетки сразу меняется на новое. При этом клетка, обновляющая свое состояние, выбирается случайно [12].

В композиционной модели (1) использован более сложный, составной режим функционирования, комбинирующий синхронный и асинхронный режимы.

Режим функционирования ρ композиционной КА-модели (1) следующий: сначала глобальный оператор целочисленной диффузии f_1 несколько раз применяется асинхронно к каждому из подмножеств M_j^β независимо, затем асинхронно применяется глобальный оператор изменения численности f_2 : случайно выбирается пара индексов (p, q) и оператор f_2 применяется одновременно ко всем клеткам-близнецам с именами $(p, q)_j^\beta$.

Далее подробно рассмотрим операторы перехода состояний.

2.1. О п е р а т о р ц е л о ч и с л е н н о й д и ф ф у з и и

Оператор f_{loc}^1 целочисленной диффузии [13] применяется асинхронно к каждому из множеств M_j^β , представляющих различные группы организмов:

$$f_{\text{loc}}^1 : \{S_1(p, q)\} \rightarrow \{S_1(p, q)\};$$

$$S_1(p, q) = \langle ((p, q)_j^\beta, n), ((p-1, q)_j^\beta, n_1), ((p, q-1)_j^\beta, n_2), ((p, q+1)_j^\beta, n_3), ((p+1, q)_j^\beta, n_4) \rangle.$$

Применение целочисленной диффузии с коэффициентом $\sigma \in (0, 1)$ к клетке с именем (p, q) клеточного массива описывается следующим образом:

- 1) Пусть $(p_1, q_1), (p_2, q_2), (p_3, q_3), (p_4, q_4)$ — имена клеток — ближайших соседей клетки с именем (p, q) .
- 2) Равновероятно выбирается клетка-сосед с именем (p_i, q_i) , $i \in \{1, 2, 3, 4\}$.
- 3) Пусть n и n_i — состояния клеток с именами (p, q) и (p_i, q_i) соответственно.
- 4) Новые состояния n' и n'_i клеток с именами (p, q) и (p_i, q_i) вычисляются по формулам $n' = n - [\sigma \cdot n] + [\sigma \cdot n_i]$, $n'_i = n_i + [\sigma \cdot n] - [\sigma \cdot n_i]$.

Оператор целочисленной диффузии за одно применение оператора изменения численности применяется к каждому из множеств M_j^β разное количество раз. Пусть особь вида β возраста j за физическое время, соответствующее одному применению оператора изменения численности, преодолевает физическое расстояние L_j^β . Пусть c — физическое расстояние между центрами ближайших клеток клеточного массива. Тогда количество применений оператора целочисленной диффузии к множеству M_j^β за одно

применение оператора изменения численности вычисляется по формуле

$$K_{1j}^\beta = \frac{L_j^\beta}{c}. \quad (2)$$

2.2. Оператор изменения численности

Оператор изменения численности f_{loc}^2 применяется одновременно для всех клеток-близнецов:

$$f_{\text{loc}}^2 : \{S_2(p, q)\} \rightarrow \{S_2(p, q)\},$$

$$S_2(p, q) = \langle ((p, q)_1^m, n_1^m), ((p, q)_2^m, n_2^m), ((p, q)_1^d, n_1^d), ((p, q)_2^d, n_2^d), ((p, q)_3^d, n_3^d), \\ ((p, q)_1^b, n_1^b), ((p, q)_2^b, n_2^b), ((p, q)_3^b, n_3^b) \rangle.$$

Режим выполнения глобального оператора f_2 : пара индексов (p, q) , определяющая множество клеток-близнецов, выбирается случайно, и оператор f_{loc}^2 применяется одновременно ко всем клеткам-близнецам.

Новое значение клетки после применения оператора f_{loc}^2 будет равно (индексы, обозначающие вид и возрастную группу, опущены)

$$n' = \begin{cases} n + \lfloor \Delta n \rfloor, & \text{если } \text{random} < \text{frac}(\Delta n), \\ n + \lceil \Delta n \rceil & \text{иначе,} \end{cases}$$

где Δn — прирост численности особей; $\text{frac}(\Delta n)$ — дробная часть прироста численности особей. То есть с вероятностью $\text{frac}(\Delta n)$ численность особей изменится на $\lceil \Delta n \rceil$, а с вероятностью $(1 - \text{frac}(\Delta n))$ — на $\lfloor \Delta n \rfloor$.

