На правах рукописи

Печерицын Алексей Анатольевич

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ДАРБУ ОДНОМЕРНОГО СТАЦИОНАРНОГО УРАВНЕНИЯ ДИРАКА

Специальность 01.04.02 — Теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико–математических наук

Томск – 2004

Работа выполнена на кафедре квантовой теории поля Томского государственного университета.

Научный руководитель: Доктор физико–математических наук, профессор кафедры квантовой теории поля Томского государственного университета Самсонов Б.Ф.

Официальные оппоненты: Доктор физико–математических наук, профессор кафедры теоретической физики Томского государственного университета Бордовицын В.А.

Доктор физико–математических наук, директор Института прикладной информатики Томского государственного педагогического университета Осетрин К.Е.

Ведущая организация: Объединенный институт ядерных исследований

Защита состоится 18 марта 2004 г. в 14.30 часов на заседании Диссертационного совета Д 212.267.07 в Томском государственном университете по адресу 634050, г. Томск, пр. Ленина, 36.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке Томского государственного университета.

Автореферат разослан "___" ____________ 2004 г.

Ученый секретарь Диссертационного совета,
доктор физико–математических наук,
ст. научный сотрудник Ивонин И.В.

1 Общая характеристика работы

1.1 Актуальность темы

Точные решения основных уравнений квантовой механики, таких как уравнение Шредингера, Клейна-Гордона, Дирака играют важную роль в теоретической физике. Они необходимы не только для контроля результатов численных расчетов. Имеется немало примеров того, что на их основе удается достичь более глубокого понимания физической сущности рассматриваемой модели. Кроме того, в последнее время практикуется аппроксимировать потенциалы уравнения Шредингера, не обладающие точными решениями, точно решаемыми потенциалами, что расширяет область применимости точно интегрируемых моделей (например, до применения в квантовой теории информации, [1]). Особо необходимо отметить возможность применения точно решаемых потенциалов одномерных уравнений Шредингера и Дирака для получения решений нелинейных уравнений (см., например, [2]). В связи с этим развитие методов получения точных решений указанных уравнений является актуальным.

Значительный прогресс в этом направлении достигнут в нерелятивистской квантовой механике. Открытие метода обратной задачи рассеяния [3] позволило значительно увеличить число точно решаемых потенциалов уравнения Шредингера и сделало возможным развитие качественной теории управления спектрами [4].

Несмотря на то, что метод обратной задачи развит также и для уравнения Дирака [5], в релятивистском случае подобного прогресса пока не наблюдается, в то время как потребность в этом существует в физике высоких энергий. Основной целью настоящей работы является обобщение методов получения точно решаемых нерелятивистских моделей на случай уравнения Дирака.

Эффективным способом конструирования уравнений, имеющих точное решение, является метод операторов преобразования [5] и, в частности, метод операторов преобразования Дарбу. Впервые подобные преобразования изучались Дарбу [6] и впоследствии многократно переоткрывались. Например, как показано в [7, 8], метод факторизации Шредингера [9] и суперсимметричная квантовая механика, предложенная Виттеном [10], являются, по существу, иными формулировками метода Дарбу.

Конструирование новых точно решаемых потенциалов для стационарного и нестационарного уравнений Шредингера с помощью преобразования

Дарбу рассматривалось многими авторами (см., например, [11] и приведенные там ссылки). Преобразование Дарбу одномерного уравнения Дирака изучено значительно менее подробно. По–видимому, впервые оператор преобразования Дарбу для уравнения Дирака с векторным и скалярным потенциалами был построен в [12]. Кроме того, в работах Матвеева и Салля [2] изучалось преобразование Дарбу для ряда систем дифференциальных уравнений первого порядка. Доказанные в [2] общие теоремы были использованы в [13] для исследования прозрачных потенциалов одномерного безмассового уравнения Дирака и в [14] для изучения преобразования Дарбу одномерного нестационарного уравнения Дирака с электромагнитным потенциалом. Отметим также работу [15], в которой для отыскания частного решения уравнений обратной задачи используются дифференциальные операторы преобразования, аналогичные операторам преобразования Дарбу.

