На правах рукописи

Самсонов Игорь Борисович

НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ ЭФФЕКТИВНОЕ ДЕЙСТВИЕ В МОДЕЛЯХ $\mathcal{N}=2$ ГИПЕРМУЛЬТИПЛЕТА И $\mathcal{N}=3$ КАЛИБРОВОЧНОГО СУПЕРПОЛЯ

01.04.02 – теоретическая физика

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Томск – 2003

Работа выполнена на кафедре теоретической физики Томского государственного университета

Научные руководители:	Доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой теоретической физики физико-математического факультета Томского государственного педагогического университета Бухбиндер Иосиф Львович
	Доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник Лаборатории теоретической физики Объединенного Института Ядерных Исследований Зупник Борис Моисеевич
Официальные оппоненты:	Доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией математической физики факультета естественных наук и математики Томского политехнического университета Галажинский Антон Владимирович
	Доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой математического анализа физико-математического факультета Томского государственного педагогического университета Лавров Петр Михайлович
Ведущая организация:	Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, г. Новосибирск

Защита состоится 30 октября 2003 г. в 14.30 часов на заседании Диссертационного совета Д 212.267.07 при Томском государственном университете по адресу: 634050, г. Томск, пр. Ленина, 36.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке Томского государственного университета.

Автореферат разослан 5 сентября 2003 г.

Ученый секретарь Диссертационного совета,
доктор физико-математических наук,
старший научный сотрудник Ивонин И.В.

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Исследование суперсимметричных полевых теорий занимает важное место в современной теоретической физике высоких энергий. Во многом это обусловлено наличием тесной связи концепции суперсимметрии с проблемой объединения фундаментальных взаимодействий. В настоящее время считается, что наиболее подходящим кандидатом на роль единой теории является теория струн. Примечательно, что суперсимметрия естественно возникает в теории струн и необходима для ее самосогласованности. Кроме того, суперсимметричные полевые теории появляются в низкоэнергетическом пределе теории струн и поэтому их изучение оказывается очень важным для прояснения различных аспектов теории струн.

Одной из наиболее важных задач в области суперсимметричных полевых теорий является проблема построения эффективного действия. Эффективное действие является центральным понятием квантовой теории поля, определяющим общую структуру полевой теории в квантовой области. В суперсимметричной теории эффективное действие обладает рядом замечательных свойств, обусловленных тем, что суперсимметрия накладывает достаточно жесткие ограничения на форму эффективного действия, в силу чего некоторые величины, характеризующие квантовую теорию, могут быть найдены точно. Широко известным примером является теория $\mathcal{N}=2$ калибровочного мультиплета (так называемая теория Сайберга-Виттна), в которой низкоэнергетическое эффективное действие может быть точно вычислено с учетом как пертурбативных так и непертурбативных вкладов. Этот результат оказался очень важным для понимания свойств суперсимметричных теорий с $\mathcal{N}=2$ расширенной суперсимметрией и стал основой для множества исследований в этом направлении, в которых рассматривались обобщения данной задачи для $\mathcal{N}=2$ теорий с различным набором полей материи. В связи с этим достаточно актуальной является общая задача о нахождении голоморфного эффективного действия в теории гипермультиплета во внешнем калибровочном суперполе для случая различных калибровочных групп.

Другим важным направлением в квантовой теории поля, возникшем сравнительно недавно, является изучение квантовых аспектов в некоммутативных теориях. В этих теориях подразумевается, что канонические операторы четырехмерных координат пространства Минковского не коммутируют между собой, что приводит возникновению некоторых специфических свойств, таких как частичное изменение характера ультрафиолетовых расходимостей без нарушения свойств причинности и унитарности. Возможность нарушения коммутативности координат вытекает из теории струн, рассмотренной на фоне постоянного B-поля являющимся 2-формой Навье-Шварца в теории $D=10$ супергравитации. В этой связи, некоммутативные суперсимметричные модели возникают естественным образом в низкоэнергетическом пределе теории струн и их изучение оказывается актуальной задачей как для понимания феноменологических свойств этих теорий, так и для развития теории струн.

В рамках суперсимметричных полевых теорий с расширенной суперсимметрией важное место занимает проблема построения явно суперсимметричной (суперполевой) формулировки классических и квантовых действий таких моделей. Для $\mathcal{N} = 2$ и $\mathcal{N} = 3$ суперсимметричных теорий решение этой проблемы связано с использование метода гармонического суперпространства, а для $\mathcal{N} = 4$ теории адекватного суперполевого описания в терминах неограниченных суперполей до сих пор не существует. Однако, теории с $\mathcal{N} = 3$ и $\mathcal{N} = 4$ суперсимметрией описывают один и тот же мультиплет физических полей и имеют эквивалентную динамику на массовой поверхности. Поэтому изучение квантовых аспектов $\mathcal{N} = 3$ суперкалибровочной теории может быть полезно как само по себе, так и для более глубокого понимания $\mathcal{N} = 4$ теории поля Янга-Миллса. Это приводит к актуальной проблеме построения квантового эффективного действия в модели $\mathcal{N} = 3$ супер Янга-Миллса в терминах суперполей в гармоническом суперпространстве.