Прирост численностей особей i -й возрастной группы вычисляется по формуле

$$\Delta n_i = (\rho_i n_j - \lambda_i n_i - \theta_i n_i) \Delta \tau,$$

где j — номер возрастной группы особей организмов, «порождающих» особей i -й возрастной группы; $\Delta \tau$ — физическое время, соответствующее одной итерации КА; $\rho_i n_j$ — прирост численности особей i -й возрастной группы за счет рождаемости в случае $i = 1$ или старения особей $(i - 1)$ -й возрастной группы в случае $i > 1$;

$$\rho_i = \begin{cases} \rho, & \text{если } i = 1, \\ \theta_{i-1} & \text{иначе;} \end{cases}$$

$\lambda_i n_i$ — число погибших особей от хищников или естественной смерти; $\theta_i n_i$ — число особей, перешедших в $(i + 1)$ -ю возрастную группу за счет старения.

Коэффициенты рождаемости $\rho_1^m, \rho_1^d, \rho_1^b$, старения $\theta_1^m, \theta_2^m, \theta_1^d, \theta_2^d, \theta_3^d, \theta_1^b, \theta_2^b, \theta_3^b$ и смертности $\lambda_1^m, \lambda_2^m, \lambda_1^d, \lambda_1^b$ взяты из работы [11].

В отличие от [11], в КА-модели учтена зависимость коэффициентов смертности хищников $\lambda_2^d, \lambda_3^d, \lambda_2^b, \lambda_3^b$ от количества пищи путем введения коэффициентов относительного недостатка пищи $\xi_{ji}^{\beta\alpha}$. Относительное перенаселение особей вида α возраста i вычисляется по формуле

$$\chi_i^\alpha = \frac{n_i^\alpha}{n_i^{\alpha*}},$$

где $n_i^{\alpha*}$ — средняя численность по Байкалу [11].

Относительный недостаток пищи β возраста j для хищников α возраста i равен

$$\xi_{ji}^{\beta\alpha} = 1 - \frac{\chi_j^\beta}{\chi_i^\alpha}.$$

Если относительный недостаток $\xi_{ji}^{\beta\alpha}$ пищи больше нуля, то он с множителем c , зависящим от предпочтений в рационе хищника, добавляется к постоянному коэффициенту смертности λ^* .

Пусть

$$\gamma(\xi) = \begin{cases} \xi, & \xi > 0, \\ 0, & \xi \leq 0. \end{cases}$$

Таким образом, коэффициенты смертности с учетом их зависимости от количества пищи приняты равными

$$\begin{aligned} \lambda_2^b &= \lambda_2^{b*} + (1 - \lambda_2^{b*}) \left(c_b \frac{\gamma(\xi_{12}^{mb}) + \gamma(\xi_{22}^{mb})}{2} + (1 - c_b) \frac{\gamma(\xi_{12}^{bb}) + \gamma(\xi_{12}^{db})}{2} \right); \\ \lambda_3^b &= \lambda_3^{b*} + (1 - \lambda_3^{b*}) \left(c_b \frac{\gamma(\xi_{13}^{mb}) + \gamma(\xi_{23}^{mb})}{2} + (1 - c_b) \frac{\gamma(\xi_{13}^{bb}) + \gamma(\xi_{13}^{db})}{2} \right); \\ \lambda_2^d &= \lambda_2^{d*} + (1 - \lambda_2^{d*}) \left(c_d \frac{\gamma(\xi_{12}^{md}) + \gamma(\xi_{22}^{md})}{2} + (1 - c_d) \frac{\gamma(\xi_{12}^{bd}) + \gamma(\xi_{12}^{dd})}{2} \right); \\ \lambda_3^d &= \lambda_3^{d*} + (1 - \lambda_3^{d*}) \left(c_d \frac{\gamma(\xi_{13}^{md}) + \gamma(\xi_{23}^{md})}{2} + (1 - c_d) \frac{\gamma(\xi_{13}^{bd}) + \gamma(\xi_{13}^{dd})}{2} \right), \end{aligned}$$

где λ_2^{b*} , λ_3^{b*} , λ_2^{d*} , λ_3^{d*} — коэффициенты смертности, а $c_b = 0,37$, $c_d = 0,07$ — пищевые предпочтения особей, принятые в [11]. То есть 37 % пищевого рациона больших голомянок составляют однолетки голомянок, 63 % — рачки макрогектопуса; 7 % пищевого рациона малых голомянок составляют однолетки голомянок, 93 % — рачки макрогектопуса. В коэффициенте смертности неполовозрелых больших голомянок λ_2^b термы имеют следующие значения:

- 1) $(1 - \lambda_2^{b*})$ — доля остающихся в живых рыб от действия факторов, учтенных в постоянном коэффициенте смертности λ_2^{b*} ;
- 2) $(\gamma(\xi_{12}^{mb}) + \gamma(\xi_{22}^{mb})) / 2$ — относительный недостаток рачков макрогектопуса;
- 3) $(\gamma(\xi_{12}^{bb}) + \gamma(\xi_{12}^{db})) / 2$ — относительный недостаток однолеток голомянок.