Данная диссертация посвящена применению общих идей метода операторов преобразования для развития техники операторов преобразования Дарбу одномерного стационарного уравнения Дирака с самосопряженным потенциалом общего вида и подробному исследованию свойств этого преобразования

1.2 Цель работы

1. Обобщение метода операторов преобразования Дарбу на системы дифференциальных уравнений, такие как одномерная система Дирака и матричное уравнение Шредингера и исследование основных свойств полученных преобразований;

2. Изучение особенностей преобразования Дарбу для скалярного и псевдоскалярного потенциалов и связей между преобразованиями Дарбу уравнений Дирака и Шредингера;

3. Исследование свойств цепочек преобразований Дарбу первого порядка и их замыканий в одно преобразование более высокого порядка;

4. Обобщение формул, полученных для системы Дирака, на цепочки преобразований Дарбу матричного уравнения Шредингера.

1.3 Научная новизна

Впервые метод матричных операторов преобразования применен для получения операторов преобразований Дарбу для уравнения Дирака с самосопряженным потенциалом общего вида и исследованы их основные свойства. Показано, что развитая техника не является более сложной, чем аналогичные методы для уравнения Шредингера, что открывает широкие возможности ее применения в задачах рассеяния релятивистских частиц, в теории солитонов и в других областях, где требуются точные решения одномерного стационарного уравнения Дирака.

1.4 Основные результаты работы

1. Произведено обобщение метода операторов преобразования Дарбу на одномерное стационарное уравнение Дирака. Показано, что преобразование Дарбу первого порядка порождается функцией преобразования u, которая является матричной собственной функцией исходного гамильтониана.

2. Подробно исследованы частные случаи псевдоскалярного и скалярного потенциалов. Найдены условия, при которых преобразованный потенциал остается потенциалом того же типа, что и исходный. Показано, что в данном случае преобразование Дарбу индуцирует соответствующие преобразования систем уравнений Шредингера, к которым сводится система Дирака.

3. Приведены многочисленные примеры новых точно решаемых потенциалов уравнения Дирака, сгенерированные из потенциалов свободной частицы и дираковского осциллятора, а также из скалярного кулоновского потенциала. Ряд полученных потенциалов не имеет аналогов в мировой литературе. Предложено релятивистское обобщение метода конструирования точно решаемых периодических потенциалов.

4. Подробно изучены цепочки преобразований первого порядка и их замыкания в один оператор более высокого порядка. Получено релятивистское обобщение детерминантных формул Крума–Крейна, значительно облегчающее проведение конкретных расчетов.

5. Дано обобщение детерминантных формул Крума–Крейна на цепочки преобразований Дарбу для матричного уравнения Шредингера

1.5 Научная и практическая ценность

Результаты диссертации представляют интерес для специалистов в области релятивистской квантовой механики, математической физики, точных решений дифференциальных уравнений. В частности, установленные детерминантные формулы, реализующие цепочки преобразований, делают данный метод применимым для практического построения потенциалов по известным экспериментальным данным рассеяния, что является важным в атомной и ядерной физике. Аналогичные результаты для матричного уравнения Шредингера открывают новые возможности в решении многоканальной обратной задачи рассеяния.

Метод построения точно решаемых периодических потенциалов, в силу своей простоты, может иллюстрировать основные особенности релятивистской зонной структуры на элементарном уровне и поэтому может найти применение в учебном процессе.

Научной ценностью обладают результаты, устанавливающие связь между преобразованиями Дарбу для уравнений Дирака и Шредингера, позволяющие лучше понять сущность известных методов. Полученные новые точно решаемые потенциалы могут найти применение, например, в солитонной теории, а новые точно решаемые периодические потенциалы могут быть использованы в различных моделях с периодическими структурами, например в задачах физики твердого тела.

