

На правах рукописи

Царегородцев Леонид Иллирикович

**КВАНТОВЫЕ ЭФФЕКТЫ
ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ
ПОЛЕЙ
В ПРОСТРАНСТВАХ РОБЕРТСОНА-УОКЕРА**

01.04.02 - теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Бийск – 2003

Работа выполнена в Бийском технологическом институте
(филиале) государственного образовательного учреждения
высшего профессионального образования
«Алтайский государственный технический университет
имени И. И. Ползунова»

Научные консультанты: доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой квантовой теории поля Томского государственного университета
БАГРОВ В. Г.

профессор, доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой теоретической физики Томского государственного педагогического университета БУХБИНДЕР И. Л.

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор, начальник Центра гравитации и фундаментальной метрологии Всероссийского НИИ метрологической службы МЕЛЬНИКОВ В. Н.

доктор физико-математических наук, профессор, ректор Томского государственного педагогического университета ОБУХОВ В. В.

доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой высшей математики и математической физики Томского государственного политехнического университета
ТРИФОНОВ А. Ю.

Ведущая организация: Московский государственный университет

Защита состоится 18 декабря 2003 года в 14 час. 30 мин. на заседании диссертационного совета Д 212.267.07 при Томском государственном университете по адресу: 634010, г. Томск, пр-т Ленина, 36.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Томского государственного университета.

Автореферат разослан « ____ » сентября 2003 года.

Ученый секретарь диссертационного совета, доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник

Ивонин И. В.

1 Общая характеристика работы

В течение последних десятилетий космологическая наука развивается бурными темпами. Последовательное появление в физике элементарных частиц новых теорий таких, как единые калибровочные теории слабых, сильных и электромагнитных взаимодействий, супергравитация, теории суперструн и, наконец, М-теория, привело к созданию инфляционных моделей Вселенной (А. Д. Линде, 1982-83), развитию многомерной квантовой космологии (V. N. Melnikov, 1994), разработке сценариев Вселенной на бране (V. A. Rubakov, M. E. Shaposhnikov, 1983; L. Randall, R. Sandrum, 1999). Разрабатываемые космологические модели, с одной стороны, служат проверкой новых теоретических представлений в физике элементарных частиц. С другой стороны, одной из целей, преследуемых при их создании, является исследование проблемы происхождения Вселенной и ее эволюции в планковскую эру, когда квантовая природа гравитации имеет существенное значение.

Теоретическое изучение ранних этапов развития Вселенной стимулируется крупнейшими достижениями современной наблюдательной астрономии, к числу которых можно отнести открытие флуктуаций температуры космического микроволнового излучения, измерение анизотропии микроволнового излучения в малых угловых масштабах и измерение зависимости «видимая величина - красное смещение», выполненное по наблюдениям за вспышками далеких сверхновых звезд (P. Coles, F. Lucchin, 2002). Данные, полученные в экспериментах, несут важную информацию о крупномасштабной геометрии Вселенной и процессах взаимодействия элементарных частиц в начальную эпоху ее развития.

Начиная с планковского времени $t_p = 10^{-43}$ с Вселенная описывается в рамках стандартного сценария, который включает в себя эпоху инфляции и базируется на классической теории гравитации и единой теории слабых, сильных и электромагнитных взаимодействий. В стандартной модели начальное состояние Вселенной характеризуется планковской температурой $T_p = 10^{19}$ ГэВ. В процессе расширения горячей Вселенной и понижения ее температуры Вселенная испытывает несколько фазовых переходов, в результате которых сначала сильные взаимодействия отделяются от электрослабых, а затем (при температуре $T_{ew} = 10^2$ ГэВ) нарушается симметрия электрослабых взаимодействий и слабые взаимодействия отделяются от электромагнитных, что является началом адронной эры. При этом гравитационное поле рассматривается, как внешнее, и описывается классической метрикой искривленного пространства-времени, в качестве которой используется конформно-плоская метрика Робертсона-Уокера. Элемент длины Робертсона-Уокера содержит одну произвольную функцию – закон расширения Вселенной. Вид этой функции определяется из уравнений Фридмана, для решения которых необходимо задать уравнение состояния, связывающее плотность энергии космологической среды и давление в ней. Так, в стандартной модели горячей Вселенной космологическая среда рассматривается как идеальная жидкость, состоящая из космологического вакуума (или квинтэссенции), нерелятивистского вещества (включая темное вещество) и излучения (включая ультрарелятивистские частицы) с соответствующими уравнениями состояния (А. Д. Чернин, 2001).

Исследуя эволюцию Вселенной после окончания эры фазовых переходов, полагают, что космологическая среда описывается моделью идеального невырожденного ультрарелятивистского газа, находящегося в состоянии термодинамического равновесия, которое обеспечивается эффектами слабых и электромагнитных взаимодействий 2-го порядка, разрешенными в плоском пространстве. Для частиц, участвующих в электромагнитных взаимодействиях, равновесие поддерживается, главным образом, процессом двухфотонной аннигиляции пары, обратным процессом рождения пары заряженных частиц двумя фотонами и процессом комптоновского рассеяния. Очевидно, что данная модель может рассматриваться лишь как начальное приближение, поскольку в ней не учитывается влияние эффектов кривизны пространства-времени на протекание квантовых процессов, обусловленных взаимодействием (Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков, 1975).

Учет взаимодействия между квантованными полями в искривленном пространстве-времени, уже в первом порядке теории возмущений по радиационному взаимодействию, приводит к появлению новых эффектов, запрещенных в пространстве Минковского законами сохранения. Это такие радиационные процессы, как процесс излучения фотона из вакуума, процесс рождения пар фотоном и процесс однофотонной аннигиляции пары, процессы излучения и поглощения фотона заряженной частицей. Отличительной особенностью радиационных процессов 1-го порядка, во-первых, является то, что в ранней Вселенной процессы 1-го порядка с двумя начальными частицами доминируют над перечисленными выше эффектами 2-го порядка. Во-вторых, вследствие большой плотности числа частиц скорости реакций, протекающих в противоположных направлениях, значительно отличаются друг от друга. Поэтому учет радиационных процессов 1-го порядка должен привести к изменению динамического равновесия между излучением и релятивистскими частицами и, тем самым, модифицировать ход эволюции ранней Вселенной. В третьих, радиационные процессы в искривленном пространстве-времени, в общем случае, сопровождаются рождением пар из вакуума. Один из основных вопросов, возникающих при учете взаимодействия полей в искривленном пространстве-времени, заключается в том, чтобы оценить в какой мере взаимодействие стимулирует или подавляет рождение частиц гравитационным полем по сравнению со случаем свободных полей.

Таким образом, исследование радиационных процессов в космологических моделях Робертсона-Уокера представляет большой интерес и имеет существенное значение как для развития квантовой теории поля в искривленном пространстве-времени, так и для последовательного и полного описания эволюции ранней Вселенной.

Диссертационная работа посвящена изучению радиационных процессов в пространствах Робертсона-Уокера, описывающих однородные и изотропные космологические модели Вселенной. Математическое описание квантовых эффектов взаимодействия полей опирается на формализм S -матрицы в квантовой электродинамике в искривленном пространстве-времени, в рамках которого взаимодействие с внешним гравитационным полем учитывается точно, а взаимодействие квантованных полей рассматривается по теории возмущений.

Специфической чертой квантовой теории в искривленном пространстве-времени, отличающей ее от квантовой теории в плоском пространстве, является отсутствие естественного критерия для определения понятия частицы и, как следствие, неоднозначность выбора вакуумного состояния свободного квантованного поля. При квантовании полей в пространствах Робертсона-Уокера определение положительно-частотных состояний выполняется, как правило, с помощью метода диагонализации мгновенного гамильтониана (А. А. Гриб и С. Г. Мамаев, 1969-1971), либо метода адиабатических решений соответствующих уравнений движения (Л. Паркер, 1968-1969). В пределе бесконечно медленного изменения масштабного фактора пространства Робертсона-Уокера определение понятия частицы с помощью WKB -решений совпадает с его определением по методу диагонализации мгновенного гамильтониана.

В диссертационной работе исследуются квантовые процессы первого порядка по радиационному взаимодействию. Характерная черта S -матричного подхода в квантовой теории поля в искривленном пространстве-времени состоит в том, что в общем случае начальные и конечные вакуумные состояния квантованных массивных полей не эквивалентны, что проявляется в эффекте рождения частиц из вакуума. Вследствие нестабильности вакуума, в квантовой теории с внешним гравитационным полем присутствуют матричные элементы двух типов. Во-первых, это матричные элементы, соответствующие переходам системы из заданного начального состояния в конечное состояние с фиксированным числом частиц, в таких матричных элементах начальный и конечный вакуумы не совпадают. Во-вторых, в теории поля появляются матричные элементы, описывающие переходы системы полей с учетом рождения произвольного числа пар из вакуума, эти матричные элементы представляют собой средние значения по начальному вакууму.