Целью работы является исследование структуры низкоэнергетического эффективного действия в теории коммутативного и некоммутативного гипермультиплета во внешнем калибровочном суперполе, а также в теории $\mathcal{N} = 3$ калибровочного суперполя.

Научная новизна. В диссертации впервые получены следующие результаты.

1. Вычислено низкоэнергетическое (голоморфное) эффективное действие гипермультиплета взаимодействующего с векторным суперполем для случая, когда гипермультиплет находится в произвольном представлении любой полупростой калибровочной группы, а векторное суперполе лежит в подалгебре Картана соответствующей калибровочной алгебры. В частности, найдены голоморфные эффективные действия для моделей гипермультиплетов в фундаментальном и присоединенном представлении калибровочных групп $SU(n)$, $SO(n)$, $Sp(2n)$.

2. Построены модели некоммутативного гипермультиплета и некоммутативного $\mathcal{N} = 2$ векторного суперполя в гармоническом суперпространстве. Получены правила Фейнмана для этих моделей и вычислены простейшие однопетлевые диаграммы Фейнмана. Установлено, что в рассматриваемых квантовых вкладах наблюдается эффект UV/IR-смешивания, который заключается в том, что ультрафиолетовые расходимости переходят в инфракрасные особенности импульсных интегралов. Изучена конкретная структура UV/IR-смешивания в рассматриваемых моделях. Получено также голоморфное эффективное действие модели некоммутативного гипермультиплета во внешнем векторном суперполе для случае абелевой и неабелевой калибровочной группы.

3. Найден ведущий низкоэнергетический вклад в эффективное действие в $\mathcal{N} = 3$ суперсимметричной модели Янга-Миллса, записанный в $\mathcal{N} = 3$ гармоническом суперпространстве. Данное эффективное действие вычислено на основе анализа требований масштабной и R-инвариантности, которые являются следствием суперконформной инвариантности рассматриваемой теорией поля. Получена компонентная структура такого эффективного действия и вычислены соответствующие эффективные уравнения

движения. Найдена группа преобразований, оставляющая данное эффективное действие инвариантным.
Научная и практическая значимость работы. Полученные в диссертации результаты посвящены решению актуальных научных задач и ведут к более глубокому пониманию структуры эффективного действия в $\mathcal{N}=2$ и $\mathcal{N}=3$ суперсимметричных теориях поля. Практическая значимость результатов обусловливается возможным их применением для решения следующих проблем в области суперсимметричной квантовой теории поля:

- Изучение структуры полного эффективного действия в $\mathcal{N}=2$ суперсимметричных теориях включающего голоморфные и неголоморфные вклады.

- Исследование квантовых аспектов в некоммутативных $\mathcal{N}=2$ суперсимметричных теориях с использованием явно суперполевой формулировки на основе метода гармонического суперпространства.

- Вычисление низкоэнергетического эффективного действия в $\mathcal{N}=3$ суперкалибровочной модели в терминах неограниченных $\mathcal{N}=3$ суперполей.

Положения, выносимые на защиту:

1. Получено низкоэнергетическое эффективное действие гипермультиплета взаимодействующего с внешним векторным суперполем для случая, когда гипермультиплет находится в произвольном представлении любой полупростой калибровочной группы.

2. Найдены голоморфные эффективные действия для моделей гипермультиплетов в фундаментальном и присоединенном представлении калибровочных групп $SU(n)$, $SO(n)$, $Sp(2n)$.

3. Сформулированы модели некоммутативного гипермультиплета и некоммутативного $\mathcal{N}=2$ векторного суперполя в гармоническом суперпространстве.

4. Квантовые ультрафиолетовые расходимости однопетлевых диаграммах в некоммутативных моделях гипермультиплета и $\mathcal{N}=2$ векторного суперполя частично изменяют свою структуру и выглядят как ультрафиолетовые особенности соответствующих функций Грина (так называемый эффект UV/IR-смешивания).

5. Голоморфное эффективное действие модели некоммутативного гипермультиплета во внешнем векторном суперполе для случае абелевой и неабелевой калибровочной группы в низкоэнергетическом приближении разбивается в сумму двух слагаемых, одно из которых отвечает за эффект UV/IR-смешивания, а второе совпадает с голоморфным эффективным действием соответствующей коммутативной теории.

6. Низкоэнергетическое эффективное действие действие в $\mathcal{N}=3$ суперкалибровочной теории имеет вид функционала от суперполей напряженности, записанного в полном $\mathcal{N}=3$ суперпространстве. Этот функционал получается в результате масштабно инвариантного обобщения суперполевого действия, отвечающего слагаемому четвертого порядка в действии Борна-Инфельда.