3. Вычислительные эксперименты

Для моделирования была написана программа на языке C++ с использованием библиотек Qt и OpenGL.

Для проведения вычислительных экспериментов принята следующая оценка параметров моделирования. Можно считать размеры физической области равными 40×40 км. Модельная область представима квадратной сеткой размера 200×200 . Физическое расстояние между центрами соседних клеток равно 200 м. Физическое время Δt , соответствующее одной итерации КА, принято равным двум дням. Принято, что за время Δt с учетом вертикальных миграций и случайности перемещения особи пересекают следующие расстояния (в километрах):

$$L_1^m = 0,2, \quad L_2^m = 0,4, \quad L_1^d = 1, \quad L_2^d = 2, \quad L_3^d = 4, \quad L_1^b = 2, \quad L_2^b = 3, \quad L_3^b = 5.$$

По соотношению (2) определяется число применений оператора диффузии для видов на одно применение оператора изменения численности:

$$K_{11}^m = 1, \quad K_{12}^m = 2, \quad K_{11}^d = 5, \quad K_{12}^d = 10, \quad K_{13}^d = 20, \quad K_{11}^b = 10, \quad K_{12}^b = 15, \quad K_{13}^b = 25.$$

Из соображений, что на одну клетку КА приходится ровно 4 соседних клетки, значения коэффициентов целочисленной диффузии выбраны равными

$$\sigma_1^m = \sigma_2^m = \sigma_1^d = \sigma_2^d = \sigma_3^d = \sigma_1^b = \sigma_2^b = \sigma_3^b = 0,25.$$

3.1. Первый эксперимент. Косяк рыб

Цель эксперимента — исследовать эволюцию КА-модели в случае начального неравномерного распределения особей по области моделирования.

В начальном состоянии число особей половозрелых и неполовозрелых рачков макроректопуса выбирается случайным в пределах 30 % отклонения от среднего по Байкалу [11]. Число особей малой и большой голомянок выбирается аналогичным образом, за исключением центральной вертикальной полосы шириной 1/3 от ширины области, где число особей голомянок увеличено в 2 раза (рис. 2).

Эксперимент описывает поведение экосистемы в случае, если в озеро попадает косяк хищников.

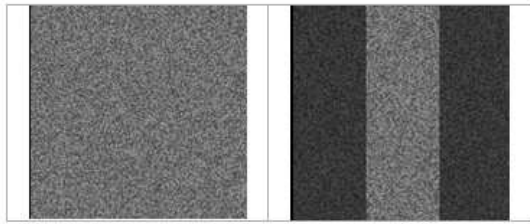


Рис. 2. Начальное глобальное состояние для всех возрастных групп рачков макроректопуса (слева) и всех возрастных групп малой и большой голомянки (справа). Более светлый цвет означает бóльшую численность особей

В результате колебаний численности система приходит к устойчивому состоянию — равномерному распределению особей по области. На рис. 3 приведена эволюция неполовозрелых особей макроректопуса и малой голомянки.