Отмеченная особенность квантовой теории поля с внешним гравитационным полем присуща любой квантовополовой модели с нестабильным вакуумом. Впервые и в полном объеме она была исследована на примере квантовой электродинамики (КЭД) с внешним электромагнитным полем в работах Д. М. Гитмана и Е. С. Фрадкина (1977-1979). Формализм S -матрицы в КЭД с внешним гравитационным полем, рождающим пары, был построен в работах И. Л. Бухбиндера, Д. М. Гитмана и Е. С. Фрадкина (1979-1981), которые основаны на обобщении S -матричного формализма КЭД с внешним электромагнитным полем на случай искривленного пространства-времени. Изучение квантовых эффектов в КЭД с внешним гравитационным полем является естественным продолжением исследований квантовых процессов в КЭД с внешним электромагнитным полем (А. А. Соколов, И. М. Тернов 1974; А. И. Никишов, В. И. Ритус; 1979; И. М. Тернов, А. Ч. Жуковский, А. В. Борисов, 1989; В. Г. Багров, Д. М. Гитман, 1990; Д. М. Гитман, Е. С. Фрадкин, Ш. М. Шварцман, 1991; и др.).

Подробное изучение квантовых эффектов в искривленном пространстве-времени начинается с работ Л. Паркера (1968), А. А. Гриба и С. Г. Мамаева (1969-1971). В настоящее время имеется значительное число работ, посвященных изучению эффекта рождению пар из вакуума зависящими от времени гравитационными полями и нахождению вакуумных средних тензора энергии-импульса свободного квантованного поля. В большинстве работ расчеты проводились на примерах различных расширяющихся и сжимающихся космологических моделей, описываемых метрикой пространства Робертсона-Уокера. Полученные в этой области результаты нашли отражение в монографиях (Н. Бирел, П. Девис, 1984; А. А. Гриб, С. Г. Мамаев, В. М. Мостепаненко, 1988).

В последние годы исследование эффектов рождения пар из вакуума свободного квантованного поля проводилось, например, с целью объяснения механизма возникновения космологических магнитных полей в ранней Вселенной (D. Grasso, H. R. Rubinstein, 2001). Кроме этого, процессы рождения ультрарелятивистских частиц из вакуума, обусловленные гипотетическими транспланковскими эффектами, рассматривались в связи с возможностью обнаружения характерных следов (сигнатур) этих эффектов в анизотропии космического микроволнового излучения, а также в связи с возможной ролью транспланковских эффектов в образовании космических лучей с ультрарелятивистскими энергиями (А. А. Старобинский, 2001; J. Martin, R. H. Brandenberger, 2001; А. А. Starobinsky, I. G. Tkachev, 2003).

Исследование процессов взаимодействия является следующим этапом в развитии теории квантовых эффектов в пространствах Робертсона-Уокера. Рождение частиц в процессах взаимодействия квантованных полей в конформно-плоском пространстве Робертсона-Уокера так же, как и их рождение из вакуума свободного поля, объясняется нарушением конформной инвариантности теории. Это нарушение может быть обусловлено как присутствием в лагранжиане массивного поля слагаемого, пропорционального массе, так и конформной аномалией в следе тензора энергии-импульса безмассового поля. В первом случае эффекты взаимодействия квантованных полей, как правило, имеют место уже в первом порядке теории возмущений, во втором случае процессы взаимодействия описываются однопетлевыми диаграммами.

Впервые эффекты взаимодействия первого порядка в космологических моделях Робертсона-Уокера были рассмотрены в работах Н. Биррелла, П. Девиса, Т. Банча и Л. Форда (1979-1982). Общей чертой перечисленных работ является то, что в них исследовались исключительно модельные теории, выбор которых объяснялся их простотой.

Эффекты взаимодействия безмассовых полей в пространстве Робертсона-Уокера, обусловленные конформной аномалией теории, впервые были рассмотрены А. Д. Долговым (1980-1981) на примере рождения фотонов из вакуума. В последние годы квантовые эффекты взаимодействия электромагнитного и безмассового скалярного поля, минимально связанного с метрикой искривленного пространства-времени, исследовались в работах (Т. Prokores, O. Törnkvist, R. Woodard, 2002).

Изучение эффектов взаимодействия квантованных дираковского и электромагнитного полей в искривленном пространстве-времени было начато Д. В. Гальцовым, Ю. В. Грацем и В. И. Петуховым (1984) на примере процесса поглощения фотона электроном в классическом поле плоской гравитационной волны. Радиационные процессы в спинорной электродинамике, конформно связанной с пространственно-плоской метрикой Робертсона-Уокера, впервые были рассмотрены К. Г. Лоце (1985-1989). В его работах для квазиевклидовой модели радиационно-доминированной Вселенной были, в частности, впервые рассчитаны суммарные вероятности процесса рождения фотона из вакуума (К.-Н. Lotze, 1985), процесса рождения произвольного числа пар фотоном (К.-Н. Lotze, 1989) и рассмотрена суммарная вероятность излучения фотона электроном (К.-Н. Lotze, 1988). Результаты наших исследований представлены в данной работе.

Актуальность темы

Актуальность темы исследования определяется тем, что последовательное описание эволюции Вселенной на ранних этапах ее развития требует детального понимания процессов взаимодействия между элементарными частицами при высоких температурах и больших плотностях вещества. Она также обуславливается тем, что космологические модели, метрика которых описывается элементом длины Робертсона-Уокера, играют в космологии исключительную роль так, как описывают геометрию Вселенной, отвечающую действительности. Среди различных теоретических подходов к описанию эффектов взаимодействия в ранней Вселенной квантовая теория поля в искривленном пространстве-времени занимает важное место, поскольку дает возможность (хотя бы приближенно по сравнению с полностью квантовой теорией) исследовать влияние кривизны пространства-времени на динамику квантовых процессов. При временах много больших, чем планковское время, использование моделей с внешним полем для описания эффектов взаимодействия квантованных полей является полностью оправданным.

В связи с этим исследования, посвященные систематическому изучению эффектов взаимодействия квантованных полей в искривленном пространстве-времени в рамках квантовой теории с внешним гравитационным полем, являются целесообразными и актуальными.

Цель работы

Целью диссертационной работы, которая посвящена изучению квантовых эффектов электромагнитного взаимодействия полей в пространствах Робертсона-Уокера с плоскими пространственными сечениями, является следующее:

- развить методы расчета матричных элементов, описывающих радиационные процессы первого порядка в пространствах Робертсона-Уокера с нестабильным вакуумом;
- получить формальные выражения, описывающие вероятности переходов и среднее число частиц в конечном состоянии системы квантованных полей, для квазиевклидовой модели Робертсона-Уокера общего вида;
- развить методы расчета функций Грина квантованных массивных полей в квазиевклидовых пространствах Робертсона-Уокера с нестабильным вакуумом, получить формальные представления для функций Грина в пространстве Робертсона-Уокера с произвольным масштабным фактором и на их основе рассчитать представления для функций Грина спинорного поля в радиационно-доминированной Вселенной;
- используя найденные общие выражения, рассчитать и исследовать основные радиационные процессы первого порядка в квазиевклидовой модели пространства де Ситтера;
- с помощью найденных общих выражений рассчитать и исследовать основные процессы первого порядка в радиационно-доминированной модели Вселенной;
- исследовать эффекты излучения классических заряженных частиц в рассматриваемых моделях с целью сравнения результатов классического и квантовомеханического расчетов.

Основные результаты, выносимые на защиту

На защиту выносятся:

1. Результаты расчетов спектров энергии и интервалов когерентности излучения, испускаемого классическим релятивистским электроном, свободно движущимся во внешних гравитационных полях, отвечающих квазиевклидовым моделям пространства де Ситтера и радиационно-доминированной Вселенной.

2. Схема расчета матричных элементов, описывающих динамику радиационных переходов системы квантованных полей между *фиксированными in - и out - состояниями* в конформно-плоском пространстве Робертсона-Уокера общего вида, и полученные выражения для вероятностей процесса рождения одной электрон-позитронной

пары и фотона из вакуума, процесса рождения одной электрон-позитронной пары фотоном и процесса излучения фотона электроном (без учета рождения пар из вакуума).

3. Схема расчета матричных элементов, описывающих динамику радиационных переходов в пространственно-плоских моделях Робертсона-Уокера общего вида с учетом рождения произвольного числа пар из вакуума, и полученные выражения для суммарных вероятностей процесса излучения фотона из вакуума, процесса распада фотона, процесса излучения и процесса поглощения фотона электроном.

4. Результаты расчета и анализ структуры общих выражений, описывающих среднее число пар, рождающихся в процессе излучения фотона из вакуума, в процессе распада фотона и в процессе излучения фотона электроном в искривленном пространстве-времени Робертсона-Уокера с нестабильным вакуумом.

