На правах рукописи

Рыскина Лилия Леонидовна

ПРИМЕНЕНИЕ БРСТ-БФВ КОНСТРУКЦИИ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ЛАГРАНЖЕВОЙ ФОРМУЛИРОВКИ В ТЕОРИИ МАССИВНЫХ ФЕРМИОННЫХ ПОЛЕЙ ВЫСШИХ СПИНОВ И ТЕОРИИ АНТИСИММЕТРИЧНЫХ БОЗОННЫХ И ФЕРМИОННЫХ ПОЛЕЙ.

01.04.02 Теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Томск – 2010

Работа выполнена на кафедре теоретической физики
ГОУ ВПО «Томский государственный педагогический университет»

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
профессор **Бухбиндер Иосиф Львович**

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор **Галажинский Антон Владимирович,**
ГОУ ВПО «Томский политехнический университет»

доктор физико-математических наук,
профессор **Самсонов Борис Федорович,**
ГОУ ВПО «Томский государственный университет»

Ведущая организация: ГНЦ «Институт физики высоких энергий»
Московская область, город Протвино

Защита состоится «__16__» декабря 2010 г. в 16.30 часов на заседании диссертационного совета Д 212.267.07 при ГОУ ВПО «Томский государственный университет» по адресу: 634050, Томск, пр. Ленина, 36.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке ГОУ ВПО «Томский государственный университет» по адресу: 634050, Томск, пр. Ленина, 34а.

Автореферат разослан «____» __________ 2010 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д 212.267.07
доктор физико-математических наук,
старший научный сотрудник / И.В. Ивонин

1. Общая характеристика работы

1.1 Актуальность темы диссертации

Необходимость исследования различных аспектов теории полей с высшими спинами обусловлена современными тенденциями развития теоретической физики высоких энергий. Достигнутый прогресс на пути к объединению фундаментальных взаимодействий, связанный с широким использованием многомерной геометрии пространства-времени, с построением супергравитации, теории суперструн и формулировкой AdS/CFT соответствия, предполагает использование полей высших спинов. Можно ожидать, что некоторые результаты в теории полей высших спинов окажутся полезными для описания резонансных состояний с высшими спинами. Кроме того, лагранжевы модели полей высших спинов могут представлять интерес для понимания структуры калибровочных теорий общего вида. Следует отметить, что лагранжева формулировка теории поля является основой ее гамильтоновой формулировки, которая в свою очередь необходима для квантования.

Лагранжева формулировка свободных полей высших спинов в четырехмерном пространстве Минковского и пространстве анти де Ситтера (АдС) была построена достаточно давно. Существенным элементом конструкции явилось наличие алгебраических ограничений на базовое поле (например, бесследовость для массивных полей и дважды бесследовость для безмассовых полей) и необходимость использования вспомогательных полей. Позднее было проведено обобщение лагранжевой формулировки для полей высших спинов в других размерностях.

Современные проблемы лагранжевой теории полей высших спинов связаны с непротиворечивым описанием взаимодействия таких полей как между собой, так и с полями низших спинов и внешними полями. При этом, некоторые аспекты свободных теорий, такие, как например, построение суперсимметричных массивных моделей высших спинов, моделей без наложения алгебраических ограничений на поля, моделей полей со смешанной симметрией индексов, также заслуживают изучения.

В последнее время активно развивались различные подходы к проблемам теории полей высших спинов и ее связям с теорией суперструн. Отметим в этой связи работы М.А. Васильева с сотрудниками, А. Саньетти с сотрудниками, Р.Р. Мецаева, Ю.М. Зиновьева, К. Бекаерта и Н. Буланже, С. Дезера и А. Валдрона, К. Манвеляна и В. Рюля с сотрудниками. Одно из современных направлений в теории полей высших спинов основывается на БРСТ-БФВ (Беки-Руэ-Стора-Тютин-Баталин-Фрадкин-Вилковыский) конструкции и получило название БРСТ - подхода (И.Л. Бухбиндер, А.И. Пашнев, М. Цулая, В.А. Крыхтин с сотрудниками). В рамках этого подхода был исследован широкий круг задач по выводу лагранжевой формулировки для массивных и безмассовых, бозонных и фермионных полей высших спинов в пространствах Минковского и АдС различных размерностей, для полей со смешанной симметрией индексов, полей на которые не наложены алгебраические ограничения. Отметим также применения БРСТ - подхода к выводу кубичной вершины взаимодействия безмассовых полей высших спинов.

1.2 Основные цели и задачи работы

Целью диссертационной работы является: Развитие БРСТ-БФВ подхода к исследованию теории массивных фермионных полей высших спинов и тесно связанных с ним аспектов теории полностью антисимметричных бозонных и фермионных тензорных полей.

В диссертационной работе были поставлены следующие ***основные задачи***:

1. Развитие БРСТ-БФВ подхода для построения калибровочно-инвариантного лагранжиана массивных фермионных полей высших спинов;
2. Развитие БРСТ-БФВ подхода для построения лагранжиана бозонных антисимметричных полей в искривленном пространстве;
3. Развитие БРСТ-БФВ подхода для построения лагранжевой формулировки массивных фермионных полностью антисимметричных тензорных полей в пространстве анти де-Ситтера.

1.3 Научная новизна результатов

Все полученные в диссертации результаты являются новыми. Впервые показано, что БРСТ-БФВ подход к теории полей высших спинов может быть обобщен и универсальным образом применен для вывода лагранжевой формулировки в теории массивных фермионных полей высших спинов и в теории бозонных и фермионных массивных и безмассовых полностью антисимметричных полей высших спинов в пространствах различных размерностей и геометрий. Во всех случаях автоматически получены новые калибровочно-инвариантные формулировки, содержащие необходимые наборы вспомогательных полей, а в случае массивных теорий - наборы штюкельберговых полей. При этом построенный в диссертации лагранжиан фермионного полностью антисимметричного тензорного поля ранее не был известен.

1.4 Научная и практическая значимость работы

Полученные в диссертации результаты связаны с решением актуальных научных задач современной теоретической физики и направлены на развитие универсального общего подхода к выводу лагранжевой формулировки в теории полей высших спинов. Результаты работы могут найти применение в исследованиях по теории полей высших спинов, суперсимметричной теории поля, теории струн и теории калибровочных полей. Работа носит теоретический характер. Практическая значимость результатов обусловлена возможностью их применения для дальнейшего развития теории полей высших спинов и решения стоящих перед теорией общих проблем таких как:

- конструкция вершин взаимодействия бозонных и фермионных, массивных и безмассовых полей высших спинов;
- нахождение вершин взаимодействия полей высших спинов с внешними электромагнитным и гравитационным полями;
- построение суперсимметричной теории массивных полей высших спинов;
- установление связей между теорией полей высших спинов и теорией струн;
- исследование квантовых аспектов в теории полей высших спинов.