7. Низкоэнергетическое эффективное действие в $\mathcal{N}=3$ суперкалибровочной теории в кулоновой фазе является инвариантным относительно подгруппы $\mathcal{N}=3$ суперконформной группы, состоящей из дилатаций, γ_5-преобразований, $SU(3)$ автоморфизмов, а также $\mathcal{N}=3$ супергруппы Пуанкаре. Симметрии относительно конформных бустов и дополнительных суперконформных суперсимметрий оказываются нарушенными.

Апробация работы. Результаты, положенные в основу диссертации, докладывались на международных конференциях: "XXIII международный коллоквиум по методам теории групп в физике", г. Дубна, ОИЯИ, 31 июля – 5 августа 2000 г.; "IX международная конференция по суперсимметрии и объединению фундаментальных взаимодействий" г. Дубна, ОИЯИ, 11-17 июня 2001 г.; "11-я международная конференция по теоретическим и экспериментальным проблемам общей теории относительности и гравитации", г. Томск, 1-7 июля 2002 г; "Суперсимметрии и квантовые симметрии", г. Дубна, 24-29 июля 2003 г.
Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в 7 печатных работах, перечисленных в заключительной части автореферата.
Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, приложения и списка литературы. Диссертация изложена на 115 страницах и содержит список литературы из 105 наименований.

Содержание работы

Во **введении** обоснована актуальность темы диссертации и сформулированы цели работы, сделан краткий обзор по проблематике выбранного направления, приведены структура и содержание диссертации.

В **первой главе** собраны обзорные сведения, касающиеся метода $\mathcal{N}=2$ гармонического суперпространства и формулировки моделей суперполей материи и калибровочных полей в рамках этого метода. Эти сведения используются в последующих главах для проведения квантовых вычислений в теориях, сформулированных в гармоническом суперпространстве.

В разделе 1.1 вводится понятие гармонического суперпространства, как $\mathcal{N}=2$ суперпространства, дополненного гармоническими переменными, которые являются координатами на фактор-пространстве $SU(2)/U(1)\sim S^2$. Вводятся гармонические ковариантные производные в этом суперпространстве и правила интегрирования по гармоническим переменным. Рассматривается также понятие суперполя заданного на гармоническом суперпространстве.

В разделе 1.2 приводятся гармонические δ-функции и гармонические распределения, которые будут необходимы в дальнейшем при формулировке классических действий и пропагаторов.

Далее, в разделе 1.3 вводится понятие аналитического подпространства, которое играет ключевую роль в методе гармонического суперпространства. Это подпространство параметризуется (помимо бозонных переменных) четырьмя фермионными координатами в, то время как полное суперпространство содержит 8 фермионных переменных. Такое аналитическое подпространство является инвариантным относительно преобразований суперсимметрии, и поэтому суперполя, заданные на нем реализуют неприводимые представления $\mathcal{N}=2$ супергруппы Пуанкаре.

В разделе 1.4 приведены классические свободные действия модели гипермультиплета Файе-Сониуса (q-гипермультиплета) и гипермультиплета Хау-Стелле-Таунсенда (ω-гипермультиплета) в гармоническом суперпространстве. Они имеют вид

$$S_q = \int d\zeta_A^{(-4)} du \breve{q}^+ D^{++} q^+, \tag{1}$$

$$S_\omega = \int d\zeta^{(-4)} du D^{++}\omega D^{++}\omega, \tag{2}$$

где $d\zeta^{(-4)}du$ мера на аналитическом суперпространсве, q^+, ω – аналитические суперполя, D^{++} – ковариантная гармоническая производная. Здесь же приводится вычисление свободных функций Грина для этих моделей, которые записываются следующим образом:

$$G_0^{(1,1)}(1|2) = -\frac{1}{\Box_1}(D_1^+)^4(D_2^+)^4\frac{\delta^{12}(z_1-z_2)}{(u_1^+u_2^+)^3}, \tag{3}$$

$$G_0^{(0,0)}(1|2) = -\frac{1}{\Box_1}(D_1^+)^4(D_2^+)^4\left(\frac{(u_1^-u_2^-)}{(u_1^+u_2^+)^3}\delta^{12}(z_1-z_2)\right). \tag{4}$$

Здесь $1/(u_1^+u_2^+)^3$ – гармоническое распределение, введенное в предыдущем разделе.

В разделе 1.5 приводится формулировка модели $\mathcal{N}=2$ супер Янга-Миллса в гармоническом суперпространстве. Классическое действие $\mathcal{N}=2$ векторного мультиплета имеет вид

$$S_V = \mathrm{tr}\int d^{12}z\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-i)^n}{n}\int du_1\dots du_n\frac{V^{++}(z,u_1)\dots V^{++}(z,u_n)}{(u_1^+u_2^+)\dots(u_n^+u_1^+)}, \tag{5}$$

где V^{++} – калибровочное $\mathcal{N}=2$ суперполе. Отметим, что данное действие записывается в полном $\mathcal{N}=2$ гармоническом суперпространстве, в отличии от действий гипермультиплетов (1,2), которые являются функционалами на аналитическом подпространстве. Здесь же показано, что взаимодействие векторного суперполя с q-гипермультиплетом описывается действием.

$$S_{qV} = \int d\zeta_A^{(-4)} du\, \breve{q}^+ (D^{++} + iV^{++}) q^+. \qquad (6)$$

Обсуждается также вопрос о введении массы в теории гипермультиплета.