5. Построенные полные наборы одночастичных решений уравнений Дирака и Клейна-Гордона в пространственно-плоской модели вселенной де Ситтера; полученные с помощью найденных решений дифференциальные вероятности процесса рождения фотона и пары из вакуума, процесса рождения пары фотоном и процесса излучения фотона электроном в пространстве де Ситтера; результаты исследования квазиклассического предела процесса излучения фотона электроном в пространстве де Ситтера.

6. Полученные замкнутые представления для функций Грина спинорного поля в произвольном пространстве Робертсона-Уокера с плоскими пространственными сечениями, результаты вычисления причинного вакуумного тока спинорного поля в пространстве Робертсона-Уокера общего вида и схема расчета интегральных представлений причинных функций Грина спинорного поля в квазиевклидовой модели радиационно-доминированной Вселенной.

7. Результаты вычисления и исследования дифференциальных вероятностей и временных областей формирования процесса рождения одной электрон-позитронной пары и фотона из вакуума, процесса рождения одной электрон-позитронной пары фотоном и процесса излучения фотона электроном в квазиевклидовой модели радиационно-доминированной Вселенной.

8. Результаты исследования процесса излучения фотона из вакуума в радиационно-доминированной Вселенной, сопровождающегося рождением произвольного числа пар, а именно: суммарные вероятности процесса в скалярной и спинорной теории; интегральные представления для полных вероятностей процесса; выражения для среднего числа пар, рождающихся в процессе излучения фотона из вакуума; численные оценки среднего числа фотонов и среднего числа пар, рождающихся в данном процессе.

9. Результаты исследования процесса распада фотона в произвольное число массивных пар в радиационно-доминированной Вселенной в том числе: суммарные вероятности процесса в скалярной и спинорной теории; асимптотические оценки полной вероятности распада мягкого и жесткого фотона; точные выражения для среднего числа фермионных и бозонных пар, рождающихся в процессе распада фотона; численные оценки среднего числа электрон-позитронных пар, рожденных в процессе распада фотонов в ранней Вселенной.

10. Результаты исследования процессов излучения и поглощения фотона электроном в радиационно-доминированной Вселенной с учетом рождения произвольного числа пар из вакуума. Именно: точные выражения для суммарных вероятностей спонтанного излучения и спонтанного поглощения фотона электроном; асимптотические оценки полных вероятностей процессов излучения и поглощения в случае нерелятивистского и релятивистского электронов; полученные выражения для среднего числа электрон-позитронных пар, рождающихся из вакуума в процессе рассеяния электрона; суммарная вероятность излучения фотона заряженной скалярной частицей и среднее число скалярных пар, рождающихся в данном процессе; результаты исследования квазиклассического предела процесса излучения фотона электроном в радиационно-доминированной Вселенной.

11. Асимптотические представления для вырожденных гипергеометрических функций, встречающихся в теории квантовых эффектов в радиационно-доминированной Вселенной.

Научная новизна

Научная новизна работы заключается в том, что в ней:

1. . Разработана последовательная схема расчета матричных элементов, описывающих динамику радиационных процессов в квазиевклидовых моделях Робертсона-Уокера с нестабильным вакуумом. С помощью развитого формализма проведен расчет матричных элементов, определяющих вероятности квантовых переходов системы полей между состояниями с фиксированным числом частиц в пространстве Робертсона-Уокера с произвольным масштабным фактором. Впервые получены общие выражения для дифференциальных вероятностей процесса рождения фотона и одной электрон-позитронной пары из вакуума, процесса рождения одной электрон-позитронной пары фотоном и процесса излучения фотона электроном.

2. В рамках единой расчетной схемы получены общие выражения, описывающие суммарные вероятности радиационных процессов 1-го порядка, сопровождающихся рождением произвольного числа пар из вакуума, в пространственно-плоской модели Робертсона-Уокера общего вида. В скалярной теории впервые найдены суммарные вероятности процесса излучения фотона из вакуума, процесса распада фотона и процесса излучения фотона заряженной частицей с учетом рождения пар из вакуума.

В спинорной теории впервые выполнен последовательный и точный расчет суммарной вероятности процесса излучения фотона электроном и найдена суммарная вероятность процесса поглощения фотона электроном. Отмечено существование двух механизмов излучения и поглощения фотона одночастичным состоянием.

3. Выполнен расчет матричных элементов, описывающих среднее число пар, рождающихся из вакуума в процессе радиационного перехода системы квантованных полей в квазиевклидовой модели пространства Робертсона-Уокера с нестабильным вакуумом. В скалярном случае впервые получены общие выражения для среднего числа пар, рождающихся в процессе излучения фотона из вакуума, процессе распада фотона и в процессе излучения фотона скалярной частицей.

В спинорной теории впервые найдены выражения, определяющие среднее число пар, рождающихся в процессе распада фотона и в процессе излучения фотона электроном. Изучено влияние внешнего гравитационного поля на эффект рождения скалярных и спинорных частиц в радиационных процессах 1-го порядка.

4. Методом суммирования точных решений уравнения Дирака впервые получены замкнутые представления для функций Грина $S^c(x, x')$ и $S_{in}^c(x, x')$ спинорного поля в квазиевклидовой модели Робертсона-Уокера с произвольным законом расширения. С помощью найденного представления для функции Грина $S^c(x, x')$ впервые показано, что причинный вакуумный ток спинорного поля в пространствах Робертсона-Уокера равен нулю. В качестве примера применения и преимуществ использования полученных общих выражений для вычисления функций Грина в пространствах Робертсона-Уокера с заданным масштабным фактором получены известные интегральные представления причинных функций Грина спинорного и скалярного полей в пространственно-плоской модели радиационно-доминированной Вселенной. В процессе их вычисления использованы интегральные представления для произведений двух функций параболического цилиндра, впервые полученные в данной работе.

5. В рамках спинорной электродинамики в радиационно-доминированной Вселенной впервые изучены квантовые переходы системы полей между состояниями с фиксированным числом частиц. Получены и подробно исследованы вероятности процесса рождения фотона и одной электрон-позитронной пары из вакуума, процесса рождения одной электрон-позитронной пары фотоном и процесса излучения фотона электроном без учета рождения пар из вакуума. Исследованы временные интервалы формирования процессов и вычислена вероятность того, что вакуум свободного квантованного поля останется вакуумом.

6. Исследован процесс рождения фотона и произвольного числа пар из вакуума в радиационно-доминированной Вселенной. В скалярном случае впервые вычислена суммарная вероятность процесса и среднее число пар, рождающихся из вакуума; получены интегральные представления для полной вероятности процесса и полного числа рожденных пар.

В спинорной теории проведено исследование спектрального распределения излученных фотонов, получены интегральные представления для полной вероятности процесса и полного числа электрон-позитронных пар, рожденных из вакуума. Как скалярной, так и в спинорной теории сделаны численные оценки полного числа рожденных фотонов и полного числа рожденных пар, проведено сравнение результатов.

7. Исследован процесс рождения произвольного числа пар фотоном в радиационно-доминированной Вселенной. В скалярном случае впервые получена и исследована суммарная вероятность распада фотона и среднее число пар, рожденных фотоном.

В спинорной электродинамике впервые сделаны асимптотические оценки полной вероятности распада мягкого и жесткого фотона и найдено среднее число электрон-позитронных пар, рождающихся в данном процессе. Получены численные оценки полного числа дираковских пар, рождающихся в процессе распада фотонов в ранней Вселенной. Проведено сравнение результатов, полученных в скалярном и спинорном случае.

8. Исследованы процессы излучения и поглощения фотона электроном в радиационно-доминированной Вселенной, сопровождающиеся рождением произвольного числа пар из вакуума. В скалярной теории впервые получена и исследована суммарная вероятность спонтанного излучения фотона заряженной частицей и найдено среднее число пар в конечном состоянии массивного поля.

В спинорной теории впервые найдено среднее число электрон-позитронных пар, рождающихся из вакуума в процессе излучения фотона электроном, и получена суммарная вероятность процесса поглощения фотона электроном. Как в скалярном, так и в спинорном случае, сделаны асимптотические оценки полных вероятностей процессов излучения и поглощения в случае нерелятивистского и релятивистского электронов. Исследован квазиклассический предел процесса излучения фотона электроном в радиационно-доминированной Вселенной.

9. Построены полные наборы одночастичных решений уравнений Дирака и Клейна-Гордона в квазиевклидовой модели пространства де Ситтера, которая расширяется при отрицательных конформных временах η и сокращается при положительных η . С помощью найденных решений проведен расчет радиационных процессов 1-го порядка в пространстве де Ситтера. В скалярной и спинорной электродинамике впервые получены и исследованы дифференциальные вероятности процесса рождения электрон-позитронной пары и фотона из вакуума, процесса рождения электрон-позитронной пары фотоном и процесса излучения фотона электроном. Исследован квазиклассический предел спектра излучения электрона в пространстве де Ситтера.