1.5 Достоверность научных выводов и результатов

Научные положения и выводы полностью обоснованы. Исследования основаны на использовании общих методов теории калибровочных полей и проведены в рамках универсального БРСТ-БФВ подхода к теории полей высших спинов, который получил признание специалистов, и направлены на дальнейшее развитие этого подхода. Достоверность результатов контролируется их внутренней согласованностью и совпадением, в ряде частных случаев, с результатами других авторов, цитируемых в диссертации.

1.6 Личный вклад автора

Все результаты, вошедшие в диссертационную работу, получены при непосредственном участии автора. Все математические преобразования и вычисления проделаны автором самостоятельно. Направления исследований, общие формулировки задач, обсуждения полученных результатов и перспективы дальнейшей работы проводились совместно с научным руководителем. Подготовка публикаций осуществлялась совместно с соавторами И.Л. Бухбиндером, В.А. Крыхтиным, Х. Таката.

1.7 Апробация работы

Результаты, изложенные в диссертации, докладывались на конференциях студентов, аспирантов и молодых ученых «Наука и образование» ТГПУ (Томск, 2005-2010 гг.). На XXI Международной летней школе-семинаре по современным проблемам теоретической и математической физики «Волга-21'2009» (Казань, 2009). На международных школах/семинарах QUANTUM FIELD THEORY AND GRAVITY (Томск 2007, 2010 гг.). Исследования, проведенные в диссертационной работе, поддерживались грантами РФФИ проект № 06-01-00609 (2006-2009 гг.), и Президентской программой поддержки ведущих научных школ РФ, проект № 4489.2006.2 (2006 г) и проект № 2553.2008.2 (2008 г).

1.8 Публикации

Основные результаты диссертационной работы опубликованы в 8 печатных работах, перечисленных в заключительной части автореферата.

1.9 Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, четырех глав основного текста, заключения содержащего основные результаты работы, трех приложений и списка цитируемой литературы. Диссертация изложена на 107 страницах и содержит список литературы из 152 наименований.

2. Краткое содержание диссертации

Во введении обоснована актуальность темы диссертации, приведен обзор основных проблем и достижений в теории полей высших спинов, сформулированы задачи и цели работы, а также кратко изложены структура и содержание диссертации.

Первая глава, носит обзорный характер. Здесь на основе простой модели представлен метод построения калибровочно-инвариантных лагранжианов в рамках БРСТ подхода. Этот метод позволяет получить калибровочно-инвариантное действие в терминах полей и калибровочных параметров, на которые заранее не налагается никаких ограничений или связей типа бесследовости.

Рассматриваем модель, в которой «физические состояния» определены с помощью уравнений

$$L_0 |\Phi\rangle = 0, \qquad L_1 |\Phi\rangle = 0, \tag{1}$$

где L_0 и L_1 некоторые операторы, действующие в фоковском пространстве векторов $|\Phi\rangle$. Предполагаем так же, что для вектора $|\Phi\rangle$ определено скалярное произведение $\langle\Phi_1|\Phi_2\rangle$ и пусть L_0 является эрмитовым оператором $(L_0)^+ = L_0$, а L_1 – неэрмитовы, $(L_1)^+ = L_1^+ \neq L_1$ по отношению к данному скалярному произведению.

Чтобы получить лагранжиан в рамках БРСТ-БФВ подхода, следует начать с построения эрмитова БРСТ-оператора. Однако стандартная процедура не позволяет построить такой оператор на основе только операторов L_0 и L_1, если L_1 не эрмитов, необходимо ввести в рассмотрение операторы, которые являются эрмитово сопряженными к исходным и которые не являются связями.

Рассмотрим коммутаторную алгебру, генерируемую операторами L_0, L_1, L_1^+

$$[L_0, L_1] = [L_0, L_1^+] = 0, \tag{2}$$

$$[L_1, L_1^+] = L_0 + C, \qquad C = const \neq 0. \tag{3}$$

Здесь оператор C играет роль центрального заряда и не является связью

Далее вводится эрмитов БРСТ-оператор так, как если бы операторы L_0, L_1, L_1^+, C были связями первого рода

$$Q = \eta_0 L_0 + \eta_C C + \eta_1^+ L_1 + \eta_1 L_1^+ - \eta_1^+ \eta_1 (P_0 + P_C), \tag{4}$$

$$Q^2 = 0. \tag{5}$$

Здесь η_0, η_C, η_1, η_1^+ фермионные госты, соответствующие операторам L_0, C, L_1^+, L_1 соответственно, P_0, P_C, P_1^+, P_1 - импульсы для гостов. Эти операторы удовлетворяют коммутационным соотношениям

$$\{\eta_0, P_0\} = \{\eta_C, P_C\} = \{\eta_1, P_1^+\} = \{\eta_1^+, P_1\} = 1 \tag{6}$$

Оператор Q (4) действует в расширенном пространстве, на векторы которого зависят от гостовских полей η_0, η_C, η_1^+, P_1^+

$$|\Psi\rangle = \sum_{k_i=0}^{1} (\eta_0)^{k_1} (\eta_C)^{k_2} (\eta_1^+)^{k_3} (P_1^+)^{k_4} \, |\Phi_{k_1 k_2 k_3 k_4}\rangle. \tag{7}$$

Вектор $|\Phi_{k_1 k_2 k_3 k_4}\rangle$ в (7) не зависят от гостов и вектор $|\Phi\rangle$ в (1) это специальный случай (7), при $k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = 0$. Рассмотрим уравнение

$$Q|\Psi\rangle = 0, \tag{8}$$

которое определяет «физические» состояния и может быть рассмотрено в качестве уравнений движения в БРСТ-БФВ подходе.

Для того, чтобы операторы, не являющиеся связями не давали дополнительных ограничений на поля, необходимо построить новое представление для операторов, структура операторов в этом новом представлении имеет вид:

$$\begin{matrix} \textit{Новое} \\ \textit{представление} \\ \textit{для оператора} \end{matrix} = \begin{matrix} \textit{Старое} \\ \textit{представление} \\ \textit{для оператора} \end{matrix} + \begin{matrix} \textit{Дополнительная часть,} \\ \textit{зависящая от операторов} \\ \textit{рождения и уничтожения} \\ \textit{и от параметра } h \end{matrix} \tag{9}$$

где h – произвольный параметр.