Во **второй главе** проводится вычисление низкоэнергетического эффективного действия для моделей гипермультиплетов во внешнем калибровочном суперполе, соответствующем различным калибровочным группам.

В разделе 2.1 приводится выражение для голоморфного эффективного действия в моделях q и ω-гипермультиплетов во внешнем абелевом калибровочном суперполе:

$$\begin{gathered} \Gamma_{q,\omega}[V^{++}] = \int d^4x d^4\theta \mathcal{F}_{q,\omega}(W) + c.c., \\ \mathcal{F}_{q,\omega}(W) = -\frac{k_{q,\omega}}{64\pi^2} W^2 \ln \frac{W^2}{\Lambda^2}, \quad k_{q,\omega} = \begin{cases} 1 \text{ for } q \text{ hypermultiplet} \\ 2 \text{ for } \omega \text{ hypermultiplet.} \end{cases} \end{gathered} \qquad (7)$$

Здесь W — суперполе $\mathcal{N} = 2$ напряженности, которое выражается через векторное суперполе V^{++} по правилу $W(z) = -\frac{1}{4}\int du \bar{D}^-_{\dot\alpha} \bar{D}^{-\dot\alpha} V^{++}(z,u)$.

В разделе 2.2 проводится обобщение действия (7) на случай, когда суперполя гипермультиплетов находятся в произвольном представлении любой полупростой калибровочной группы и взаимодействуют с калибровочным суперполем, принадлежащем подалгебре Картана калибровочной алгебры. Классические действия этих моделей имеют вид

$$S[Q^+, \breve{Q}^+, V^{++}] = \int d\zeta^{(-4)} \breve{Q}^+ (D^{++} + iV^{++}) Q^+ \qquad (8)$$

$$S[\Omega, \breve{\Omega}, V^{++}] = \int d\zeta^{(-4)} (D^{++}\breve{\Omega} - i\breve{\Omega}V^{++})(D^{++} + iV^{++})\Omega. \qquad (9)$$

Здесь

$$Q^+ = q_l^+ e_l, \quad \Omega = \omega_l e_l, \quad V^{++} = V_i^{++} T_i,$$

где e_l – базисные векторы в пространстве представления, T_i – генераторы представления (соответствующие подалгебре Картана). Основная идея дальнейших вычислений состоит в выборе базисных векторов e_l так, чтобы они лежали в весовых подпространствах пространства представления. В этом случае оказывается, что классические действия (8,9) представляются в виде сумм по весам калибровочной алгебры от одномерных независимых классических действий. В результате, голоморфные эффективные действия для этих моделей записываются следующим образом:

$$\begin{gathered} \Gamma_{q,\omega}[V^{++}] = \int d^4x d^4\theta \mathcal{F}_{q,\omega}(W) + c.c., \\ \mathcal{F}_{q,\omega}(W) = -\frac{k_{q,\omega}}{64\pi^2} \sum_{i=1}^{m} W_i^2 \ln \frac{W_i^2}{\Lambda^2}, \end{gathered} \qquad (10)$$

где напряженности W_i построены по весам калибровочной алгебры.

Далее, в разделах 2.3, 2.4, 2.5 выражение для эффективного действия (10) применяется для частных случаев, когда рассматриваются калибровочные группы $SU(n)$, $SO(n)$, $Sp(n)$ как в фундаментальном так и в присоединенном представлении. Все полученные результаты можно представить в виде следующей таблицы