10. Изучено движение и излучение классического релятивистского электрона в квазиевклидовой модели вселенной де Ситтера и радиационно-доминированной модели Вселенной. Впервые показано, что спектр излучения классической заряженной частицы, свободно движущейся в пространстве де Ситтера относительно системы отсчета Леметра-Робертсона, совпадает со спектром заряда, совершающего релятивистское равномерно ускоренное движение в пространстве Минковского. Определен интервал когерентности излучения и исследована зависимость спектра от

кривизны пространства де Ситтера. Впервые рассчитан спектр и исследована область формирования излучения для классического электрона, свободно движущегося в радиационно-доминированной Вселенной.

11. На основе теории асимптотических решений для обыкновенных линейных дифференциальных уравнений с иррегулярными особыми точками разработан метод нахождения асимптотических представлений для вырожденных гипергеометрических функций, встречающихся в теории квантовых эффектов в радиационно-доминированной Вселенной.

Обоснованность и достоверность, практическая ценность

Обоснованность и достоверность полученных в диссертации теоретических результатов обеспечивается следующими условиями. Исследование радиационных процессов в пространствах Робертсона-Уокера выполняется в рамках квантовой электродинамики в искривленном пространстве-времени, основные теоретические положения которой установлены с высокой степенью достоверности и в настоящее время являются общепризнанными. Для расчетов вероятностей квантовых переходов используется известный формализм S -матрицы в КЭД с внешним гравитационным полем. Изучение квантовых эффектов в радиационно-доминированной Вселенной базируется на известных решениях уравнений Дирака и Клейна-Гордона. Для радиационных процессов, имеющих классический аналог, изучены соответствующие классические релятивистские эффекты, при этом в квазиклассическом пределе результаты квантовомеханических расчетов совпадают с результатами, полученными в рамках классической теории излучения. Математическое исследование полученных выражений осуществляется с помощью известных асимптотических методов; там, где это возможно, используются известные асимптотические формулы.

Научная и практическая ценность диссертации обусловлена возможностью и целесообразностью применения полученных в ней результатов в дальнейших исследованиях, а также их возможными приложениями в космологии.

Апробация работы

Основные результаты работы докладывались и обсуждались на Конференции по проблемам слабых и сильных взаимодействий и гравитации (ФИАН, Москва, 1987); на семинаре по квантовой гравитации и космологии Всесоюзной школы "Актуальные проблемы квантовой теории поля" (Томск, 1990); на I и II-ой международных конференциях "Quantum Field Theory and Gravity" (Томск, 1994, 1997); на III-ей сибирской геометрической конференции "Дифференциальная геометрия и математическая физика" (Томск, 1998); на 11-ой международной конференции Российского гравитационного общества "Theoretical and Experimental Problems of General Relativity and Gravitation" (Томск, 2002). Кроме этого, по материалам диссертации был сделан доклад на научном семинаре кафедры теоретической физики МГУ (2002).

Публикации и вклад автора

Материалы, лежащие в основе диссертации, были опубликованы в 1985-2003 годах в 23 работах. Все расчеты, представленные в диссертации, выполнены автором лично. Постановка задач, обоснование их решений, анализ и интерпретация полученных результатов также проводились при личном участии автора.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, 9 глав, заключения, двух приложений и списка литературы из 189 наименований. Общий объем составляет 265 страниц, включая 10 рисунков. Главы разбиты на параграфы, параграфы, как правило, разбиты на пункты.

2 Содержание работы

Во Введении дана общая характеристика современного состояния теории квантовых эффектов в пространствах Робертсона-Уокера, очерчены основные понятия и методы, используемые в диссертации, сформулированы задачи теории квантовых эффектов во внешнем гравитационном поле и цели диссертации.

В первой главе рассматривается движение и излучение свободной релятивистской частицы в пространстве Робертсона-Уокера (§ 1)-(§ 2) и вычисляется спектр излучения классического электрона в квазиевклидовых моделях вселенной де Ситтера (§ 3) и радиационно-доминированной Вселенной (§ 4).

Элемент длины пространственно-плоской модели Робертсона-Уокера в сопутствующей системе отсчета имеет вид

$$ds^2 = a^2(\eta)d\bar{s}^2, \quad d\bar{s}^2 = d\eta^2 - dx^{1^2} - dx^{2^2} - dx^{3^2} \quad (1.1)$$

Здесь $d\bar{s}^2$ - метрика пространства Минковского, η - конформное время сопутствующих наблюдателей, $-\infty < \eta < +\infty$, x^1 , x^2 , x^3 - пространственные прямоугольные декартовы координаты, $a(\eta)$ - закон расширения пространства. Для вселенной де Ситтера функция $a(\eta)$ имеет вид

$$a(\eta) = \alpha / \eta, \quad \alpha = H^{-1} = const \quad (1.2)$$

Масштабный фактор радиационно-доминированной модели Вселенной записывается в виде

$$a(\eta) = b\eta, \quad b = const \quad (1.3)$$

Движение свободной частицы с массой m в искривленном пространстве-времени описывается уравнениями геодезических

$$\frac{d^2 x^\mu}{ds^2} + \Gamma_{\alpha\beta}^\mu \frac{dx^\alpha}{ds} \frac{dx^\beta}{ds} = 0 \quad (1.4)$$

где s - собственное время частицы ($c = 1$), $\Gamma_{\alpha\beta}^\mu$ - символы Кристоффеля.

Спектральное распределение энергии, излучаемой частицей, которая движется по заданной траектории в конформно-плоском пространстве Робертсона-Уокера, определяется выражением

$$dE_k = - \frac{\tilde{j}_\mu(k) \tilde{j}^{\mu*}(k) d^3 k}{16\pi^3} \quad (1.5)$$

где $\tilde{j}^\mu(k)$ - фурье-компоненты 4-вектора плотности конформного тока.

Решая уравнения (1.4), можно показать, что закон движения свободной частицы в пространстве де Ситтера совпадает с законом релятивистского равномерно ускоренного движения в плоском пространстве, и по формуле (1.5) рассчитать спектр излучения заряда (§ 3).

В § 4 находится закон движения свободной частицы в в квазиевклидовой модели радиационно-доминированной Вселенной, вычисляется спектр излучения частицы и определяется интервал когерентности излучения.

Во второй главе дается краткая формулировка S -матричного формализма в КЭД конформно связанной с метрикой искривленного пространства-времени и обсуждается корпускулярная интерпретация квантованного поля в конформно-плоском пространстве Робертсона-Уокера.

В начале главы рассматривается переход к представлению взаимодействия по внешнему гравитационному полю и вид S -матрицы в спинорной (§ 1) и скалярной КЭД (§ 2) в искривленном пространстве-времени Робертсона-Уокера.

В § 3 обсуждается структура точных решений уравнений движения и корпускулярная интерпретация квантованного спинорного и скалярного полей в пространстве Робертсона-Уокера. Мы определяем одночастичные состояния квантованного массивного поля в момент времени η_0 как полный набор WKB-решений соответствующих волновых уравнений при условии, что в момент $\eta = \eta_0$ WKB-решения являются точными решениями данных уравнений. В соответствии с этим определением корпускулярная интерпретация может быть введена лишь в такие моменты времени η_0 , когда отсутствует рождение частиц из вакуума.

Полные наборы точных решений уравнения Дирака, описывающих одночастичные состояния с конформным импульсом \mathbf{p} и спиральностью $\lambda = \pm 1$, могут быть представлены в виде ($\hbar = 1$)

$$\pm \varphi_{p\lambda}(\mathbf{x}, \eta) = \frac{e^{\pm i\mathbf{p}\mathbf{x}}}{(2\pi)^{3/2}} \pm \Phi_{p\lambda}(\eta) u^{(\lambda)}(\pm \mathbf{p}) \quad (2.1)$$

Здесь $\pm \varphi$ ($\pm \varphi$) - ортонормированные решения уравнения Дирака, описывающие состояния частиц (+) и античастиц (-) при $\eta_{out} \rightarrow +\infty$ ($\eta_{in} \rightarrow -\infty$). Спинор $u^{(\lambda)}(\mathbf{p})$ описывает спиральные состояния частиц. Блочные матрицы $\pm \Phi_{p\lambda}(\eta)$ выражаются через функции $\pm f_p(\eta)$ и

$$\pm u_p(\eta) = \mp (i\partial_0 \pm ma(\eta))_{\mp}^{\pm} f_p(\eta),$$

которые являются решениями соответствующих задач Коши для обыкновенного дифференциального уравнения

$$[\partial_0^2 \pm im(\partial_0 a) + p^2 + m^2 a^2(\eta)]_{\pm} \phi_p(\eta) = 0 \quad (2.2)$$

Одночастичные решения уравнения Клейна-Гордона записываются в виде

$$\pm \varphi_p(\mathbf{x}, \eta) = \frac{e^{\pm i\mathbf{p}\mathbf{x}}}{(2\pi)^{3/2}} \pm f_p(\eta), \quad (2.3)$$

где функции $\pm f_p(\eta)$, удовлетворяют дифференциальному уравнению

$$[\partial_0^2 + p^2 + m^2 a^2(\eta)]_{\pm} \phi_p(\eta) = 0 \quad (2.4)$$

В § 4 приводится вид обобщенных спариваний полевых операторов в скалярной и спинорной теории и вычисляется общий вид амплитуд процессов нулевого порядка в пространстве Робертсона-Уокера.