Обратим внимание, что операторы, L_{1new} и L_{1new}^+ не сопряжены друг другу в новом представлении, для того чтобы их рассматривать как сопряженные друг к другу, изменим определение скалярного произведения

$$\langle \Psi_1 | \Psi_2 \rangle_{new} = \langle \Psi_1 | K_h | \Psi_2 \rangle, \tag{10}$$

$$K_h = \sum_{n=0}^{\infty} |n\rangle \frac{h^n}{n!} \langle n|, \tag{11}$$

$$|n\rangle = (b^+)^n |0\rangle. \tag{12}$$

На основе алгебры новых (удлиненных) операторов формулируется БФВ-заряд, по нему строится калибровочно-инвариантный лагранжиан, приводящий к уравнению (8).

$$L = \int d\eta_0 \langle \Psi | K_{-C} \Delta Q_{-C} | \Psi \rangle \qquad (13)$$

где индекс $-C$ означает, что сделана замена $-C$ вместо h. Здесь интеграл взят по нечетной грассманновой переменной η_0. Можно показать, что уравнения движения, соответствующие лагранжиану (13) воспроизводят исходные соотношения (1). Это указывает на внутреннюю согласованность процедуры вывода лагранжиана.

Вторая глава содержит оригинальные результаты и основана на работе [1]. В ней развивается БРСТ-БФВ подход к лагранжевой формулировке для всех массивных полей высших полуцелых спинов на плоском пространстве произвольной размерности.

Известно, что полностью симметричное тензор спинорное поле, описывает неприводимое массивное представление группы Пуанкаре спина $s = n + 1/2$, если оно удовлетворяет следующим соотношениям

$$(i\gamma^{\nu}\partial_{\nu} - m)\Phi_{\mu_1 \cdots \mu_n} = 0, \qquad (14)$$

$$\gamma^{\mu}\Phi_{\mu\mu_2 \cdots \mu_n} = 0. \qquad (15)$$

В терминах матриц Дирака. Для одновременного описания всех полей полуцелых спинов удобно ввести пространство Фока, генерируемое операторами рождения и уничтожения a_{μ}^{+}, a_{μ}, удовлетворяющими коммутационным соотношениям:

$$[a_{\mu}, a_{\nu}^{+}] = -\eta_{\mu\nu}, \qquad \eta_{\mu\nu} = (+, -, \ldots, -) \qquad (16)$$

Эти операторы действуют в пространстве Фока

$$|\Phi\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \Phi_{\mu_1 \cdots \mu_n}(x) a^{+\mu_1} \cdots a^{+\mu_n} |0\rangle \qquad (17)$$

и коэффициентные поля $\Phi_{\mu_1 \cdots \mu_n}(x)$ будут описывать все полуцелые спины одновременно, если принимаются во внимание следующие уравнения

$$T'_0 |\Phi\rangle = 0, \qquad T'_1 |\Phi\rangle = 0, \qquad (18)$$

$$T'_0 = \gamma^{\mu} p_{\mu} + m, \qquad (19)$$

$$T'_1 = \gamma^{\mu} a_{\mu}, \qquad (20)$$

с $p_{\mu} = -i \, \partial / \partial x^{\mu}$. Если ограничения (18) выполняются для общего вектора (17), тогда уравнения (14), (15) выполняются для каждой компоненты поля в (17) и, следовательно, соотношения (18) описывают свободные фермионные поля произвольного высшего спина.

Нахождение лагранжиана массивных фермионных полей высших спинов основывается на построении эрмитова БРСТ-оператора. Для этого набор операторов, в терминах которого строится БРСТ-оператор, должен: а) образовывать замкнутую алгебру; б) являться инвариантным относительно эрмитова сопряжения.

Используем стандартное скалярное произведение в пространстве Фока и определим бра-вектор следующего вида

$$\langle \tilde{\Phi} | = \sum_{n=0}^{\infty} \langle 0 | a^{\mu_1} \ldots a^{\mu_n} \Phi^{+}_{\mu_1 \ldots \mu_n}(x) \tilde{\gamma}^0 \qquad (21)$$

Для получения набора операторов инвариантного относительно эрмитова сопряжения расширяем набор операторов, добавляя три новых оператора T_1^{+}, L_1^{+}, L_2^{+} к начальным связям на кет-вектор (17). В результате, набор операторов T_0, T_1, T_1^{+}, L_0, L_1, L_1^{+}, L_2, L_2^{+} будет инвариантным относительно эрмитова сопряжения.

Можно проверить, что операторы T_0, T_1, T_1^{+}, L_0, L_1, L_1^{+}, L_2, L_2^{+} не образуют замкнутую алгебру в терминах коммутаторов. В набор операторов надо включить все операторы, которые необходимы для замыкания алгебры. Перечислим эти операторы:

$$G_0 = -a_\mu^+ a^\mu + D/2, \qquad M_1 = \tilde{\gamma} m, \qquad M_2 = -m^2. \tag{22}$$

Для того чтобы построить БРСТ-оператор, который воспроизводит необходимые уравнение движения (18) с точностью до калибровочного преобразования надо построить другое представление алгебры, операторы которой должны обладать следующими свойствами: а) не являются связями; б) содержать линейно произвольный параметр или обращались в ноль в этом новом представлении.

Построение нового представления заключается в расширении выражений для операторов $l_i \to L_i = l_i + l_{i'}$, где $l_i = \{l_0, l_1, l_1^+, l_2, l_2^+, g_0, m^2\}$. Получаем следующий набор операторов, в новом представлении: $T_{0\,new}$, $T_{1\,new}$, $T_{1\,new}^+$, $L_{0\,new}$, $L_{1\,new}$, $L_{1\,new}^+$, $L_{2\,new}$, L_{2new}^+, $G_{0\,new}$, $M_{1\,new}$, $M_{2\,new}$. В этом наборе, оператор $G_{0\,new}$, который не является связью, содержит произвольный параметр h, а два других, не являющиеся связями, оператора $M_{1\,new}$, $M_{2\,new}$ - обращаются в ноль.

В новом представлении алгебры, пары операторов T_{1new}, T_{1new}^+, и $L_{2\,new}$, L_{2new}^+ не являются эрмитово сопряженными друг к другу, для того, чтобы они стали взаимосопряжены, необходимо изменить скалярное произведение в расширенном пространстве $\langle \tilde{\Psi}_1 | \Psi_2 \rangle_{new} = \langle \tilde{\Psi}_1 | K_h | \Psi_2 \rangle$, где

$$K_h = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \Big(|n\rangle\langle n| C(n,h) - 2d^+ |n\rangle\langle n| d\, C(n+1,h) \Big), \tag{23}$$

здесь $C(n,h) = h(h+1)\cdots(h+n-1)$, $\mathrm{C}(0,\mathrm{h}) = 1$, $|n\rangle = (b_2^+)^n |0\rangle$. В результате, операторы T_{1new}, T_{1new}^+, и $L_{2\,new}$, L_{2new}^+ будут сопряжены друг к другу относительно нового скалярного произведения. Таким образом, было построено новое представление алгебры, которое обладает свойствами необходимыми для построения БРСТ-оператора, воспроизводящего уравнения (18), с точностью до калибровочного преобразования.