группа	представление	голоморфный потенциал $\mathcal{F}_{q,\omega}$
$SU(n)$	фундаментальное	$-\frac{k_{q,\omega}}{64\pi^2}\sum\limits_{i=1}^{n} W_i^2 \ln \frac{W_i^2}{\Lambda^2}$
$SU(n)$	присоединенное	$-\frac{k_{q,\omega}}{32\pi^2}\sum\limits_{i<j}^{n} W_{ij}^2 \ln \frac{W_{ij}^2}{\Lambda^2}$
$SO(2n)$	фунд.	$-\frac{k_{q,\omega}}{32\pi^2}\sum\limits_{i=1}^{n} W_i^2 \ln \frac{W_i^2}{\Lambda^2}$
$SO(2n)$	присоед.	$-\frac{k_{q,\omega}}{64\pi^2}\sum\limits_{i<j}^{n}[(W_i-W_j)^2 \ln \frac{(W_i-W_j)^2}{\Lambda^2}+ +(W_i+W_j)^2 \ln \frac{(W_i+W_j)^2}{\Lambda^2}]$
$SO(2n+1)$	фунд.	$-\frac{k_{q,\omega}}{32\pi^2}\sum\limits_{i=1}^{n} W_i^2 \ln \frac{W_i^2}{\Lambda^2}$
$SO(2n+1)$	присоед.	$-\frac{k_{q,\omega}}{64\pi^2}\left[\sum\limits_{i<j}^{n}(W_i-W_j) \ln \frac{(W_i-W_j)^2}{\Lambda^2}+ + \sum\limits_{i<j}^{n}(W_i+W_j)^2 \ln \frac{(W_i+W_j)^2}{\Lambda^2} + \sum\limits_{l=1}^{n} W_l^2 \ln \frac{W_l^2}{\Lambda^2}\right].$
$Sp(n)$	фунд.	$-\frac{k_{q,\omega}}{32\pi^2}\sum\limits_{i=1}^{n} W_i^2 \ln \frac{W_i^2}{\Lambda^2}$
$Sp(n)$	присоед.	$-\frac{k_{q,\omega}}{64\pi^2}\left[\sum\limits_{i<j}^{n}(W_i-W_j)^2 \ln \frac{(W_i-W_j)^2}{\Lambda^2}+ + \sum\limits_{i\leq j}^{n}(W_i+W_j)^2 \ln \frac{(W_i+W_j)^2}{\Lambda^2}\right].$

Отметим, что калибровочные группы $SO(2n)$ и $SO(2n+1)$ рассматриваются отдельно, поскольку они принадлежат разным классам согласно классификации полупростых групп по методу схем Дынкина. Голоморфные потенциалы для различных групп отличаются как значением коэффициента, стоящего перед суммой, так и структурой членов под знаком суммы, что объясняется различием в строении подалгебры Картана рассматриваемых алгебр.

Результаты данной главы опубликованы в работах [1-3].

В **третьей главе** рассматриваются квантовые аспекты некоммутативных $\mathcal{N}=2$ суперсимметричных теорий в гармоническом суперпространстве.

В разделе 3.1 дается краткий обзор о введении некоммутативной теории поля. Показывается, что, как правило, некоммутативные полевые модели получаются из обычных моделей с помощью замены обычного умножения полей на так называемое $\star$-умножение, которое определяется следующей формулой:

$$(\Phi_1 \star \Phi_2)(x) = \left[e^{\frac{i}{2}\Theta_{\mu\nu}\partial_{\xi_\mu}\partial_{\eta_\nu}}\Phi_1(x+\xi)\Phi_2(x+\eta)\right]_{\xi=\eta=0}. \tag{11}$$

Здесь $\Theta_{\mu\nu}$ – параметры некоммутативности. Приводятся также свойства такого умножения, которое является ассоциативным, но некоммутативным.

В разделе 3.2 вводятся классические действия для моделей некоммутативного гипермультиплета и векторного суперполя в гармоническом суперпространстве. Эти действия получаются заменой обычного умножения суперполей на $\star$-умножение в соответствующих суперполевых действиях коммутативных теорий. В частности, классическое действие q-гипермультиплета со взаимодействием четвертой степени имеет вид

$$S[\breve{q}, q] = \int d\zeta^{(-4)}(\breve{q}D^{++}q + \alpha\breve{q}^+ \star \breve{q}^+ \star q^+ \star q^+ + \beta\breve{q}^+ \star q^+ \star \breve{q}^+ \star q^+), \tag{12}$$

где α, β – константы связи. Важно отметить, что у теории некоммутативного q-гипермультиплета (12) имеются две константы связи в отличи от теории обычного гипермультиплета благодаря различному способу упорядочения полей относительно операции $\star$-умножения. В коммутативном пределе $(\Theta_{\mu\nu} \to 0)$ две константы связи α, β сводятся к одной, как должно быть в теории q-гипермультиплета.

Классическое действие $\mathcal{N} = 2$ векторного мультиплета определяется выражением

$$\begin{aligned} S[V^{++}] = \frac{1}{g^2}\mathrm{tr}\int d^{12}z \sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-i)^n}{n}\int du_1 \ldots du_n \times \\ \times \frac{V^{++}(z,u_1) \star V^{++}(z,u_2) \star \ldots \star V^{++}(z,u_n)}{(u_1^+u_2^+)\ldots(u_n^+u_1^+)}. \end{aligned} \tag{13}$$

Действие (13) инвариантно относительно некоммутативных калибровочных преобразований

$$\delta V^{++} = -D^{++}\lambda - i[V^{++}, \lambda]_\star, \tag{14}$$

где λ – аналитическое калибровочное суперполе, в коммутаторе подразумевается $\star$-умножение суперполей.