1.6 Основные положения диссертации, выносимые на защиту

1. Построение матричного оператора преобразования Дарбу для одномерного стационарного уравнения Дирака с самосопряженным потенциалом общего вида и изучение его основных свойств; получение, на основе разработанного подхода, новых потенциалов, допускающих точные аналитические решения.

2. Исследование преобразования Дарбу уравнения Дирака с псевдоскалярным и скалярным потенциалами, нахождение условий, при которых преобразованный потенциал остается потенциалом того же типа, что и исходный; подробный анализ конкретных примеров новых точно решаемых потенциалов; исследование связи между преобразованиями Дарбу для системы Дирака и уравнения Шредингера.

3. Изучение цепочек преобразований первого порядка и их замыканий в один оператор более высокого порядка; получение релятивистских обобщений детерминантных формул Крума–Крейна, реализующих цепочки преобразований.

4. Обобщение формул Крума–Крейна на матричное уравнение Шредин-

гера.

1.7 Апробация работы

Материалы диссертации докладывались на X Ломоносовской конференции по физике элементарных частиц (Москва, 2001), XI международной конференции "Общая теория относительности и гравитация" (Томск, 2002), международной конференции "Progress in Supersymmetric Quantum Mechanics" (Valladolid, Spain, 2003), международном семинаре "Supersymmetries and Quantum Symmetries" (Дубна, 2003). Основные результаты диссертации опубликованы в 9 статьях.

1.8 Структура и объем диссертации

Диссертация объемом 123 страницы печатного текста состоит из введения, трех глав и списка цитируемой литературы в 101 наименование.

2 Содержание работы

Во **введении** обоснована актуальность работы и сформулированы ее цели.

Глава 1 посвящена преобразованию Дарбу первого порядка для одномерного стационарного уравнения Дирака. В разделе **1 Главы 1** общий метод операторов преобразования применен для построения матричного оператора преобразования для данного случая.

Одномерное стационарное уравнение Дирака имеет вид

$$h_0\psi = E\psi, \quad h_0 = \gamma\partial_x + V_0. \tag{1}$$

Здесь $\gamma = i\sigma_2$, $\sigma_{1,2,3}$ — стандартные матрицы Паули, $\partial_x \equiv d/dx$, V_0 — вещественный самосопряженный матричный потенциал. Функция ψ является двухкомпонентным спинором, $\psi = (\psi_1, \psi_2)^t$ (значок t означает транспонирование).

Оператором преобразования Дарбу уравнения Дирака, по аналогии с определением данным в [5] (комментарии см. [8]), назовем дифференциальный оператор, удовлетворяющий соотношению сплетения

$$Lh_0 = h_1 L. \tag{2}$$

для двух дираковских гамильтонианов h_0 и $h_1 = \gamma\partial_x + V_1$. Если известны решения $\psi(x)$ уравнения (1) и оператор L, то функция $\varphi = L\psi$ является решениям уравнения Дирака с гамильтонианом h_1.

Исходя из соотношения сплетения (2), показывается, что простейший дифференциальный оператор преобразования имеет

$$L = A(\partial_x - u_x u^{-1}), \tag{3}$$
$$V_1 = A(V_0 + \gamma u_x u^{-1} - u_x u^{-1}\gamma)A^{-1} - \gamma A_x A^{-1}\,. \tag{4}$$

Здесь A и u — невырожденные матрицы второго порядка. Матрица A подчинена условию

$$A\gamma - \gamma A = 0, \tag{5}$$

в то время как u удовлетворяет уравнению

$$\gamma u_x + V_0 u = u\Lambda, \quad \Lambda = \mathrm{diag}(\lambda_1, \lambda_2), \tag{6}$$

где λ_1 и λ_2 вещественные постоянные интегрирования. Столбцы u_1 и u_2 матрицы u являются решениями уравнения (1) с собственными значениями λ_1 и λ_2. Поэтому если известны решения уравнения (1), то известны и решения уравнения (6).