Введем БРСТ-оператор так, как будто все операторы, формирующие в рассматриваемом случае замкнутую алгебры являются связями первого рода

$$\begin{aligned} \tilde{Q} = {} & q_0 T_0 + q_1^+ T_{1new} + q_1 T_{1new}^+ + \eta_0 L_0 \\ & + \eta_1^+ L_{1new} + \eta_1 L_{1new}^+ + \eta_2^+ L_{2new} + \eta_2 L_{2new}^+ + \eta_G G_{0new} \\ & + i(\eta_1^+ q_1 - \eta_1 q_1^+) p_0 - i(\eta_G q_1 + \eta_2 q_1^+) p_1^+ + i(\eta_G q_1^+ + \eta_2^+ q_1) p_1 \\ & + (q_0^2 - \eta_1^+ \eta_1) P_0 + (2 q_1 q_1^+ - \eta_2^+ \eta_2) P_G \\ & + (\eta_G \eta_1^+ + \eta_2^+ \eta_1 - 2 q_0 q_1^+) P_1 + (\eta_1 \eta_G + \eta_1^+ \eta_2 - 2 q_0 q_1) P_1^+ \\ & + 2(\eta_G \eta_2^+ - q_1^{+2}) P_2 + 2(\eta_2 \eta_G - q_1^2) P_2^+ \end{aligned} \tag{24}$$

предполагается, что вектор $|\chi\rangle$ и калибровочные параметры в расширенном пространстве не зависят от гостов η_G^+ и P_G^+, операторов, которые не являются связями

$$\begin{aligned} |\chi\rangle = \sum_{k_i} & (q_0)^{k_1} (q_1^+)^{k_2} (p_1^+)^{k_3} (\eta_0)^{k_4} (d^+)^{k_5} (\eta_1^+)^{k_6} (P_1^+)^{k_7} (\eta_2^+)^{k_8} (P_2^+)^{k_9} \times \\ & \times (b_1^+)^{k_{10}} (b_2^+)^{k_{11}} a^{+\mu_1} \cdots a^{+\mu_{k_0}} \chi_{\mu_1 \cdots \mu_{k_0}}^{k_1 \cdots k_{11}}(x) |0\rangle. \end{aligned} \tag{25}$$

В терминах введенных величин лагранжиан для массивного фермионного поля со спином $s = n + 1/2$ строится следующим образом

$$L_n = {}_n\langle \tilde{\chi}_0^0 | K_n \tilde{T}_0 | \chi_0^0 \rangle_n + \frac{1}{2} {}_n\langle \tilde{\chi}_0^1 | K_n \{\tilde{T}_0, \eta_1^+ \eta_1\} | \chi_0^1 \rangle_n$$

$$+_n\langle\tilde{\chi}_0^0|K_n\Delta Q_n|\chi_0^1\rangle_n +_n\langle\tilde{\chi}_0^1|K_n\Delta Q_n|\chi_0^0\rangle_n, \qquad (26)$$

где $\tilde{T}_0 = T_0 - 2q_1^+P_1 - 2q_1P_1^+$, $|\chi_0^0\rangle_n$ и $|\chi_0^1\rangle_n$ являются коэффициентами $|\chi\rangle$ в (25), стоящие перед $(q_0)^0(\eta_0)^0$ и $(q_0)^1(\eta_0)^0$ соответственно. ΔQ_n является частью $\tilde{Q}$ в (24), которая не зависит от гостов η_G, P_G, η_0, P_0, q_0, p_0, и произведена подстановка $-h \to n+(D-3)/2$. K_n - это оператор (25), в котором сделана замена $-h \to n+(D-3)/2$. Можно показать, что уравнения движения, отвечающие лагранжиану (26), воспроизводят исходные соотношения (14), (15). Это обстоятельство служит прямой проверкой корректности и внутренней согласлванности развитой формулировки. Для нахождения компонентной формы лагранжиана следует провести вычисление матричных элементов в (26) по векторам фоковского пространства, что не вызывает проблем. Примеры соответствующих вычислений приведены в диссертации.

<u>Третья глава</u> диссертации основана на работе [2]. В ней развивается БРСТ-БФВ подход к построению лагранжевого формализма для безмассовых и массивных, полностью антисимметричных бозонных полей в произвольном искривленном пространстве.

Известно, что антисимметричное бозонное поле $\varphi_{\mu_1\cdots\mu_p}$ ранга-p реализует неприводимое представление группы Пуанкаре, если выполняются уравнения

$$(\partial^2 - m^2)\varphi_{\mu_1\cdots\mu_p} = 0, \qquad \partial^{\mu_1}\varphi_{\mu_1\cdots\mu_p} = 0. \qquad (27)$$

Рассматривая произвольное искривленное пространство-время, мы предполагаем, что условия на $\varphi_{\mu_1\cdots\mu_p}$, которые должны быть удовлетворены, обращаются в уравнения (27) в плоском пределе. Из этого следует, что в случае отсутствия слагаемых с отрицательными степенями массы, уравнения на $\varphi_{\mu_1\cdots\mu_p}$ в искривленном пространстве-времени должны иметь вид:

$$(\nabla^2 - m^2)\varphi_{\mu_1\cdots\mu_p} + \textit{члены с кривизной} = 0, \qquad \nabla^{\mu_1}\varphi_{\mu_1\cdots\mu_p} = 0 \qquad (28)$$

«*члены с кривизной*» определяются однозначно в процессе построения лагранжиана.