Третья глава посвящена расчету радиационных процессов первого порядка в пространственно-плоской модели Робертсона-Уокера общего вида.

В § 1 рассматриваются квантовые переходы между состояниями с фиксированным числом частиц. С помощью

выражений (2.1), описывающих структуру одночастичных решений уравнения Дирака, выводятся формулы для

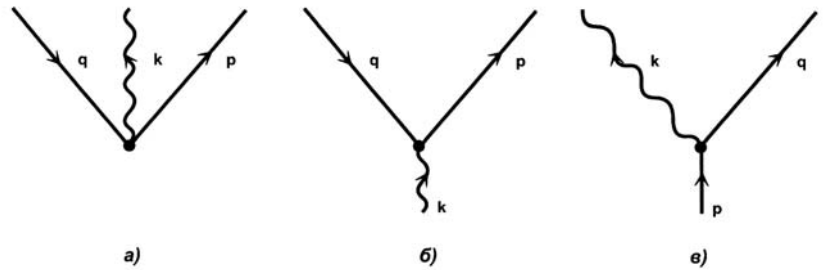


Рис. 1: Процессы первого порядка в конформно-плоском пространстве Робертсона-Уокера: а) рождение одной электрон-позитронной пары и фотона из вакуума; б) рождение одной электрон-позитронной пары фотоном; в) излучение фотона электроном.

Процессы, изображенные на рис. 1 являются различными каналами одной и той же обобщенной реакции. В плоском пространстве, в отсутствие внешнего поля, переход от одного канала реакции к другому осуществляется путем изменения знаков соответствующих 4-импульсов в матричном элементе. При наличии внешнего поля, рождающего пары, вероятности всех трех процессов вычисляются независимо.

В § 2 обсуждается выражение для вероятности произвольного радиационного перехода, сопровождающегося рождением произвольного числа пар из вакуума (суммарная вероятность). Далее с его помощью вычисляются суммарные вероятности процессов первого порядка в спинорной и скалярной КЭД.

В § 3 рассматривается суммарная вероятность излучения фотона из вакуума (рис. 2).

$$W(k|0) = \sum_{j=0}^3 \left| \sum_{p_i, s_i, q_i, r_i} \right|$$

Рис. 2: In-in диаграмма, описывающая процесс излучения фотона и произвольного числа электрон-позитронных пар из вакуума.

В § 4 вычисляется суммарная вероятность распада фотона в произвольное число пар (рис. 3).

$$W(k) = \frac{1}{2} \sum_{j=0}^3 \left| \sum_{p_i, s_i, q_i, r_i} \right|$$

Рис. 3: In-in диаграмма, описывающая процесс рождения произвольного числа электрон-позитронных пар фотоном.

В § 5 вычисляется суммарная вероятность процесса излучения фотона электроном (с учетом рождения произвольного числа пар из вакуума). В терминах *in*-частиц процесс излучения фотона из одноэлектронного состояния представляет собой сумму двух процессов, диаграммы которых представлены на рис. 4.

$$W(k|p) = \frac{1}{2} \sum_{j=0}^3 \sum_{q, r, \lambda} \left| \right| + \frac{1}{2} \sum_{\lambda_j} \sum_{p, s, q, r} \left| \right|$$

Рис. 4: In-in диаграммы, определяющие суммарную вероятность излучения фотона из одноэлектронного состояния: а) спонтанное излучение фотона электроном, или тормозное излучение электрона во внешнем гравитационном поле; б) рождение фотона и пары из вакуума, индуцированное начальным электроном.

Наконец, в § 6 рассматривается суммарная вероятность поглощения фотона электроном с учетом рождения пар из вакуума. В терминах *in*-частиц процесс поглощения фотона электроном складывается из спонтанного процесса обратного тормозного излучения электрона во внешнем гравитационном поле и процесса распада фотона, индуцированного начальным электроном.

В четвертой главе рассчитывается среднее число пар *out*-частиц, рождающихся при радиационных пере-

ходах системы квантованных полей в квазиевклидовой модели пространства Робертсона-Уокера с произвольным масштабным фактором. В квантовой теории поля со стабильным вакуумом среднее число рожденных пар равно вероятности процесса. Однако, если вакуум квантованного массивного поля не стабилен, то вследствие неэквивалентности *in*- и *out*-вакуумов, число *out*-пар не совпадает с вероятностью процесса и, в частности, отличается от числа рожденных фотонов.

В § 1 рассматривается общее выражение для среднего числа частиц, рождающихся из заданного начального состояния $|A, f_1; in\rangle$ в результате радиационного перехода, сопровождающегося рождением произвольного числа пар. Число парных *out*-частиц $N_{int.out}^{(\pm)}(\pm\mathbf{p})$ с квантовыми числами $\pm\mathbf{p}$, родившихся из вакуума вследствие взаимодействия квантованных полей в искривленном пространстве-времени, может быть представлено в виде

$$N_{int.out}^{(\pm)}(\pm\mathbf{p}) = N_{int.in}^{(\pm)}(\pm\mathbf{p}) - \delta N_{att}^{(\pm)}(\pm\mathbf{p}) + \Delta N^{(\pm)}(\pm\mathbf{p}) \quad (4.1)$$

Величина $N_{int.in}^{(\pm)}(\pm\mathbf{p})$ в (4.1) дает среднее число частиц, родившихся в результате взаимодействия квантованных полей в моде $\pm\mathbf{p}$, без учета эффекта перестройки вакуума. Второе и третье слагаемые в (4.1) описывают эффект переопределения понятия частицы и вакуумного состояния квантованного массивного поля в процессе *in* \rightarrow *out* перехода системы полей. Слагаемое $N_{att}^{(\pm)}(\pm\mathbf{p})$ интерпретируется, в зависимости от знака, как эффект гравитационного усиления ($\delta = -1$, бозоны) или подавления ($\delta = +1$, фермионы) процесса рождения пар при взаимодействии квантованных полей в искривленном пространстве времени (J. Audretsch, P. Spanghel, 1986).

Полученное в § 1 выражение для числа рожденных частиц используется далее для вычисления среднего числа фермионных и бозонных пар, рождающихся в процессе излучения фотона из вакуума (§ 2), процессе распада фотона (§ 3) и в процессе неупругого рассеяния электрона во внешнем гравитационном поле (§ 4). Конечные результаты выражаются через интегралы Фурье по времени от произведений функций ${}_{\pm}^{\pm}f_p(\eta)$ и ${}_{\pm}^{\pm}u_p(\eta)$, описывающих временную зависимость одночастичных решений волновых уравнений.

В пятой главе проводится исследование квантовых эффектов взаимодействия полей в квазиевклидовой модели вселенной де Ситтера, которая расширяется при $\eta < 0$ и сокращается при $\eta > 0$.

Глава начинается с описания в § 1 координатных систем, используемых при квантовании полей в пространстве де Ситтера и обзора имеющихся результатов по рождению пар из вакуума свободного квантованного поля (N. A. Chernikov, E. A. Tagirov, 1968; K. A. Bronnikov, E. A. Tagirov, 1968; M. Gutzwiller, 1956; E. Mottola, 1985; O. Nachtman, 1967; T.S. Banch, P. W. Davies, 1978; D. Lohiya, N. Pancharakesan, 1978; V. S. Otchik, 1985 и др.). Основное внимание уделяется системе отсчета Леметра-Робертсона, в которой метрика пространства де Ситтера имеет вид (1.1)-(1.2).

Проведенный в гл. I анализ движения классической частицы в пространстве де Ситтера свидетельствует о том, что в *WKB*-приближении одночастичные состояния при $\eta < 0$ и $\eta > 0$ должны описываться решениями противоположной частотности. Построение полных наборов одночастичных решений уравнений Дирака и Клейна-Гордона в квазиевклидовой модели пространства де Ситтера, удовлетворяющих условию адиабатичности как при $\eta \rightarrow +\infty$, так и при $\eta \rightarrow -\infty$, проводится в § 2. Начальное и конечное вакуумные состояния квантованного массивного поля построенные с помощью найденных решений эквивалентны, и эффект рождения частиц из вакуума свободного квантованного поля отсутствует.