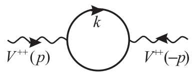
При введении взаимодействия q-гипермультиплета с калибровочным суперполем возможны два способа упорядочения суперполей и соответственно возникают две константы связи:

$$S_{int} = i\int d\zeta^{(-4)}[\alpha\breve{q}^+ \star V^{++} \star q^+ + \beta q^+ \star V^{++} \star \breve{q}^+]. \tag{15}$$

Для всех введенных в данном разделе теорий получены правила Фейнмана, то есть вычислены вершины взаимодействий в импульсном пространстве (пропагаторы в некоммутативных теориях имеют такой же вид как и в соответствующих коммутативных моделях, поскольку введение некоммутативности не изменяет вид квадратичного действия).

В разделе 3.2 вычислены простейшие квантовые диаграммы Фейнмана для рассматриваемых некоммутативных теорий в гармоническом суперпространстве. Типичным примером является двухточечная однопетлевая диаграмма модели некоммутативного q-гипермультиплета взаимодействующего с калибровочным суперполем

$$\Gamma_2[V^{++}] = \qquad (16)$$



Показано, что вклад в эффективное действие от данной диаграммы может быть записан в виде

$$\Gamma_2[V^{++}] = \int \frac{d^4p}{(2\pi)^8} d^8\theta du_1 du_2 \frac{V^{++}(p)V^{++}(-p)}{(u_1^+ u_2^+)^2}(I^{pl}(p) + I^{npl}(p)), \qquad (17)$$

где

$$I^{pl}(p) = (\alpha^2 + \beta^2) \int \frac{d^4k}{(k^2+m^2)((p-k)^2+m^2)}, \qquad (18)$$

$$I^{npl}(p) = 2\alpha\beta \int d^4k \frac{\cos(p\Theta k)}{(k^2+m^2)((p-k)^2+m^2)}. \qquad (19)$$

Интеграл по импульсам (18) (который называют планарным) имеет такой же вид, как и в соответствующей коммутативной теории, а интеграл (19) (который называют непланарным) содержит осциллирующий фактор $\cos(p\Theta k)$, который изменяет ультрафиолетовое поведение интеграла. При малых импульсах справедлива аппроксимация

$$I^{npl} \sim 2\alpha\beta\pi^2 \ln \frac{4}{m^2 p \circ p}, \qquad (20)$$

следовательно непланарная часть диаграммы (16) имеет следующую структуру (в низкоэнергетическом приближении)

$$\Gamma_2^{npl}[V^{++}] = \frac{2\pi^2\alpha\beta}{(2\pi)^8} \int d^4p d^8\theta du_1 du_2 \ln \frac{4}{m^2 p \circ p} \frac{V^{++}(p,\theta,u)V^{++}(-p,\theta,u)}{(u_1^+ u_2^+)^2}, \qquad (21)$$

где $p \circ p = p_\mu \Theta^{\mu\alpha} \Theta^\nu_\alpha p_\nu$. В результате, в непланарной части данной диаграммы ультрафиолетовая расходимость выглядит как инфракрасная особенность интеграла по импульсам. Это свойство, характерное для многих некоммутативных полевых теорий, принято называть эффектом UV/IR-смешивания. Наличие эффекта UV/IR-смешивания отмечено также в теории некоммутативного q-гипермультиплета со взаимодействием четвертого порядка и в модели некоммутативного $\mathcal{N}=2$ калибровочного суперполя.

В разделе 3.4 исследована структура низкоэнергетического эффективного действия модели некоммутативного q-гипермультиплета во внешнем калибровочном суперполе соответствующего абелевой и неабелевой калибровочной группе. В случае абелевой калибровочной группы обнаружено, что эффективное действие состоит из двух слагаемых (в низкоэнергетическом приближении): одно слагаемое имеет вид (21), а другое совпадает со стандартным голоморфным потенциалом в модели коммутативного q-гипермультиплета (7). Для неабелевой калибровочной группы $U(n)$ показано, что низкоэнергетическое эффективное действие также представляется в виде суммы двух слагаемых, причем одно слагаемое отвечает за эффект UV/IR-смешивания, а другое соответствует голоморфному потенциалу в модели коммутативного гипермультиплета во внешнем суперполе калибровочной группы $SU(n)$, который был вычислен в предыдущей главе.

Результаты данной главы опубликованы в работах [4-6].

В **четвертой главе** исследуется структура низкоэнергетического эффективного действия в $\mathcal{N}=3$ суперкалибровочной модели, сформулированной в $\mathcal{N}=3$ гармоническом суперпространстве.

В разделе 4.1 проводится краткий обзор базовых конструкций $\mathcal{N}=3$ гармонического суперпространства и приводится суперполевое выражение для классического действия данной теории.