Построение лагранжианов для безмассовых полей. Во избежание явного использования полей, содержащих большое количество индексов, удобно ввести фермионное пространство Фока в терминах операторов рождения и уничтожения с индексами в касательном пространстве и коммутационными соотношениями

$$\{a_a, a_b^+\} = \eta_{ab}, \qquad \eta_{ab} = diag(-,+,+,\cdots,+). \qquad (29)$$

Введем оператор дифференцирования

$$D_\mu = \partial_\mu + \omega_\mu{}^{ab}a_a^+a_b, \qquad D_\mu|0\rangle = \partial_\mu|0\rangle = 0, \qquad (30)$$

который действует на произвольный вектор в пространстве Фока

$$|\varphi\rangle = \sum_{p=0}\varphi_{\mu_1\cdots\mu_p}(x)\, a^{\mu_1+}\ldots a^{\mu_p+}|0\rangle \qquad (31)$$

как оператор ковариантной производной

$$D_\mu|\varphi\rangle = \sum_{p=0}(\nabla_\mu\varphi_{\mu_1\cdots\mu_p})\, a^{\mu_1+}\ldots a^{\mu_p+}|0\rangle. \qquad (32)$$

Реализуем уравнения (28) (при $m=0$) как операторные связи в пространстве Фока. Для этой цели, определим операторы

$$l_0 = D^2 + X, \qquad l_1 = -ia^\mu D_\mu \qquad (33)$$

где $D^2 = g^{\mu\nu}(D_\mu D_\nu - \Gamma^\sigma_{\mu\nu}D_\sigma)$ и оператор X соответствует «*членам с кривизной*» в первом уравнении (25). Тогда получаем, что соотношения

$$l_0 |\varphi\rangle = 0, \qquad l_1 |\varphi\rangle = 0 \tag{34}$$

эквивалентны соответствующим уравнениям в (28).

Для построения лагранжиана в терминах БРСТ-подхода, необходимо: а) наличие набора операторов инвариантного относительно эрмитова сопряжения; б) этот набор должен образовывать алгебру.

Все операторы алгебры l_0, l_1, l_0^+ являются связями, следовательно, для построения лагранжиана нет необходимости вводить расширенные выражения для операторов и можно построить БРСТ-оператор, воспроизводящий уравнения (34), из операторов l_0, l_1, l_0^+. Для этого вводим гостовские «координаты» η_0, q_0, q_1 и канонически сопряженные гостовские «импульсы» $\mathcal{P}_0$, p_1, p_1^+ с ненулевыми (анти)коммутаторами:

$$\{\eta_0, \mathcal{P}_0\} = 1, \qquad [q_1, p_1^+] = [q_1^+, p_1] = i. \tag{35}$$

БРСТ-оператор строится следующим образом

$$Q = \eta_0 l_0 + q_1^+ l_1 + q_1 l_1^+ + q_1^+ q_1 P_0, \quad Q^2 = 0. \tag{36}$$

и действует в фоковском пространстве векторов вида

$$|\Phi\rangle = \sum_{k_i} \eta_0^{k_1} (q_1^+)^{k_2} (p_1^+)^{k_3} a^{+\mu_1} \ldots a^{+\mu_{k_0}} \Phi^{k_1 k_2 k_3}_{\mu_1 \ldots \mu_{k_0}}(x) |0\rangle. \tag{37}$$

Лагранжиан для безмассового случая в терминах оператора Q записывается в виде:

$$\mathcal{L} = \int d\eta_0 \langle \Phi | Q | \Phi \rangle, \tag{38}$$

Соответствующие ему уравнения движения воспроизводят исходные соотношения (28) для нулевой массы, и, члены зависящие от кривизны, получаются автоматически.

Построение лагранжианов для массивных полей. Определим оператор $l_0^{(m)}$ в виде: $l_0^{(m)} = l_0 - m^2$ и для получения набора операторов инвариантных относительно эрмитова сопряжения и который образует алгебру, добавим оператор $g_m = m^2$.

В наборе операторов $l_0^{(m)}$, l_1, l_1^+, g_m только g_m - не является связью. В этом случае, для нахождения лагранжиана, в рамках БРСТ-БФВ подхода, необходимо ввести дополнительные (новые) операторы рождения и уничтожения, и построить расширенные операторы $o_i \to O_i = o_i + o'_i$, где $o_i = (l_0^{(m)}, l_1, l_1^+, g_m)$, которые должны удовлетворять двум условиям: а) они должны образовывать алгебру $[O_i, O_j] \sim O_k$; б) операторы, не являющиеся связями, должны обратиться в нуль (т.е., должно выполняться $G_m = g_m + g'_m = 0$).

Имеем набор операторов $L_0^{(m)}, L_1, L_1^+$, который образует алгебру. Строим БРСТ-оператор

$$Q_m = \eta_0 L_0^{(m)} + q_1^+ L_1 + q_1 L_1^+ + q_1^+ q_1 P_0, \qquad Q_m^2 = 0 \tag{39}$$

В массивном случае, общий вектор в фоковском пространстве выглядит так

$$|\Phi\rangle = \sum_{k_i} \eta_0^{k_1} (q_1^+)^{k_2} (p_1^+)^{k_3} (f^+)^{k_4} a^{+\mu_1} \ldots a^{+\mu_{k_0}} \Phi^{k_1 k_2 k_3 k_4}_{\mu_1 \ldots \mu_{k_0}}(x) |0\rangle. \tag{40}$$

Лагранжиан для массивного случая в записывается в виде

$$\mathcal{L} = \int d\eta_0 \langle \Phi | Q_m | \Phi \rangle, \tag{41}$$

Необходимо отметить, что в массивном случае имеем дело с калибровочной симметрией Штюкельберга. Уравнения движения, отвечающие лагранжианы (41) воспроизводят исходные соотношения (28) и необходимые слагаемы, содержащие кривизну.

Для получения компонентной формы лагранжианов (38), (41) следует провести вычисление матричных элементов операторов в фоковском пространстве по векторам (37), (40) соответственно. Эти вычисления приведены в диссертации, где представлены различные эквивалентные лагранжианы для компонентных полей, включая как частный случай стандартный лагранжиан в терминах базового поля.

Четвертая глава диссертации основана на работе [3]. В ней БРСТ-БФВ подход применяется для построения лагранжевого формализма для массивных антисимметричных фермионных полей в d-мерном пространстве анти де-Ситтера (АдС). Полученная лагранжевая теория является приводимой калибровочной моделью содержащей, помимо основного поля, некоторое количество вспомогательных полей, причем степень приводимости растет со значением ранга антисимметричного поля. Показано, что в рассматриваемом случае можно избавиться от всех вспомогательных полей и окончательный лагранжиан для фермионных антисимметричных полей будет сформулирован только в терминах основного поля.