В § 3 вычисляется дифференциальная вероятность процесса излучения фотона электроном в пространстве де Ситтера и исследуется ее зависимость от кривизны пространства R . В квазиклассическом пределе выражение для спектрального распределения энергии излучения электрона переходит в формулу, полученную в § 3 гл. I в рамках классической электродинамики

$$dE_k = \frac{e^2 m^2}{4\pi^3 H^2 p^2} K_1(k_{\perp} \tilde{w}^{-1}) d^3 k \quad (5.1)$$

Здесь k_{\perp} - проекция импульса фотона на направление, перпендикулярное импульсу начального электрона \mathbf{p} , $\tilde{w} = pH / m$ - перпендикулярное ускорение электрона, H - постоянная Хаббла, $K_1(z)$ - функция Макдональда.

В § 4 исследуется эффект рождения электрон-позитронной пары и фотона из вакуума и эффект рождения электрон-позитронной пары фотоном в пространстве де Ситтера.

В § 5 рассматриваются эффекты взаимодействия скалярных частиц с фотонами в пространстве де Ситтера.

Шестая глава посвящена изучению общих соотношений и величин, используемых при описании квантовых процессов в квазиевклидовой модели радиационно-доминированной Вселенной.

В § 1 находятся одночастичные решения уравнений Дирака и Клейна-Гордона в радиационно-доминированной Вселенной и вычисляются вероятности процессов нулевого порядка по радиационному взаимодействию, амплитуды которых определяют вид обобщенных спариваний полевых операторов. Здесь же обсуждается эффект рождения пар из вакуума свободного квантованного поля и вычисляется вероятность вакууму свободного электрон-позитронного

поля остаться вакуумом в радиационно-доминированной Вселенной.

В § 2 рассматриваются функции Грина спинорного поля в пространственно-плоской модели Робертсона-Уокера с нестабильным вакуумом. С помощью метода суммирования решений уравнения Дирака функции Грина $S^c(x, x')$ и $S_{in}^c(x, x')$ выражаются через интегралы Фурье по импульсу от произведений функций $\mp f_p(\eta)$ и $\pm u_p(\eta)$, описывающих зависимость одночастичных решений уравнения Дирака от конформного времени η . Найденные представления используются для вычисления причинного вакуумного тока спинорного поля в пространстве Робертсона-Уокера с законом расширения общего вида.

Полученные представления удобны для нахождения функций Грина в пространствах Робертсона-Уокера специального вида, если, например, известны интегральные представления для произведений двух функций $\mp f_p(\eta)$ и $\pm u_p(\eta)$. В качестве примера использования найденных представлений в § 3 выводятся интегральные представления для произведений двух функций параболического цилиндра, через которые выражаются решения уравнения Дирака в радиационно-доминированной Вселенной, и затем записываются известные представления функций Грина $S^c(x, x')$ и $S_{in}^c(x, x')$ в рассматриваемом пространстве. Представления имеют вид контурных интегралов в комплексной плоскости собственного времени s от ядра Швингера-де Витта и отличаются только формами контура.

В седьмой главе рассматривается эффект излучения фотона из вакуума в радиационно-доминированной Вселенной. При этом используются общие выражения для вероятности излучения фотона из вакуума, полученные в гл. III.

В § 1 вычисляется дифференциальная вероятность рождения одной электрон-позитронной пары и фотона из вакуума. В спинорной теории окончательный результат может быть выражен, например, через вырожденную гипергеометрическую функцию $\Psi(ip^2, 1 + i(p^2 - q^2), -ik_0^2)$ и ее производную Ψ' . Здесь p , q , и k_0 - безразмерные параметры, которые связаны с конформными импульсами частиц соотношением

$$p = |\mathbf{p}| / p_0, \quad k_0 = |\mathbf{k}| \quad p_0 = \sqrt{2bm}, \quad \mathbf{p} + \mathbf{q} + \mathbf{k} = 0, \quad (7.1)$$

Связь параметров p , q , и k_0 с физическими импульсами частиц $\tilde{p}(t)$, $\tilde{q}(t)$, и $\tilde{k}_0(t)$ выражается формулой $p = \tilde{p}T_c / (mT)$, где $T_c = 4 \cdot 10^{10}$ МэВ - температура Вселенной при комптоновских временах $t_c = m^{-1}$, T - ее температура в момент времени t . Здесь же находится область формирования процесса и исследуется зависимость вероятности от энергии излученного фотона k_0 и импульсов рожденных частиц. Для релятивистских частиц и жестких фотонов $p \gg 1$, $q \gg 1$, $k_0 \gg 1$ процесс рождения заканчивается при условии $\tilde{p} + \tilde{q} + \tilde{k}_0 < 2m$, то есть в начале эры преобладания излучения. Для мягких фотонов процесс излучения можно считать закончившимся, когда длина волны излучения становится меньше, чем горизонт частиц $\tilde{k}_0^{-1} < R_H(t)$.

В § 2 находится суммарная вероятность рождения фотона и произвольного числа электрон-позитронных пар из вакуума, путем прямого интегрирования полученного выражения вычисляется спектральное распределение излученных фотонов и полная вероятность процесса. Окончательные выражения содержат двукратные интегралы и имеют громоздкий вид. Делаются аналитические оценки вероятности излучения фотона при $k_0^2 \ll 1$ и $k_0^2 \gg 1$. Численная оценка полной вероятности процесса имеет вид $W_\gamma(0) = N_{ph}(0) = 2,48 \cdot 10^{-3} N_{1/2}^{(\pm)}(0)$, где $N_{1/2}^{(\pm)}(0)$ - полное число электрон-позитронных пар, рожденных в радиационно-доминированной Вселенной (в объеме V) из вакуума в отсутствие радиационного взаимодействия. В конце § 2 вычисляется среднее число электрон-позитронных пар, рождающихся в процессе излучения фотона из вакуума. Полное число рожденных частиц представлено в виде двукратного интеграла. Его численная оценка имеет вид

$$N_{out.pair}^{(\pm)}(0) = 1,09 \cdot 10^{-3} N_{1/2}^{(\pm)}(0) = 0,44 \cdot N_{ph}(0) \quad (7.2)$$

В § 3 изучается процесс рождения фотона и произвольного числа скалярных пар из вакуума. Вычислена и исследована полная вероятность процесса и полное число пар, рожденных в процессе излучения фотона из вакуума. Численная оценка полного числа рожденных фотонов в этом случае равна $W_\gamma(0) = N_{ph}(0) = 1,74 \cdot 10^{-3} N_0^{(\pm)}(0)$. Численная оценка полного числа скалярных пар, рожденных в процессе излучения фотона из вакуума, служит иллюстрацией эффекта гравитационного усиления процесса рождения пар при взаимодействии квантованных полей $N_{out.pair}^{(\pm)}(0) = 1,2 \cdot N_{ph}(0)$.

В восьмой главе изучается эффект рождения пар в процессе распада фотона в радиационно-доминированной Вселенной. План изложения такой же как в главе VII.

В § 1 вычисляется дифференциальная вероятность рождения одной электрон-позитронной пары фотоном. В спинорной электродинамике окончательный результат выражается через вырожденную гипергеометрическую функцию

$$\Psi(ip^2, 1 + i(p^2 - q^2), -ik_0^2 e^{2i\pi}), \quad (\mathbf{p} + \mathbf{q} = \mathbf{k}) \quad (8.1)$$

и ее производную Ψ' . Аргумент вырожденной гипергеометрической функции (8.1) лежит на первом листе римановой поверхности. Функция (8.1) отличается от вырожденной гипергеометрической функции, описывающей процесс излучения фотона из вакуума, на функцию Куммера Φ , которая при $k_0^2 \rightarrow \infty$ доминирует над функцией Ψ . Это означает, что процесс распада фотона при $k_0^2 \rightarrow \infty$ доминирует над процессом излучения фотона из вакуума.

В § 2 рассматривается процесс распада фотона в произвольное число электрон-позитронных пар. Здесь рассчитывается суммарная вероятность процесса и определяется временной интервал распада фотона, вычисляются интегральные оценки суммарной вероятности процесса и среднего числа электрон-позитронных пар, рождающихся в процессе распада фотона. Полная вероятность распада мягкого фотона имеет вид

$$W_{ee}(\mathbf{k}) = \frac{2e^2(4\sqrt{2}-1)}{(4\pi)^4 k_0} \ln^2(k_0^2), \quad k_0^2 \ll 1 \quad (8.2)$$

а вероятность распада жесткого фотона не зависит от его энергии

$$W_{ee}(\mathbf{k}) = \frac{e^2}{4\pi} \frac{5}{12}, \quad k_0^2 \gg 1 \quad (8.3)$$

Оценка полного числа электрон-позитронных пар, рожденных в единице физического объема в процессе распада фотонов в ранней Вселенной, имеет вид

$$n_{out.pair}^{(\pm)} = \frac{5e^2}{48\pi^3} \zeta(3) (k_B T)^3, \quad (8.4)$$

где $\zeta(z)$ - ζ -функция Римана, k_B - постоянная Больцмана.