В разделе 4.2 производится построение низкоэнергетического эффективного действия в $\mathcal{N}=3$ суперкалибровочной теории, отвечающего требованиям суперсимметричной, калибровочной и масштабной инвариантности. Это действие получается в результате масштабно-инвариантного обобщения суперполевого действия, отвечающего члену четвертого порядка в действии Борна-Инфельда. Действие четвертого порядка записывается в аналитическом подпространстве и имеет вид

$$S_4 = \frac{k}{32}\int d\zeta_A du\, (\bar{W}^{12}W_{23})^2, \tag{22}$$

где k – некоторая константа размерности -4. Для масштабно инвариантного обобщения действия (22) необходимо заменить константу k суперполевым выражением такой же размерности. Для этой цели можно использовать следующую комбинацию суперполей напряженности

$$\bar{W}^{IJ}W_{IJ} = \bar{W}^{12}W_{12} + \bar{W}^{23}W_{23} + \bar{W}^{13}W_{13}, \tag{23}$$

которая среди низших компонент содержит квадрат скалярных полей

$$\bar{W}^{IJ}W_{IJ}|_{\theta=0,u=0} = \phi^i\bar{\phi}_i. \tag{24}$$

В результате, переписывая действие (22) в полном суперпространстве и вставляя под интегралом суперполе (23) в подходящей степени, получаем действие

$$S_{eff} = \alpha \int d^4x d^{12}\theta du \frac{1}{(\bar{W}^{IJ}W_{IJ})^2}[\frac{(\bar{D}_1)^2}{4\Box}(W_{23})^2][\frac{(D^3)^2}{4\Box}(\bar{W}^{12})^2]. \qquad (25)$$

Действие (25) является явно суперсимметричным, калибровочно и масштабно инвариантными выражением вне массовой оболочки. Поэтому оно может рассматриваться как низкоэнергетическое эффективное действие в $\mathcal{N}=3$ суперкалибровочной теории. Константа α является произвольной и не фиксируется на основе свойств симметрии.

В разделе 4.3 исследована компонентная структура эффективного действия (25) и показано, что в бозонном секторе оно содержит слагаемое вида

$$S_{eff} = \frac{\alpha_0}{2} \int d^4x \left[\frac{F^2\bar{F}^2}{(\phi^i\bar{\phi}_i)^2} - \frac{\alpha_0}{2}\frac{F^2\bar{F}^2}{(\phi^i\bar{\phi}_i)^4}(F^2+\bar{F}^2) + O(F^8) \right], \qquad (26)$$

где $F^{\alpha\beta}, \bar{F}^{\dot{\alpha}\dot{\beta}}$ – напряженности электромагнитного поля, $\bar{\phi}_i, \phi^i$ – скалярные поля, $\alpha_0 = \frac{32}{15}\alpha$. Выражение (26) является ведущим членом в низкоэнергетическом эффективном действии $\mathcal{N}=4$ теории суперполя Янга-Миллса, что подтверждает предположение о связи этих теорий не только на классическом, но и на квантовом уровнях.

В разделе 4.4 вычислены суперполевые уравнения движения, которые получаются при варьировании эффективного действия (25) по полям препотенциалов.

В разделе 4.5 найдены симметрии эффективного действия (25). Показано, что оно является инвариантным относительно подгруппы $\mathcal{N}=3$ суперконформной группы, включающей в себя $\mathcal{N}=3$ супергруппу Пуанкаре, дилатицию, γ_5-преобразования и группу $SU(3)$ автоморфизмов. При этом симметрии относительно специальных конформных бустов и дополнительных суперконформных суперсимметрий оказываются нарушенными в силу того, что эффективное действие (25) имеет смысл только в кулоновой фазе теории, когда скаляры приобретают отличные от нуля вакуумные средние.

Основные результаты данной главы представлены в работе [7].

В **заключении** перечислены основные результаты, полученные в диссертации и выносимые на защиту.

В **приложении** приведены формулы для $\mathcal{N}=3$ суперконформных преобразований в гармоническом суперпространстве.

Основные результаты работы

1. Вычислено низкоэнергетическое (голоморфное) эффективное действие гипермультиплета взаимодействующего с векторным суперполем для случая, когда гипермультиплет находится в произвольном представлении любой полупростой калибровочной группы, а векторное суперполе лежит в подалгебре Картана соответствующей калибровочной алгебры. Показано, что голоморфное эффективное действие записывается в виде суммы

по корням (весам) калибровочной алгебры от слагаемых, каждое из которых является голоморфным эффективным действием абелева гипермультиплета, взаимодействующего с векторным суперполем, лежащем в одномерном корневом (весовом) подпространстве калибровочной алгебры. Найдены голоморфные эффективные действия для моделей гипермультиплетов в фундаментальном и присоединенном представлении калибровочных групп $SU(n)$, $SO(n)$, $Sp(2n)$.

2. Построены модели некоммутативного гипермультиплета и некоммутативного $\mathcal{N}=2$ векторного суперполя в гармоническом суперпространстве. Получены правила Фейнмана для этих моделей и вычислены простейшие однопетлевые диаграммы Фейнмана. Каждая из таких диаграмм состоит из двух частей, которые называют "планарной" и "непланарной". Для планарных вкладов этих диаграмм характерно, что они имеют такой же вид, как и диаграммы в соответствующих коммутативных теориях. В непланарных частях проявляется эффект UV/IR-смешивания, который заключается в том, что ультрафиолетовые расходимости переходят в инфракрасные особенности импульсных интегралов.