Как известно, антисимметричное фермионное поле тензорного ранга-n реализует неприводимое массивное представление группы АдС, если выполняются условия

$$[i\gamma^{\mu}\nabla_{\mu} - m + r^{\frac{1}{2}}(n-\frac{d}{2})]\psi_{\mu_1\cdots\mu_n} = 0,$$

$$\gamma^{\mu_1}\psi_{\mu_1\cdots\mu_n} = 0, \qquad \nabla^{\mu_1}\psi_{\mu_1\cdots\mu_n} = 0. \tag{42}$$

Введем вспомогательное пространство Фока генерируемое операторами рождения и уничтожения a_a^+, a_a, которые удовлетворяют антикоммутационным соотношениям:

$$\{a_a^+, a_b\} = \eta_{ab}, \qquad \eta_{ab} = diag(-,+,+,\cdots,+). \tag{43}$$

Определяем оператор дифференцирования

$$D_{\mu} = \partial_{\mu} + \omega_{\mu}{}^{ab} M_{ab}, \tag{44}$$

$$M_{ab} = \frac{1}{2}(a_a^+ a_b - a_b^+ a_a) - \frac{1}{8}(\tilde{\gamma}_a\tilde{\gamma}_b - \tilde{\gamma}_b\tilde{\gamma}_a), \tag{45}$$

который действует на произвольный вектор в пространстве Фока

$$|\psi\rangle = \sum_{n=0} a^{+\mu_1}\cdots a^{+\mu_n}\psi_{\mu_1\cdots\mu_n}(x)|0\rangle \tag{46}$$

как оператор ковариантной производной

$$D_{\mu}|\psi\rangle = \sum_{n=0} a^{\mu_1+}\ldots a^{\mu_n}(\nabla_{\mu}\psi_{\mu_1\ldots\mu_n})|0\rangle.$$

В результате уравнения (42) можно реализовать в операторной форме

$$\tilde{t}_0|\psi\rangle = 0, \qquad t_1|\psi\rangle = 0, \qquad l_1|\psi\rangle = 0, \tag{47}$$

$$\tilde{t}_0 = i\tilde{\gamma}^{\mu}D_{\mu} + \tilde{\gamma}(r^{\frac{1}{2}}g_0 - m), \qquad g_0 = a_{\mu}^+ a^{\mu} - \frac{d}{2}, \qquad t_1 = \tilde{\gamma}^{\mu}a_{\mu}, \qquad l_1 = -ia^{\mu}D_{\mu}. \tag{48}$$

Для построения лагранжиана в терминах БРСТ-подхода, необходимо иметь: а) набор операторов, инвариантный относительно эрмитова сопряжения; б) замкнутую алгебру таких опреторов.

Для определения свойств эрмитова сопряжения операторов, определим следующее скалярное произведение

$$\langle\tilde{\Psi}|\Phi\rangle = \int d^d x\sqrt{-g}\sum_{n,k=0}\langle 0|\Psi^+_{\nu_1\cdots\nu_k}(x)\tilde{\gamma}^0 a^{\nu_k}\ldots a^{\nu_1}a^{+\mu_1}\ldots a^{+\mu_n}\Phi_{\mu_1\cdots\mu_n}(x)|0\rangle. \tag{49}$$

В результате видим, что оператор $\tilde{t}_0$ эрмитов, а t_1 и l_1 - не являются эрмитовы

$$t_1^+ = a_{\mu}^+\tilde{\gamma}^{\mu}, \qquad l_1^+ = -ia^{\mu+}D_{\mu}. \tag{50}$$

Для замыкания алгебры, к набору операторов $\tilde{t}_0$, t_1, l_1, t_1^+, l_1^+ необходимо добавить

$$\tilde{l}_0 = D^2 - m^2 + r(-g_0^2 + g_0 + t_1^+ t_1 + \frac{d(d+1)}{4}), \tag{51}$$

$$g_0 = a_\mu^+ a^\mu - d/2, \qquad g_m = m, \tag{52}$$

где $D^2 = g^{\mu\nu}(D_\mu D_\nu - \Gamma^\sigma_{\mu\nu} D_\sigma)$. В результате набор операторов $\tilde{t}_0$, $\tilde{l}_0$, t_1, l_1, t_1^+, l_1^+, g_0, g_m оказывается инвариантным относительно эрмитова сопряжения и образует алгебру.

Метод построения лагранжианов на основе БРСТ заряда требует введения расширенных выражений для операторов $\tilde{o}_i = (\tilde{t}_0, \tilde{l}_0, t_1, l_1, t_1^+, l_1^+, g_0, g_m)$ так, чтобы а)расширенные эрмитовы операторы содержали линейно произвольные параметры; б)набор операторов образовывал алгебру.

Следующий шаг в построении лагранжианов заключается в нахождении дополнительных частей для исходных операторов: а) расширенные операторы $O_i = o_i + o'_i$ находятся в соотношении инволюции $[O_i, O_j] \sim O_k$; б) каждый эрмитов оператор содержит произвольный параметр линейно, значение которого, будет определено позже из условия воспроизведения уравнений движений

Для построения фермионного БРСТ-оператора для нелинейной супералгебры необходимо: а) БРСТ-оператор Q' должен быть эрмитов $Q'^+ = Q'$ и нильпотентен $Q'^2 = 0$; б)БРСТ-оператор Q' сторится, используя набор связей первого рода.

В рассматриваемом случае в качестве таких связей применяются операторы T_0, T_1, T_1^+, L_0, L_1, L_1^+, G_0. БРСТ-оператор, в этом случае, имеет вид:

$$\begin{aligned}
Q' &= q_0 T_0 + \eta_1^+ T_1 + \eta_1 T_1^+ + \eta_0 L_0 + q_1^+ L_1 + q_1 L_1^+ \\
&+ \eta_G G_0 + (q_1^+ q_1 - q_0^2)\mathcal{P}_0 - 2\eta_1^+ \eta_1 \mathcal{P}_G \\
&+ 2i\eta_1^+ q_0 p_1 - 2i q_0 \eta_1 p_1^+ + i(\eta_1^+ q_1 - q_1^+ \eta_1) p_0 \\
&+ \eta_G(\eta_1^+ \mathcal{P}_1 - \eta_1 \mathcal{P}_1^+ + i q_1^+ p_1 - i q_1 p_1^+) - r q_1^+ q_1 (G_0 - 2g'_0)\mathcal{P}_G \\
&- r(\eta_1^+ \eta_0 - 1/2\, q_1^+ q_0)\big[(G_0 - 2g'_0)\mathcal{P}_1 + (T_1 - 2t'_1)\mathcal{P}_G\big] \\
&- r(\eta_0 \eta_1 - 1/2\, q_0 q_1)\big[(G_0 - 2g'_0)\mathcal{P}_1^+ + (T_1^+ - 2t'^+_1)\mathcal{P}_G\big] \\
&+ r q_1^+ \eta_0 \big[(G_0 - 2g'_0) i p_1 + (L_1 - 2l'_1)\mathcal{P}_G\big] \\
&- r\eta_0 q_1 \big[(G_0 - 2g'_0) i p_1^+ + (L_1^+ - 2l'^+_1)\mathcal{P}_G\big] \\
&- r/4 \big[q_1(T_1^+ - 2t''_1) + q_1^+(T_1 - 2t'_1)\big](q_1 \mathcal{P}_1^+ + q_1^+ \mathcal{P}_1) \\
&+ r^2/4\, \eta_0 (q_1 T_1^+ - q_1^+ T_1)(q_1 \mathcal{P}_1^+ + q_1^+ \mathcal{P}_1)\mathcal{P}_G.
\end{aligned} \tag{53}$$

Здесь q_0, q_1, q_1^+ и η_0, η_1, η_1^+, η_G - соответственно бозонные и фермионные гостовские «координаты», $\mathcal{P}_0$, $\mathcal{P}_1$, $\mathcal{P}_1^+$, $\mathcal{P}_G$ - канонически сопряженные им гостовские «импульсы».