В частности, матрицу A можно положить равной единичной матрице, тогда выражения (3) и (4) принимают наиболее простой вид

$$L = \partial_x - u_x u^{-1}, \tag{7}$$
$$V_1 = V_0 + [\gamma, u_x u^{-1}] \tag{8}$$

и являются релятивистскими аналогами формул для оператора преобразования Дарбу и преобразованного потенциала уравнения Шредингера [8]. Оператор преобразования L и преобразованный потенциал V_1 полностью определяются матричнозначной функцией u, поэтому она называется *функцией преобразования*.

В разделе **2 Главы 1** доказывается, что преобразованный потенциал V_1, определяемый выражением (4), будет самосопряженным, если функция преобразования u выбрана вещественной, а матрица A имеет вид

$$A = \cos y(x) \cdot I + \sin y(x) \cdot \gamma\,, \tag{9}$$

где $y(x)$ — некоторая вещественная функция. Поскольку матрица A вида (9) определяет гладкое ортогональное преобразование гамильтониана h_1 с $A = I$ и его свойства хорошо изучены [5], можно ограничится случаем $A = I$.

В разделе **3 Главы 1** показывается, что при $E \neq \lambda_1, \lambda_2$ взаимно–однозначное соответствие между пространствами решений исходного и преобразованного уравнений Дирака реализуется оператором преобразования Дарбу L и ему формально сопряженным оператором L^+. Если $E = \lambda_{1,2}$, то решениями преобразованного уравнения являются столбцы v_1 и v_2 матрицы $v = (u^+)^{-1}$. Вторые линейно–независимые решения $\widetilde{v}_{1,2}$ преобразованного уравнения для этих энергий можно восстановить по известным решениям $v_{1,2}$, исходя из условия, что определитель Вронского системы Дирака, $W(\psi, \varphi) = \psi^+ \gamma \varphi$, для этих решений равен единице. Таким образом, взаимно–однозначное соответствие между пространствами решений существует для всех значений E.

В разделе **4 Главы 1** доказано, что операторы L и L^+ факторизуют следующие полиномы от дираковских гамильтонианов h_0 и h_1

$$L^+ L = (h_0 - \lambda_1 \cdot I)(h_0 - \lambda_2 \cdot I), \qquad (10)$$
$$L L^+ = (h_1 - \lambda_1 \cdot I)(h_1 - \lambda_2 \cdot I). \qquad (11)$$

Раздел **5 Главы 1** посвящен изучению оператора L, как оператора в гильбертовом пространстве. Показано, что если $E < \lambda_1$ или $E > \lambda_2$ и $E \in \mathrm{spec}(h_0)$, то $E \in \mathrm{spec}(h_1)$. Таким образом, весь спектр гамильтониана h_1 можно найти, проанализировав величины λ_1 и λ_2 и функцию преобразования u. Далее найдены квазиспектральные разложения замкнутых расширений операторов L и L^+ и их области определения.

Скрытая квадратичная суперсимметрия уравнения Дирака, связанная с преобразованием Дарбу, обсуждается в разделе **6 Главы 1**. Соответствующая супералгебра образована следующими матрицами 4–го порядка

$$\mathcal{H} = \begin{pmatrix} h_0 & 0 \\ 0 & h_1 \end{pmatrix}, \quad \mathcal{Q} = \begin{pmatrix} 0 & L^+ \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathcal{Q}^+ = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ L & 0 \end{pmatrix}. \qquad (12)$$

Используя свойства операторов L и L^+, можно доказать соотношения коммутации и антикоммутации этих операторов

$$[\mathcal{Q}, \mathcal{H}] = [\mathcal{Q}^+, \mathcal{H}] = 0, \quad \mathcal{Q}^2 = (\mathcal{Q}^+)^2 = 0, \qquad (13)$$
$$\{\mathcal{Q}, \mathcal{Q}^+\} = \mathcal{Q}\mathcal{Q}^+ + \mathcal{Q}^+\mathcal{Q} = (\mathcal{H} - \lambda_1 \cdot I)(\mathcal{H} - \lambda_2 \cdot I). \qquad (14)$$

Соотношения (13) – (14) совпадают с коммутационными и антикоммутационными соотношениями квадратично–деформированной супералгебры sqm(2), появляющейся в обычной суперсимметричной квантовой механике и связаной с цепочками из двух преобразований Дарбу.