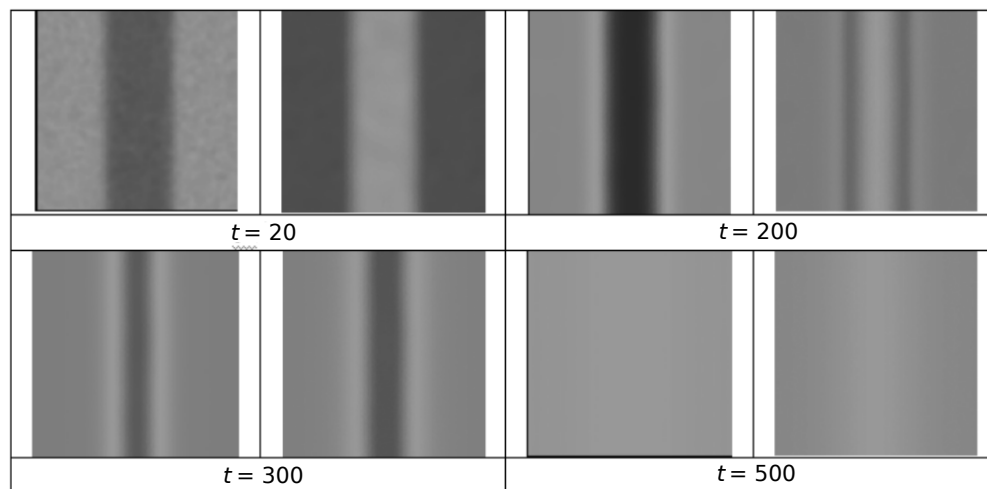


Рис. 3. Некоторые глобальные состояния модели на итерациях $t = 20, 200, 300, 500$: слева — неполовозрелые особи макроректопуса; справа — неполовозрелые особи малой голомянки

Динамика численности неполовозрелых особей макрогектопуса и голомянок в центре области (где первоначально был косяк рыб) и на её левой границе (вдалеке от косяка) приведена на рис. 4. В точке на границе области изменения численности особей незначительны и влияние косяка практически незаметно. Например, численность неполовозрелых особей рачка макрогектопуса изменяется в пределах 7 %. В центре области изменения численности особей гораздо сильнее. При избытке хищников в 2 раза уменьшается численность рачков, и вследствие недостатка пищи уменьшается численность рыб. После смерти большей части рыб численность рачков вырастает в 5 раз. Вслед за ростом численности рачков растет и численность рыб. Далее система приходит к устойчивому состоянию.

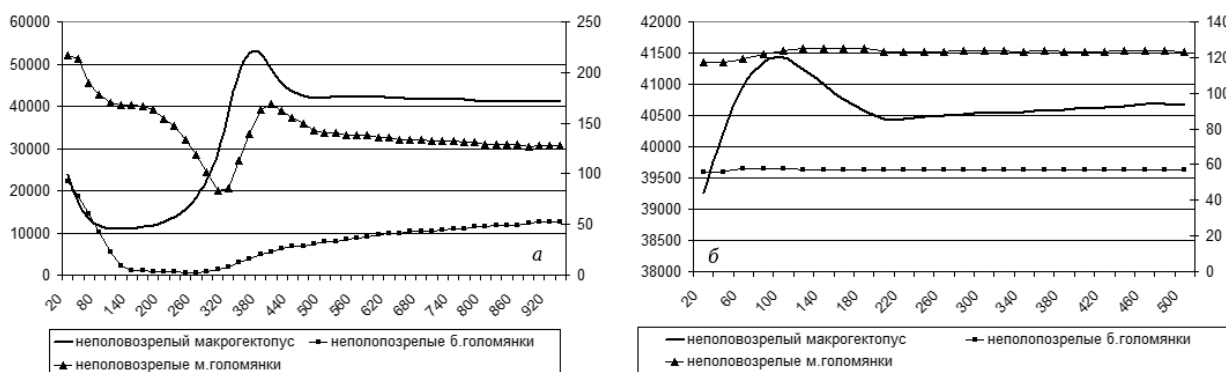


Рис. 4. Динамика численности некоторых видов в точке в центре области (а) и в точке на левой границе (б). Ось абсцисс — номер итерации, ось ординат — средняя численность на клетку. По левой оси ординат отмечена численность рачков, по правой — голомянок

Устойчивое состояние — равномерное распределение особей по области моделирования. Отношения общей численности особей в устойчивом состоянии составляют

$$\frac{\text{макрогектопус}}{\text{малая голомянка}} = 5,92; \quad \frac{\text{макрогектопус}}{\text{большая голомянка}} = 24,06. \quad (3)$$

Таким образом, при начальном неравномерном распределении особей по области моделирования модель приходит к устойчивому состоянию, представляющему собой равномерное распределение особей по озеру. В устойчивом состоянии колебаний не наблюдается.

3.2. Второй эксперимент. Загрязнение

В этом эксперименте введена зависимость коэффициентов смертности от точки в области моделирования. Цель эксперимента — исследовать эволюцию КА-модели в случае неравномерного распределения коэффициентов взаимодействия между группами организмов. Эксперименту может соответствовать загрязнение определенной территории озера.

Начальные состояния клеток для всех групп организмов — равномерное распределение по области моделирования со случайным отклонением в каждой клетке от устойчивого состояния в пределах 30 % (рис. 5).