Выделим из БРСТ-оператора (53) зависимость от гостов η_G и $\mathcal{P}_G$. Имеем:

$$Q' = Q + \eta_G(\sigma + h) + A\mathcal{P}_G \tag{54}$$

$$\begin{aligned}
Q &= q_0\big[T_0 + 2i(\eta_1^+ p_1 - \eta_1 p_1^+) + \frac{r}{2}(G_0 - 2g'_0)(q_1 \mathcal{P}_1^+ + q_1^+ \mathcal{P}_1)\big] \\
&+ i(\eta_1^+ q_1 - q_1^+ \eta_1) p_0 + (q_1^+ q_1 - q_0^2)\mathcal{P}_0 \\
&+ \eta_0\big[L_0 + r(G_0 - 2g'_0)(\eta_1^+ \mathcal{P}_1 - \eta_1 \mathcal{P}_1^+ + i q_1^+ p_1 - i q_1 p_1^+)\big] \\
&+ \eta_1^+ T_1 + \eta_1 T_1^+ + q_1^+ L_1 + q_1 L_1^+ - r/4 \big[q_1(T_1^+ - 2t''_1)
\end{aligned}$$

$$+q_1^+(T_1-2t'_1)\big](q_1\mathcal{P}_1^+ + q_1^+\mathcal{P}_1) \qquad (55)$$

$$\sigma + h = G_0 + \eta_1^+\mathcal{P}_1 - \eta_1\mathcal{P}_1^+ + iq_1^+p_1 - iq_1p_1^+ \qquad (56)$$

где явное выражение для A здесь не существенно и мы его не приводим. Предполагаем, что векторы и калибровочные параметры не зависят от η_G, то есть

$$|\chi\rangle = \sum_{k_i} (q_0)^{k_1}(q_1^+)^{k_2}(p_1^+)^{k_3}(\eta_0)^{k_4}(\eta_1^+)^{k_5}(\mathcal{P}_1^+)^{k_6}(b^+)^{k_7}(f^+)^{k_8} \times a^{+\mu_1}\cdots a^{+\mu_{k_0}}\chi^{k_1\cdots k_8}_{\mu_1\cdots\mu_{k_0}}(x)|0\rangle. \qquad (57)$$

Запишем оператор Q в следующем виде:

$$Q = \eta_0\tilde{L}_0 + (q_1^+q_1 - q_0^2)P_0 + q_0\tilde{T}_0 + i(\eta_1^+q_1 - \eta_1q_1^+)p_0 + \Delta Q, \qquad (58)$$

где $\tilde{T}_0$, $\tilde{L}_0$, ΔQ не зависят от гостов η_0 P_0 q_0

$$\tilde{T}_0 = T_0 + 2i(\eta_1^+p_1 - \eta_1p_1^+) + \frac{r}{2}(G_0 - 2g'_0)(q_1\mathcal{P}_1^+ + q_1^+\mathcal{P}_1) \qquad (59)$$

$$\tilde{L}_0 = L_0 + r(G_0 - 2g'_0)(\eta_1^+\mathcal{P}_1 - \eta_1\mathcal{P}_1^+ + iq_1^+p_1 - iq_1p_1^+) \qquad (60)$$

$$\Delta Q = \eta_1^+T_1 + \eta_1T_1^+ + q_1^+L_1 + q_1L_1^+ - r/4\big[q_1(T_1^+ - 2t_1'^+) + q_1^+(T_1 - 2t_{1'})\big](q_1\mathcal{P}_1^+ + q_1^+\mathcal{P}_1) \qquad (61)$$

Аналогичным образом разлагаем вектор

$$|\chi\rangle = \sum_{k=0}^{\infty} q_0^k(|\chi_0^k\rangle + \eta_0|\chi_1^k\rangle), \qquad (62)$$

Далее исключаем все векторы, кроме двух $|\chi_0^0\rangle$ и $|\chi_0^1\rangle$. В результате получаем уравнения движения, соответствующие физическому полю тензорного ранга-n:

$$\Delta Q|\chi_0^0\rangle_n + 1/2\{\tilde{T}_0, q_1^+q_1\}|\chi_0^1\rangle_n = 0, \qquad (63)$$

$$\tilde{T}_0|\chi_0^0\rangle_n + \Delta Q|\chi_0^1\rangle_n = 0, \qquad (64)$$

Уравнения (63), (64) могут быть выведены из следующего лагранжиана:

$$L_n = {}_n\langle\tilde{\chi}_0^0|K_n\tilde{T}_0|\chi_0^0\rangle_n + 1/2\;{}_n\langle\tilde{\chi}_0^1|K_n\{\tilde{T}_0, q_1^+q_1\}|\chi_0^1\rangle_n + {}_n\langle\tilde{\chi}_0^0|K_n\Delta Q|\chi_0^1\rangle_n + {}_n\langle\tilde{\chi}_0^1|K_n\Delta Q|\chi_0^0\rangle_n, \qquad (65)$$

Полученная таким образом лагранжевая теория является калибровочной моделью, содержащей, помимо основного поля, некоторое количество вспомогательных полей. Уравнения движения, отвечающие лагранжиану (65) воспроизводят исходные соотношения (42). Как и в предыдущих случаях, это обстоятельство свидетельствует о внутренней согласованности рассматриваемого подхода. Вычисление матричных элементов в (26) позволяет получить различные эквивалентные формы компонентных лагранжианов.