В § 3 изучается процесс распада фотона в произвольное число пар скалярных частиц. Вычисляется суммарная вероятность процесса и среднее число пар, рождающихся в процессе распада фотона, проводится исследование найденных выражений.

Последняя **девятая глава** посвящена изучению процесса неупругого рассеяния электрона во внешнем гравитационном поле, отвечающем квазиевклидовой модели радиационно-доминированной Вселенной.

В § 1 вычисляется дифференциальная вероятность излучения фотона электроном без учета рождения пар из вакуума и исследуется ее зависимость от импульса начального электрона.

В § 2 рассматриваются процессы излучения и поглощения фотона электроном, сопровождающиеся рождением произвольного числа пар из вакуума. Здесь находятся суммарные вероятности спонтанного излучения (рис. 4 а) и спонтанного поглощения фотона электроном, проводится их исследование и сравнение. Здесь также вычисляется и анализируется выражение для среднего числа электрон-позитронных пар, рождающихся из вакуума в процессе рассеяния электрона. В частности, аналитические оценки полной вероятности спонтанного излучения фотона электроном имеют вид

$$M_{e\gamma}(\mathbf{p}) = \frac{e^2 p^2}{2\pi} (p^2 \ll 1) \text{ и } M_{e\gamma}(\mathbf{p}) = \frac{e^2 p^2}{4\pi} \ln p (p^2 \gg 1) \quad (9.1)$$

В § 3 рассматривается процесс излучения фотона скалярной частицей и вычисляется среднее число пар в конечном состоянии скалярного поля.

В скалярной теории суммарная вероятность спонтанного излучения мягкого фотона релятивистским электроном имеет менее громоздкий вид, чем в спинорной КЭД

$$dM_{e\gamma}(\mathbf{k} | \mathbf{p}) = \frac{e^2 |\mathbf{p} \mathbf{k} \mathbf{j}|^2 e^{\pi(p^2 - q^2)}}{\pi^3 k_0} K_{i(p^2 - q^2)}(\sqrt{2\chi} k_0) dk_0 d\Omega \quad (9.2)$$

Если (9.2) умножить на энергию излученного фотона k_0 и учесть, что в классическом пределе $p^2 \approx q^2$, $\chi = p^2 + q^2 \approx 2p^2$, то выражение (9.2) будет совпадать со спектрально-угловым распределением излучения классической релятивистской частицы, найденным в § 3 гл. I.

В **Заключении** сформулированы основные результаты работы.

Диссертация содержит два Приложения. В **Приложении I** вычисляются асимптотики функций Макдональда $K_{i\epsilon}(z)$ и $K_{i\epsilon}(ze^{i\pi})$ при условии, что $|\epsilon| \gg 1$ и $z \geq |\epsilon|$. Здесь же находятся асимптотики функций Лежандра $P'_{\pm i\beta}(-\cos\theta')$ при $\beta \gg 1$.

В **Приложении II** рассматриваются асимптотики вырожденных гипергеометрических функций, встречающихся в теории квантовых процессов в радиационно-доминированной Вселенной.

3 Основные результаты

Основные результаты диссертации состоят в следующем:

1. Изучено движение и излучение классической релятивистской заряженной частицы в квазиевклидовых моде-

лях Робертсона-Уокера специального вида, Найдены и исследованы спектры излучения частицы в пространстве де Ситтера и в радиационно-доминированной Вселенной. Изучена область формирования спектров. Показано, что спектр излучения классического электрона, свободно движущегося в пространстве де Ситтера относительно системы отсчета Леметра-Робертсона совпадает со спектром релятивистского заряда, совершающего неограниченное гиперболическое движение в пространстве Минковского.

2. В рамках S - матричного формализма в КЭД с внешним гравитационным полем развита схема расчета матричных элементов 1-го порядка, определяющих динамику квантовых процессов в квазиевклидовой модели пространства Робертсона-Уокера общего вида. Вероятности радиационных переходов, просуммированные по состояниям поляризации частиц, выражены через интегралы Фурье от произведений функций, описывающих зависимость одночастичных решений уравнения Дирака и Клейна-Гордона от конформного времени η . Получены представления для дифференциальных вероятностей 3-х квантовых переходов между состояниями с фиксированным числом частиц: процесса рождения одной электрон-позитронной пары и фотона из вакуума, процесса рождения одной электрон-позитронной пары фотоном и процесса излучения фотона электроном.

3. Для пространства Робертсона-Уокера с плоскими пространственными сечениями и произвольным масштабным фактором получены общие выражения, описывающие вероятности 4-х радиационных переходов, сопровождающихся рождением произвольного числа электрон-позитронных пар из вакуума. Найдены суммарные вероятности: процесса излучения фотона из вакуума, процесса распада фотона, процесса излучения и процесса поглощения фотона электроном.

Изучен механизм излучения и поглощения фотона одноэлектронным состоянием в конформно-плоском пространстве Робертсона-Уокера с нестабильным вакуумом. Показано, что процесс излучения фотона складывается из процесса спонтанного излучения фотона электроном и процесса рождения фотона и произвольного числа электрон-позитронных пар из вакуума, индуцированного начальным электроном. Точно также, эффект поглощения фотона электроном состоит из процесса спонтанного поглощения фотона электроном и процесса распада фотона в произвольное число пар, индуцированного начальной частицей.

4. Развита скалярная теория радиационных эффектов 1-го порядка в конформно-плоском пространстве Робертсона-Уокера с нестабильным вакуумом. Получены общие выражения для суммарных вероятностей 3-х радиационных процессов, сопровождающихся рождением произвольного числа пар из вакуума: процесса излучения фотона из вакуума, процесса распада фотона и процесса излучения фотона заряженной скалярной частицей.

5. Как в спинорной, так и в скалярной теории проведен расчет матричных элементов, описывающих среднее число пар, рождающихся в процессе излучения фотона из вакуума, в процессе распада фотона и в процессе неупругого рассеяния электрона в квазиевклидовой модели пространства Робертсона-Уокера общего вида. Изучена структура найденных выражений и показано, что внешнее гравитационное поле стимулирует рождение пар скалярных частиц и подавляет рождение фермионных пар в данных процессах. Присутствие массивной частицы в начальном состоянии системы полей приводит к дополнительному усилению эффекта в случае бозонов и подавлению в случае фермионов.

6. Построены полные наборы одночастичных решений уравнений Дирака и Клейна-Гордона в квазиевклидовой модели пространства де Ситтера, которая расширяется при $\eta < 0$ и сокращается при $\eta > 0$. Начальное и конечное вакуумные состояния квантованных полей, определяемые с помощью найденных решений, не зависят от наблюдателя, удовлетворяют условию адиабатичности и эквивалентны. Исследован безмассовый предел найденных решений и показано, что адиабатический вакуум в построенной модели вселенной де Ситтера не совпадает с конформным вакуумом.

7. Для квазиевклидовой модели пространства де Ситтера в скалярном и спинорном случае найдены и исследованы: вероятность рождения пары и фотона из вакуума, вероятность рождения пары фотоном и вероятность излучения фотона электроном. Показано, что в квазиклассическом пределе спектральное распределение энергии излучения электрона совпадает со спектром излучения классического релятивистского электрона, совершающего равномерно ускоренное движение.

8. Функции Грина спинорного поля в конформно-плоском пространстве Робертсона-Уокера с нестабильным вакуумом выражены через интегралы Фурье по импульсу от произведений функций, описывающих временную зависимость одночастичных решений уравнения Дирака. С помощью найденного представления для причинной функции Грина $S^c(x, x')$ показано, что причинный вакуумный ток спинорного поля в произвольном пространстве Робертсона-Уокера равен нулю.

Полученные представления удобны для нахождения функций Грина в пространстве с заданным законом расширения. В качестве примера их применения вычислены известные интегральные представления причинных функций Грина $S^c(x, x')$ и $S_{in}^c(x, x')$ спинорного поля в квазиевклидовой модели радиационно-доминированной Вселенной. Результат представлен в виде контурных интегралов в комплексной плоскости собственного времени S от ядра Швингера-де Витта.

9. На основе общих выражений для вероятностей квантовых переходов в состояния с фиксированным числом частиц вычислены дифференциальные вероятности 3-х процессов в искривленном пространстве-времени радиационно-доминированной Вселенной: процесса рождения одной электрон-позитронной пары и фотона из вакуума, процесса

рождения одной электрон-позитронной пары фотоном и процесса излучения фотона электроном. Найдены временные области формирования этих процессов. Подробно исследовано поведение вероятностей в различных кинематических областях участвующих в процессе частиц. Найдена вероятность того, что вакуум свободного квантованного поля останется вакуумом.