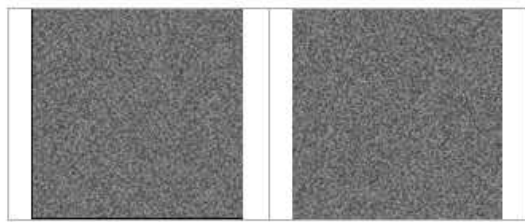


Рис. 5. Начальное состояние КА для неполовозрелых рачков макрогектопуса (слева) и неполовозрелых особей большой голомянки (справа)

Пусть «загрязнение» действует перманентно в круге радиуса $200/3$ с координатами центра $(100, 100)$ (размеры области моделирования 200×200). Пусть загрязнение увеличивает смертность рыб. Коэффициенты смертности голомянкок увеличены на 30 % в эпицентре загрязнения и линейно убывают при отдалении от эпицентра к краю области загрязнения вплоть до их значений в первом эксперименте. «Загрязнение» действует на протяжении всего эксперимента.

Некоторые состояния КА для неполовозрелых рачков макрогектопуса представлены на рис. 6.

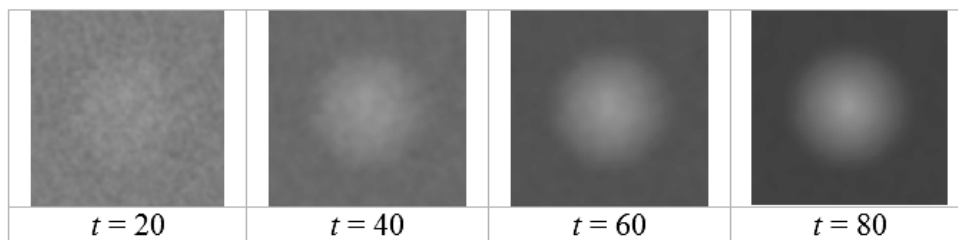


Рис. 6. Некоторые итерации для неполовозрелых особей макрогектопуса

Динамика численности неполовозрелых особей макрогектопуса и голомянкок в центре «загрязнения» и на краю области приведена на рис. 7. В точке на границе области, как и в первом эксперименте, изменения численности особей незначительны и влияние загрязнения практически незаметно. На границе области численности особей изменяются в пределах 7 % от первоначальных значений. В центре области происходят более сильные изменения численности. Так, сперва происходит скачок численности неполовозрелых рачков макрогектопуса на 75 % от начального состояния в силу уменьшения числа рыб. Затем в силу большего числа пищи растёт число хищников-рыб и соответственно уменьшается число рачков. Далее система приходит к устойчивому состоянию. Несмотря на то, что «загрязнение» действует на всех рыб, в устойчивом состоянии число малых голомянкок окажется больше, чем в устойчивом состоянии при отсутствии «загрязнения», а число больших голомянкок — меньше. Это явление объясняется тем, что большие голомянки больше предпочитают молодь голомянкок в качестве пищи. Поэтому при уменьшении количества рыб большие голомянки гибнут активнее малых, и меньшее количество молоди голомянкок оказывается съедено. При уменьшении количества рыб также увеличивается численность рачков, что в совокупности создаёт благоприятные условия для малых голомянкок.

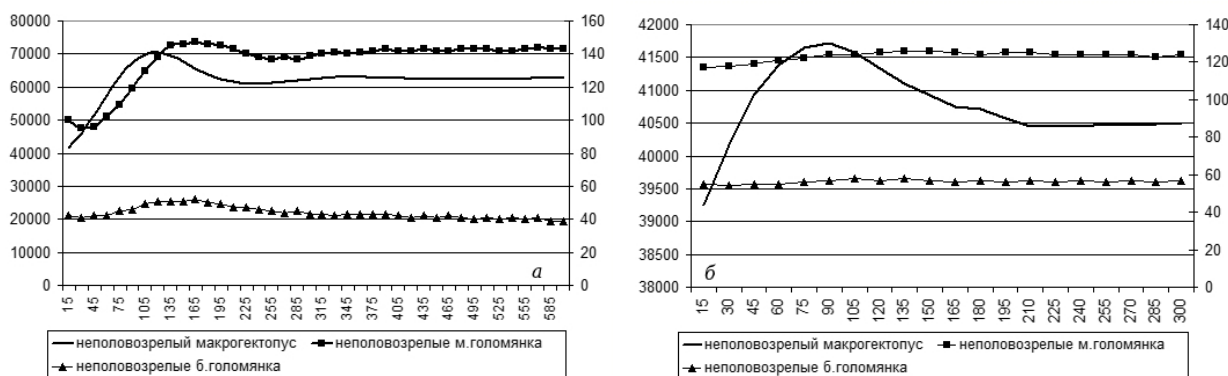


Рис. 7. Динамика численности организмов в центре «загрязнения» (а) и в клетке на границе области моделирования (б). Ось абсцисс — номер итерации, ось ординат — число особей в клетке. Численность рачков отложена по левой шкале, численность голомянок — по правой