Наиболее простой лагранжиан получается при полном исключении вспомогательных полей. В результате приходим к лагранжиану для полностью антисимметричного фермионного поля ранга-n в терминах только основного поля

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_n = &\sum_{k=0}^{n}\frac{1}{(n-k)!}\bar{\psi}^{\mu_1\cdots\mu_{n-k}}[(-1)^k i\gamma^\sigma\nabla_\sigma - m_0]\psi_{\mu_1\cdots\mu_{n-k}}\\ &-i\sum_{k=0}^{n-1}\frac{(-1)^k}{(n-k-1)!}(\bar{\psi}^{\mu_1\cdots\mu_{n-k}}\nabla_{\mu_1}\psi_{\mu_2\cdots\mu_{n-k}} + \bar{\psi}^{\mu_2\cdots\mu_{n-k}}\nabla^{\mu_1}\psi_{\mu_1\cdots\mu_{n-k}}),\end{aligned} \qquad (66)$$

где $m_0 = m + r^{1/2}(d/2 - n)$, м – масса поля. Здесь

$$\psi_{\mu_{k+1}\dots\mu_n} = \frac{1}{k!}\gamma^{\mu_k}\dots\gamma^{\mu_1}\psi_{\mu_1\dots\mu_n} \qquad \bar{\psi}_{\mu_{k+1}\dots\mu_n} = \frac{1}{k!}\bar{\psi}_{\mu_1\dots\mu_n}\gamma^{\mu_1}\dots\gamma^{\mu_k}.$$

Лагранжиан фермионного полностью антисимметричного тензорного поля ни в плоском пространстве ни в пространстве АдС ранее не был известен и впервые был построен в нашей работе [3]. Отметим, что такой лагранжиан существует только в размерности d > 4.

В **заключении** сформулированы основные результаты работы:

Результаты выносимые на защиту

1. Развит БРСТ-БФВ подход к теории массивных фермионных полей высших спинов, для построения лагранжиана массивных полей всех полуцелых высших спинов. Найден набор вспомогательных полей. Показано, что полученная модель полей высших спинов является приводимой калибровочной теорией, и порядок приводимости растет со значением спина. Построенная формулировка является неограниченной в том смысле, что на поля и калибровочные параметры априори не накладываются никакие условия. Все условия неприводимости являются следствием уравнений движения и калибровочных преобразований.

2. Развит БРСТ-БФВ подход к построению калибровочно-инвариантных лагранжианов для антисимметричных массивных и безмассовых бозонных полей в произвольном d-мерном искривленном пространстве. В обоих случаях, лагранжианы содержат большие наборы вспомогательных полей и обладают большей калибровочной симметрией по сравнению со стандартными лагранжевыми формулировками для антисимметричных полей. Показано, что после удаления всех вспомогательных полей, найденные в БРСТ-БФВ подходе лагранжианы переходят в стандартные. Тем самым показано, что БРСТ-БФВ подход к теории полей высших спинов применим к выводу лагранжианов для бозонных полностью антисимметричных полей.

4. Развит БРСТ-БФВ подход к построению лагранжева формализма для массивных фермионных антисимметричных тензорных полей в d-мерном пространстве анти де-Ситтера. Полученная лагранжевая теория является приводимой калибровочной моделью содержащей, помимо основного поля, набор вспомогательных штюкельберговых полей, степень приводимости растет со значением ранга антисимметричного поля. Показано, что можно избавиться от всех вспомогательных полей и окончательный лагранжиан, для фермионных антисимметричных полей, формулируется только в терминах основного поля.

В **приложениях** даются некоторые детали вычислений, использованные в основной части четвертой главы. В приложении ***A*** описаны вычисления дополнительных частей. В приложении ***B*** показано, что полученный лагранжиан действительно воспроизводит исходные уравнения, определяющие неприводимое представление группы анти де-Ситтера для массивных фермионных антисимметричных полей и в приложении ***C*** описана процедура упрощения лагранжиана основанная на исключении всех вспомогательных полей, и получения окончательного лагранжиана только в терминах основного поля.

Список публикаций

1. Buchbinder I.L. Gauge invariant Lagrangian construction for massive higher spin fermionic fields. / Buchbinder I.L., Krykhtin V.A., Ryskina L.L., Takata H. // Physics Letters B 641. - 2006. - P. 386-392. (0,5 п.л.; 25%).

2. Buchbinder I.L. BRST approach to Lagrangian formulation of bosonic totally antisymmeric tensor fields in curved space / I.L. Buchbinder, V.A. Krykhtin, L.L. Ryskina. // Modern Physics Letters A 24. - 2009 - P. 401-414. (0,7 п.л.; 30%).

3. Buchbinder I.L. Lagrangian formulation of massive fermionic totally antisymmetric tensor field theory in AdSd space. / I.L. Buchbinder, V.A. Krykhtin, L.L. Ryskina. // Nuclear Physics B 819. - 2009 - P. 453-477. (0,8 п.л.; 30%).

4. Рыскина Л.Л. Построение вспомогательного представления для алгебры массивного фермионного представления / Л.Л. Рыскина // «Наука и образование» : Материалы IX Всеросс. конф. студ., асп. и молодых ученых - Томск : Изд-во ТГПУ. - 2005. - Т.1. Естественные и точные науки - С. 116-121. (0,4 п.л.).

5. Рыскина Л.Л. Построение калибровочно-инвариантного лагранжиана для массивных полей высших спинов / Л.Л. Рыскина // «Наука и образование» : Материалы X Всеросс. конф. студ., асп. и молодых ученых - Томск : Изд-во ТГПУ. - 2006. - Т.1. Ч.2. Естественные и точные науки - С. 221-226. (0,4 п.л.).

6. Рыскина Л.Л. БРСТ-подход к лагранжевой формулировке полностью антисимметричных безмассовых бозонных полей в искривленном пространстве. // «Наука и образование» : Материалы XIII Всеросс. конф. студ., асп. и молодых ученых - Томск : Изд-во ТГПУ. - 2009. - Т.1. Естественные и точные науки - С. 164-169. (0,4 п.л.).

7. Рыскина Л.Л. Построение вспомогательной алгебры для массивных фермионных полностью антисимметричных полей в пространстве АдС // «Наука и образование» : Материалы XIV Всеросс. с международ. уч-ем конф. студ., асп. и молодых ученых. – Томск : Изд-во ТГПУ. - 2010. - Т.1. Естественные и точные науки - С. 31-35. (0,3 п.л.).

8. Рыскина Л.Л. Лагранжева формулировка для теории массивных антисимметричных фермионных полей в пространстве анти де-Ситтера // "Наука и образование" : Материалы XIV Всеросс. с международ. уч-ем конф. студ., асп. и молодых ученых. - Томск: Изд-во ТГПУ. - 2010. - Т.1. Естественные и точные науки - С. 35-39. (0,3 п.л.).

Подписано в печать: 12.11.2010 г. Бумага: офсетная
Тираж: 100 экз. Печать: трафаретная
Формат: 60×84/16 Усл. печ. л.: 0,93
Заказ: 551/Н

Издательство
Томского государственного педагогического университета

г. Томск, ул. Герцена, 49. Тел. (3822) 52-12-93
e-mail: publish@tspu.edu.ru