Глава 2 посвящена исследованию преобразования Дарбу для потенциалов частного вида: псевдоскалярного

$$V_0 = m\sigma_3 + q_0(x)\sigma_1 \,, \tag{15}$$

и скалярного

$$\hat{V}_0(x) = (m + S_0(x))\sigma_1 \,. \tag{16}$$

В этих выражениях m — масса частицы, $q_0(x)$ и $S_0(x)$ — вещественные функции [16, 17]. Найдены условия, при которых применение преобразования Дарбу к уравнению Дирака с потенциалом вида (15) или (16) дает потенциал, который является потенциалом того же типа, что и исходный.

В разделе **1 Главы 2** исходный потенциал предполагается псевдоскалярным. Показано, что преобразованный потенциал также будет псевдоскалярным, если одна из компонент функции преобразования u равна нулю. Это возможно, если $\lambda_1 = \pm m$. При $\lambda_1 = m$ функция преобразования дается выражением

$$u = \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ 0 & u_{22} \end{pmatrix} , \tag{17}$$

и формулы для преобразованного потенциала и решения преобразованного уравнения принимают вид

$$V_1 = -\lambda_2\sigma_3 + q_1\sigma_1 \,, \quad q_1 = \frac{u_{22}'}{u_{22}} = (\ln u_{22})' \,, \tag{18}$$

$$\varphi = L\psi = \begin{pmatrix} (\lambda_2 - E)\psi_2 \\ \psi_2' - (\ln u_{22})'\psi_2 \end{pmatrix} . \tag{19}$$

Роль массы в преобразованном уравнении играет величина $-\lambda_2$. Аналогичные соотношения имеют место для $\lambda_1 = -m$.

Уравнение Дирака с псевдоскалярным потенциалом можно свести к системе двух уравнений Шредингера, связанных между собой суперсимметричными преобразованиями [17]. Поэтому преобразование Дарбу уравнения Дирака, порождаемое функцией (17), индуцирует преобразование этой системы уравнений, которое совпадает с цепочкой из двух преобразований Дарбу уравнения Шредингера с функциями преобразования u_{11} и u_{22}.

Преобразование Дарбу уравнения Дирака со скалярным потенциалом рассматривается в разделе **2 Главы 2**. Преобразованный потенциал будет скалярным, если функцию преобразования $\hat{u}$ сконструировать из спиноров $\hat{u}_1 = (\hat{u}_{11}, \hat{u}_{21})^t$ и $\hat{u}_2 = -\sigma_3\hat{u}_1$, соответствующих собственным значениям

$\lambda_1 = \lambda^{(0)}$, $\lambda_2 = -\lambda^{(0)}$. Формулы для преобразованного потенциала и решения преобразованного уравнения имеют вид

$$\hat{V}_1 = (m + S_1)\sigma_1, \quad S_1 = S_0 + (\ln \hat{u}_{21})' - (\ln \hat{u}_{11})'. \tag{20}$$

$$\hat{\varphi} = L\hat{\psi} = \begin{pmatrix} \hat{\psi}_1' - (\ln \hat{u}_{11})'\hat{\psi}_1 \\ \hat{\psi}_2' - (\ln \hat{u}_{21})'\hat{\psi}_2 \end{pmatrix}. \tag{21}$$

Уравнение Дирака со скалярным потенциалом (16) также можно привести к суперсимметричной паре уравнений Шредингера [16]. Преобразование (20) – (21) индуцирует преобразования Дарбу соответствующих уравнений Шредингера, порождаемые функциями $\hat{u}_{11}$ и $\hat{u}_{21}$.