Устойчивое состояние не является равномерным. На краю области, где коэффициенты смертности всех видов организмов совпадают с коэффициентами в первом эксперименте, в устойчивом состоянии соотношения численностей близки к результатам первого эксперимента (3):

$$\frac{\text{макрогектопус}}{\text{малая голомянка}} = 6,01, \quad \frac{\text{макрогектопус}}{\text{большая голомянка}} = 22,62.$$

В эпицентре загрязнения соотношения численностей особей в устойчивом состоянии составляют

$$\frac{\text{макрогектопус}}{\text{малая голомянка}} = 6,67, \quad \frac{\text{макрогектопус}}{\text{большая голомянка}} = 43,90.$$

Таким образом, устойчивое состояние не является однородным. В устойчивом состоянии колебаний не наблюдается. В области загрязнения снижена численность больших голомянок и повышена численность малых голомянок и рачков по сравнению с результатами первого эксперимента; за пределами области загрязнения устойчивое состояние совпадает с результатом первого эксперимента.

Заключение

Предложена КА-модель динамики численности организмов озера Байкал, позволяющая учитывать особенности пространственного распределения организмов и пространственной зависимости внешних условий, а также зависимость смертности хищников от количества пищи.

Компьютерное моделирование показало, что при условии пространственной независимости коэффициентов взаимодействия между группами организмов устойчивым состоянием является равномерное распределение особей по области моделирования. Если коэффициенты взаимодействия зависят от точки области моделирования, то устойчивое состояние неоднородно.

В отличие от модели, в реальности наблюдаются сезонные колебания численности организмов в озере Байкал. В КА-модели не отражена зависимость коэффициента рождаемости и смертности по сезонам, поэтому КА-модель приходит к устойчивому состоянию. В дальнейшем для развития КА-модели планируется ввести зависимость коэффициентов рождаемости и смертности по сезонам.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Хакен Г.* Синергетика. М.: Мир, 1980. 406 с.
2. *Wolfram S.* A new kind of science. USA: Wolfram Media Inc., 2002. 1197 p.
3. *Chua L. O.* CNN: A Paradigm for Complexity. Berkely: World Scientific Series on Nonlinear Science. University of California, 1998. 320 p.
4. *Ванаг В. К.* Диссипативные структуры в реакционно-диффузионных системах. Ижевск: ИКИ, 2008. 300 с.
5. *Madore B. and Freedman W.* Computer simulation of the Belousov — Zhabotinski reaction // Science. 1983. V. 222. P. 615–618.
6. *Bandman O.* Simulation of complex phenomena by Cellular Automata composition // Ibid. P. 9–20.
7. *Афанасьев И.* Исследование эволюции клеточных автоматов, моделирующих процесс «разделения фаз» на треугольной сетке // Прикладная дискретная математика. 2010. № 4. С. 79–90.
8. *Bandman O.* Parallel Composition of Asynchronous Cellular Automata Simulating Reaction Diffusion Processes // LNCS. 2010. V. 6350. P. 395–398.
9. *Свирижев Ю. М., Логофет Д. О.* Устойчивость биологических сообществ. М.: Наука, 1978. 352 с.
10. *Базыкин А. Д.* Нелинейная динамика взаимодействующих популяций. Ижевск: ИКИ, 2003. 368 с.
11. *Зоркальцев В. И., Казаева А. В., Мокрый И. В.* Модель взаимодействия трех пелагических видов организмов озера Байкал // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. Иркутский государственный университет путей сообщения. 2008. № 1. С. 182–193.
12. *Бандман О. Л.* Клеточно-автоматные модели пространственной динамики // Системная информатика. 2006. № 10. С. 58–113.
13. *Medvedev Y. G.* Multi-particle Cellular Automata Models For Diffusion Simulation // Methods and tools of parallel programming multicomputers. 2011. V. 6083/2011. P. 204–211.