10 В скалярной и спинорной КЭД исследован процесс рождения фотона и произвольного числа пар из вакуума в радиационно-доминированной Вселенной, вычислены суммарные вероятности процесса и среднее число пар, рождающихся из вакуума. В спинорном случае полученные результаты согласуются с результатами К. Г. Лоце (1985). В скалярном и спинорном случае найдены интегральные представления для полных вероятностей процесса. Сделаны численные оценки полной вероятности процесса и среднего числа пар, рождающихся из вакуума.

11. Исследован процесс распада фотона в радиационно-доминированной Вселенной. Вычислены суммарные вероятности распада фотона в произвольное число пар скалярных и спинорных частиц. Вероятность процесса в спинорной КЭД совпадает с результатом К. Г. Лоце (1989). Найдены асимптотические оценки суммарной вероятности распада мягкого и жесткого фотонов в скалярном и спинорном случае. Показано, что с увеличением энергии начального фотона вероятность распада стремится к постоянному, не равному нулю, значению, при этом время распада фотона η_0 растет пропорционально его энергии k_0 . Получены точные выражения для среднего числа фермионных и бозонных пар, рождающихся в процессе распада фотона. Даны оценки среднего числа фермионных пар, рожденных в процессе распада фотонов в ранней Вселенной, которые показывают, что в радиационно-доминированной Вселенной рождение пар в процессах распада фотонов доминирует над их рождением из вакуума свободного квантованного поля.

12 Исследованы процессы излучения и поглощения фотона электроном в радиационно-доминированной Вселенной с учетом рождения произвольного числа пар из вакуума. Найдены суммарные вероятности спонтанного излучения и спонтанного поглощения фотона электроном и изучена их зависимость от импульса начального электрона. Показано, что интервал когерентности излучения нерелятивистского электрона пропорционален длине волны излучения, а в случае релятивистского электрона пропорционален его импульсу p . Найдено среднее число электрон-позитронных пар, рождающихся из вакуума в процессе рассеяния электрона.

Найдена суммарная вероятность процесса и вычислено среднее число пар, рождающихся из вакуума в процессе излучения фотона скалярной частицей. Исследован классический предел суммарной вероятности спонтанного излучения фотона электроном и показано, что спектр излучения в классическом пределе переходит в выражение, полученное в рамках классической электродинамики.

13. В рамках теории асимптотических решений для линейных дифференциальных уравнений с иррегулярными особыми точками разработан метод нахождения асимптотических представлений для вырожденных гипергеометрических функций, встречающихся в теории квантовых эффектов в радиационно-доминированной Вселенной. Этот метод может быть также использован для нахождения асимптотик вероятностей процессов в КЭД в постоянном электрическом поле.

Публикации по теме диссертации

- [1] Бухбиндер И. Л., Царегородцев Л. И. О функциях Грина спинорного поля в конформно-плоском пространстве-времени // Известия высших учебных заведений. Физика. - 1985. - № 4. - С. 35 - 40.
- [2] Бухбиндер И. Л., Царегородцев Л. И. Излучение фотона электроном в радиационно-доминированной Вселенной // Известия высших учебных заведений. Физика. - 1986. - №9. С. 96 - 100.
- [3] Царегородцев Л. И. Излучение фотона из вакуума в радиационно-доминированной Вселенной // Ядерная физика. - 1991. - Т. 53. - С. 755-763.
- [4] Царегородцев Л. И. Рождение электрон-позитронной пары и фотона из вакуума в радиационно-доминированной Вселенной // Известия высших учебных заведений. Физика. - 1991. - № 2. - С. 61 - 66.
- [5] Buchbinder I. L., Tsaregorodtsev L. I. Quantum-Electrodynamic Processes in a Radiation-Dominated Robertson-Walker universe // International Journal of Modern Physics A. - 1992. - Vol. 7. - P. 2055 - 2086.
- [6] Tsaregorodtsev L. Electron-positron pairs creation by a photon in the radiation-dominated Robertson-Walker universe // Classical and Quantum Gravity. - 1995. - Vol. 12. - P. 2209 - 2220.
- [7] Царегородцев Л. И. Рождение электрон-позитронных пар фотоном в радиационно-доминированной Вселенной // Ядерная физика. - 1995. - Т. 58. - С. 2219 - 2227.
- [8] Царегородцев Л. И., Медведев Н. Н. Излучение фотона электроном в радиационно-доминированной Вселенной с учетом рождения произвольного числа пар // Известия высших учебных заведений. Физика. - 1996. - №. 9. - С. 92 - 97.
- [9] Медведев Н. Н., Царегородцев Л. И. Об излучении фотона электроном в радиационно-доминированной Вселенной // Известия высших учебных заведений. Физика. - 1996. - №. 9. - С. 98 - 102.

- [10] **Медведев Н. Н., Царегородцев Л. И.** Поглощение фотона электроном в радиационно-доминированной Вселенной // Известия высших учебных заведений. Физика. - 1997. - № 9. - С. 125 - 127.
- [11] **Царегородцев Л. И.** О рождении электрон-позитронной пары фотоном в пространстве де Ситтера // Известия высших учебных заведений. Физика. - 1998. - № 5. - С. 124 - 126.
- [12] **Царегородцев Л. И.** О рождении электрон-позитронной пары и фотона из вакуума в пространстве де Ситтера // Известия высших учебных заведений. Физика. - 1998. - № 10. - С. 85 - 89.
- [13] **Tsaregorodtsev L. L., Medvedev N. N.** Spectrum of Radiation of a Classical Electron Moving in the de Sitter Spacetime // Gravitation & Cosmology - 1998. - Vol. 4. - № 3. - P. 234 - 238.
- [14] **Tsaregorodtsev L. I.** Emission of a Photon by an Electron in the de Sitter Universe // Gravitation & Cosmology. - 1999. - Vol. 5. - No. 2. - P. 104 - 110.
- [15] **Царегородцев Л. И., Медведев Н. Н., Тюков А. В., Царегородцева В. В.** Рождение фотона и произвольного числа бозонных пар из вакуума в радиационно-доминированной Вселенной // Известия высших учебных заведений. Физика. - 2000. № 6. - С. 27 - 30.
- [16] **Царегородцев Л. И., Медведев Н. Н.** Спектр излучения классического электрона, движущегося в радиационно-доминированной Вселенной // Известия высших учебных заведений. Физика. - 2003. -- № 3. -- С. 13. -- 18.
- [17] **Tsaregorodtsev L. I., Medvedev N. N.** Emission of a Photon by a Charged Boson in the Radiation-Dominated Robertson-Walker Universe // Gravitation & Cosmology. - 2003. -- Vol. 9. -- No. 1. -- P. 106 - 108.
- [18] **Царегородцев Л. И., Медведев Н. Н.** Рождение бозонных пар фотоном в радиационно-доминированной Вселенной I. // Известия высших учебных заведений, Физика. - -- 2003. -- № 2. -- С. 81. -- 86.
- [19] **Царегородцев Л. И., Медведев Н. Н.** Рождение бозонных пар фотоном в радиационно-доминированной Вселенной II. // Известия высших учебных заведений, Физика. - -- 2003. -- № 3. -- С. 9. -- 12.
- [20] **Бухбиндер И. Л., Царегородцев Л. И.** Квантовые эффекты электромагнитного взаимодействия полей в радиационно-доминированной Вселенной. - Томск, 1989. - 36 с. - (Препринт / СО АН СССР, Томский научный центр; № 55.)
- [21] **Царегородцев Л. И., Царегородцева В. В.** Асимптотические представления вырожденных гипергеометрических функций, встречающихся в теории квантовых процессов в радиационно-доминированной Вселенной. - В кн.: Измерения, автоматизация и моделирование в промышленности и научных исследованиях: Межвузовский сборник / Алт. гос. техн. ун-т. БТИ. - Бийск: Изд-во Алт. гос. техн. ун-та, 2001. С. 101 - 106.
- [22] **Царегородцев Л. И.** Эффекты взаимодействия полей в квантовой электродинамике в пространстве де Ситтера. В кн.: Квантовая теория поля и гравитация: Труды второй международной конференции (Томск, 28 июля - 2 авг. 1997 г.) - Томск: Томск, гос. пед. ун-т, 1998. - С. 334 - 337.
- [23] **Tsaregorodtsev L. I.** The Radiative Processes in the Robertson-Walker Universes of a Special Type. - Theoretical and Experimental Problems of General Relativity and Gravitation: Abstracts of 11-th International Conference, Tomsk, Russia, 1-7 July, 2002. - Tomsk: Tomsk State Pedagogical University Press, 2002. - P. 115. - 116.