Примеры новых точно решаемых потенциалов уравнения Дирака, полученных с помощью преобразования Дарбу, приведены в разделе **3 Главы 2**. В качестве исходных рассматривались потенциалы свободной частицы, дираковского осциллятора, а также скалярный кулоновский потенциал. Получены потенциалы как специального (скалярного и псевдоскалярного), так и общего вида. Некоторые примеры воспроизводят результаты работ [16, 17], однако ряд приведенных потенциалов не встречается в мировой литературе.

Раздел **4 Главы 2** посвящен обобщению на уравнение Дирака метода построения точно решаемых периодических потенциалов, предложенного в [18] для уравнения Шредингера. В рамках этого метода точно решаемый потенциал, полученный с помощью преобразования Дарбу, рассматривается, как определенный на ограниченном интервале, и периодически продолжается за пределы этого интервала.

В разделе **4** рассматривается периодические продолжение скалярного и псевдоскалярного потенциалов

$$V_1 = (m + S_1(x)\sigma_3, \quad S_1 = -\frac{2\varkappa^2}{m + \lambda \operatorname{ch} 2\varkappa x}. \tag{22}$$

$$V_2 = -\varepsilon\sigma_3 + q_2(x)\sigma_1, \quad q_2(x) = \varkappa \operatorname{th} \varkappa x, \quad \varkappa = \sqrt{m^2 - \varepsilon^2}\ , \tag{23}$$

полученных с помощью преобразования Дарбу из потенциала свободной частицы. Линейно–независимые решения уравнений Дирака с потенциалами (22) и (23) находятся по формулам (21) и (19). Это позволяет вычислить функции Ляпунова для периодически продолженных потенциалов и исследовать их зонный спектр. Отметим, что функции Ляпунова для построенных потенциалов выражаются через элементарные функции. Ранее единственной известной моделью, обладающей таким свойством, являлась классическая модель Кронига–Пенни [19].

В **Главе 3** изучаются цепочки преобразований Дарбу, построенные по известным n матричным решениям уравнения (6), соответствующим различным матричным собственным значениям Λ_k. Оператор k–кратного преобразования Дарбу, $k = 1, 2, \ldots, n$ определяется следующим образом

$$L_{0k} = L_{k-1,k} \ldots L_{12} L_{01}, \tag{24}$$

$$L_{k-1,k} = \partial_x - y_{kx} y_k^{-1}, \qquad y_k = L_{0,k-1} u_k, \tag{25}$$

$$V_k = V_0 + [\gamma, D_k], \qquad D_k = D_{k-1} + y_{kx} y_k^{-1}. \tag{26}$$

Этот оператор порождается функциями $u_i = (f_i, g_i)$, $i = 1, \ldots, k$.

В разделе **1 Главы 3** показано, что действие оператора L_{0n} на спинор $\psi = (\psi_1, \psi_2)^t$ определяется формулой

$$L_{0n}\psi = \frac{1}{W(f_1, g_1, \ldots, f_n, g_n)} \begin{pmatrix} W_1(f_1, g_1, \ldots, f_n, g_n, \psi) \\ W_2(f_1, g_1, \ldots, f_n, g_n, \psi) \end{pmatrix}. \tag{27}$$

где введены следующие детерминанты

$$W(f_1, g_1, \ldots, f_n, g_n) = \begin{vmatrix} f_{11} & g_{11} & \ldots & f_{n1} & g_{n1} \\ f_{12} & g_{12} & \ldots & f_{n2} & g_{n2} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ f_{11}^{(n-1)} & g_{11}^{(n-1)} & \ldots & f_{n1}^{(n-1)} & g_{n1}^{(n-1)} \\ f_{12}^{(n-1)} & g_{12}^{(n-1)} & \ldots & f_{n2}^{(n-1)} & g_{n2}^{(n-1)} \end{vmatrix}, \tag{28}$$