3. Исследована структура голоморфного эффективного действия модели некоммутативного гипермультиплета во внешнем векторном суперполе для случае абелевой и неабелевой калибровочной группы. Показано, что для калибровочной группы $U(1)$ низкоэнергетическое эффективное действие гипермультиплета состоит из двух слагаемых, одно из которых отвечает за эффект UV/IR-смешивание, а второе является стандартным голоморфным эффективным действием абелева гипермультиплета (это справедливо в низкоэнергетическом приближении, когда мы пренебрегаем всеми производными суперполей). Для случая неабелевой калибровочной группы $U(n)$ показано, что низкоэнергетическое эффективное действие также состоит из двух слагаемых, соответствующие $U(1)$ и $SU(n)$ подгруппам. Часть эффективного действия, соответствующая $U(1)$ подгруппе отвечает за UV/IR-смешивание, а в $SU(n)$ слагаемом эффекта UV/IR-смешивания не наблюдается и ведущие вклады в эффективное действие соответствуют голоморфному потенциалу для коммутативного гипермультиплета во внешнем калибровочном суперполе группы $SU(n)$.

4. Найден наиболее общий вид низкоэнергетического эффективного действия в $\mathcal{N}=3$ суперсимметричной модели Янга-Миллса, сформулированной в $\mathcal{N}=3$ гармоническом суперпространстве. Данное эффективное действие получено на основе анализа требований масштабной и R-инвариантности, которые являются следствием того, что данная модель является суперконформной теорией поля. Исследована компонентная структура такого эффективного действия и показано, что в компонентном составе всегда присутствует слагаемое вида $\int d^4x F^4/\phi^4$, которое является ведущим в низкоэнергетическом приближении. Получены эффективные уравнения движения, генерируемые низкоэнергетическим эффективным действием.

5. Получено представление $\mathcal{N}=3$ суперконформной алгебры на суперполях в $\mathcal{N}=3$ гармоническом суперпространстве. Рассмотрено преобразо-

вание предложенного эффективного действия $\mathcal{N} = 3$ суперкалибровочной модели относительно $\mathcal{N} = 3$ суперконформной группы. Установлено, что данное эффективное действие остается инвариантным только относительно подгруппы $\mathcal{N} = 3$ суперконформной группы, образованной преобразованиями дилатации, γ_5-симметрии и $SU(3)$ подгруппы автоморфизмов, а преобразования специальных конформных бустов и дополнительных суперконформных суперсимметрий нарушают инвариантность данного эффективного действия. Это обусловливается тем, что данное эффективное действие существует только в кулоновой фазе теории, когда суперконформная группа нарушается за счет нетривиальных вакуумных средних значений скалярных полей.

Список работ, опубликованных по теме диссертации

1. Buchbinder I.L., Samsonov I.B. On Holomorphic Effective Actions of Hypermultiplets Coupled to External Gauge Superfields // Mod. Phys. Lett. A.- 1999.- V. 14.- N 36.- P. 2537-2544.

2. Бухбиндер И.Л., Самсонов И.Б. О голоморфном эффективном действии в $\mathcal{N} = 2$ D=4 суперкалибровочных теориях с различными калибровочными группами // Теор. Мат. Физ.- 2000.- Т. 122.- N 3.- С. 444-455.

3. Samsonov I.B. Low Energy Effective Action of Hypermultiplet in Arbitrary Representation of Any Gauge Group // XXIII International Colloquium on Group Theoretical Methods in Physics: Proceedings of International Conference, Dubna July 31-August 5, 2000. Eds A.N. Sissakian, G.S. Pogosyan and L.G. Mardoyan.- JINR, Dubna, 2002. V 1. P. 171-175.

4. Buchbinder I.L., Samsonov I.B. Noncommutative $\mathcal{N} = 2$ Supersymmetric Theories in Harmonic Superspace // Gravitation and Cosmology.- 2002.- V. 8.- N 1-2 (29/30).- P. 17-30.

5. Samsonov I.B. On Low-Energy Effective Action of Noncommutative Hypermultiplet Model // Mod. Phys. Lett. A.- 2001.- V. 16.- N. 40.- P. 2591-2603.

6. Samsonov I.B. Quantum Aspects of Noncommutative $\mathcal{N} = 2$ Theories in Harmonic Superspace // IX International Conference on Supersymmetry and Unification of Fundamental Interactions: Proceedings of International Conference, Dubna, 11-17 June 2001. Eds D.I. Kazakov, A.V. Gladyshev.- World Scientific, Singapore, 2002. P. 388-390.

7. Samsonov I.B. On Superconformal Invariance of $\mathcal{N} = 3$ Super-Yang-Mills Model // Gravitation and Cosmology.- 2003.- V. 9.- N 1 (33).- P. 87-90.