$$W_i(f_1, g_1, \ldots, f_n, g_n, \psi) = \begin{vmatrix} & & & & & \psi_1 \\ & & & & & \psi_2 \\ & & W(f_1, g_1, \ldots, f_n, g_n) & & & \ldots \\ & & & & & \psi_1^{(n-1)} \\ & & & & & \psi_2^{(n-1)} \\ f_{1i}^{(n)} & g_{1i}^{(n)} & \ldots & f_{ni}^{(n)} & g_{ni}^{(n)} & \psi_i^{(n)} \end{vmatrix}, \tag{29}$$

где $i = 1, 2$. Аналогичные детерминантные формулы имеют место и для преобразованного потенциала V_n.

В разделе **2 Главы 3** получены другие представления формул для оператора L_{0n} и преобразованного потенциала V_n, которые аналогичны приведенным в работах [2, 15]. Полиномиальная супералгебра, связанная с цепочками преобразований Дарбу, находится в разделе **3 Главы 3**.

Раздел **4 Главы 3** посвящен рассмотрению преобразования Дарбу для матричного уравнения Шредингера. Для него матричный оператор преобразования и формула для преобразованного потенциала имеют вид

$$L = \partial_x - f, \tag{30}$$

$$V_1 = V_0 - 2\partial f, \quad f = (\partial\mathcal{U})\mathcal{U}^{-1}. \tag{31}$$

Функция $\mathcal{U}$ является матричной собственной функцией гамильтониана H_0, соответствующей матричному собственному значению $\Lambda = \mathrm{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$. Рассмотрены цепочки преобразований Дарбу матричного уравнения Шредингера. Для оператора N–кратного преобразования и преобразованного потенциала найдены детерминантные формулы, аналогичные (28) и (29), которые реализуют обобщение формул Крума–Крейна (см., например, [11]) на матричное уравнение Шредингера.

В **заключении** подведены итоги и сформулированы основные выводы диссертации.

3 Список работ по теме диссертации

[1] Самсонов Б.Ф., Печерицын А.А. Преобразование Дарбу одномерного стационарного уравнения Дирака // Известия ВУЗов, Физика. – 2000. – Т. 43. – С. 48 – 54.

[2] Самсонов Б.Ф., Печерицын А.А. Преобразование Дарбу для одномерного стационарного уравнения Дирака с псевдоскалярным потенциалом // Известия ВУЗов, Физика. – 2002. Т. 45. – С. 14 – 19.

[3] Самсонов Б.Ф., Печерицын А.А. Преобразование Дарбу для одномерного стационарного уравнения Дирака со скалярным потенциалом // Известия ВУЗов, Физика. – 2002. Т. 45. – С. 74 – 79.

[4] Debergh N., Pecheritsin A.A., Samsonov B.F., Van Den Bossche B. Dar¨ boux transformations of the one–dimensional stationary Dirac equation // Journal of Physics A. – 2002. – V. 35. – P. 3279–3287.

[5] Bagrov V.G., Pecheritsin A.A., Samsonov B.F. Exactly solvable potentials for the one–dimensional stationary Dirac equation. *Frontiers of Particle Physics. Proceedings of the 10th Lomonosov Conference on Elementary Particle Physics (Moscow, 23 – 29 August 2001)* Editor A. Sudenikin, World Scientific. Singapore. New Jersey. London. Hong Kong. 2003. p. 319 – 325.

[6] Nieto L.M., Pecheritsin A.A., Samsonov B. F. Intertwining technique for the one–dimensional stationary Dirac equation // Annals of Physics. – 2003. – V. 305. – P. 151 – 189.

[7] Samsonov B.F., Petcheritsin A.A., Pozdeeva E.O., Glasser M.L. New ex¨ actly solvable periodic potentials for the Dirac equation // European Journal

of Physics. – 2003. – V. 24. – P. 435–441.

[8] Bagrov V.G., Pecheritsin A.A., Pozdeeva E.O., Samsonov B.F. Exactly solv¨ able pseudoscalar periodic Dirac potentials from Darboux transformations and underlying nonlinear supersymmetry. // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulations. – 2004. – V. 9. P. 13–23.

[9] Samsonov B.F. Pecheritsin A.A. Chains of Darboux Transformations for the Matrix Schrodinger Equation. Journal of Physics. A. – 2004. – V. 37. – P. 239-250.

Список литературы

[1] Pershin Yu.V., Shevchenko S.N., Vagner I.D., Wyder P. Electronic transport through a nuclear-spin-polarization-induced quantum wire// Phys. Rev. B. – 2002. – V. 66. – P. 035303-1 – 035303-5.

[2] Matveev V., Salle M. Darboux Transformations and solitons. – New York: Springer, 1991. – 120 p.

[3] Левитан Б.М. Обратные задачи Штурма–Лиувилля. – М.: Наука. 1984. – 239 с.

[4] Захарьев Б.Н. Уроки квантовой интуиции. – Дубна: ОИЯИ, 1996. – 299 с.

[5] Левитан Б.М., Саргсян И.С. Операторы Штурма–Лиувилля и Дирака. – М.: Наука, 1988. – 431 с.

[6] Darboux G. Leçons sur la théorie générale des surfaces et les application géométriques du calcul infinitésimale. – Paris: Guatier–Villar et Fils, 1889. – 522 p.

[7] Андрианов А.А., Борисов Н.В., Иоффе М.В., Эйдес М.И. Суперсимметричная квантовая механика: новый взгляд на эквивалентность квантовых систем // ТМФ – 1984. – Т. 61. – С. 17–28.

[8] Багров В.Г., Самсонов Б.Ф. Преобразование Дарбу, факторизация, суперсимметрия в одномерной квантовой механике // ТМФ – 1995. – Т. 104. – С. 356–367.

[9] Schrödinger E.A. A method of determining quantum–mechanical eigenval¨ues and eigenfunctions // Proc. Roy. Irish. Acad. A. – 1940. – V. 46. – P. 9–16.

[10] Witten E. Dynamical breaking of supersymmetry // Nucl. Phys. B. – 1981. – V. 185. – P. 513–554.

[11] Багров В. Г., Самсонов Б. Ф. Преобразование Дарбу уравнения Шредингера // Физика элементарных частиц и атомного ядра. – 1997. – Т. 28. – С. 951–1012.

[12] Anderson A. Intertwining of exactly solvable Dirac equations with one–di¨mensional potentials // Phys. Rev. A – 1991. – V. 43. – P. 4602–4610.

[13] Stahlhofen A.A. Supertransparent potentials for the Dirac equation // J. Phys. A. – 1994. – V. 27. – P. 8279-8290.

[14] Yurov A.V. Darboux transformation for the Dirac equation with (1+1) po¨tentials // Phys. Lett. A. – 1997. – V. 225. – P. 51–59.

[15] Daskalov V.B., Khristov E.Kh. Explicit formulae for the inverse problem for the regular Dirac operator // Inverse Problems. – 2000. –V. 16 – P. 247-258.

[16] Nogami Y., Toyama F.M. Supersymmetric aspects of the Dirac equation in the one dimension with a Lorentz scalar potential // Phys. Rev. A. – 1993. – V. 47. – P. 1708–1714.

[17] Nogami Y., Toyama F.M. Reflectionless potentials for the one–dimensional Dirac equation: Pseudoscalar potentials //Phys. Rev. A. – 1998. – V. 57. – P. 93–97.

[18] Samsonov B. F. On periodic continuation of soliton potentials beyond a bounded interval // Eur. J. Phys. – 2001. – V. 22. – P. 305–313.

[19] McKellar B. H. J. and Stephenson G. J. Relativistic quarks in one-dimen¨sional periodic structures // Phys. Rev. C. – 1987. – V. 35 – P. 2262–2271.